

机械能守恒定律与力学相对性原理关系议

李学生 (Li Xuesheng)

摘要: 本文分析了牛顿定律、功能原理和机械能守恒定律在不引入惯性力的前提下,仅适用于绝对时空观(物体或者系统不受外力或者合外力为0)下的低速惯性系,它们都满足力学相对性原理,对于这一问题的争论分析了其原因,使经典力学体系更加统一与和谐.通过计算得出当物体质量与地球质量相比非常小的情况下,以地球为参照系机械能守恒定律近似成立,并且进一步指明自由落体运动规律也是近似规律.

[李学生. **机械能守恒定律与力学相对性原理关系议**. *Academ Arena* 2014;6(6):69-76]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 9

关键词: 功能原理; 机械能守恒定律; 力学相对性原理; 低速惯性系; 绝对时空观

1、问题的提出

《大学物理》1991年第11期发表了北京师范大学管靖教授的文章《力学相对性原理与机械能》,提出了机械能守恒定律不满足力学相对性原理,“我们可以找到由牛顿定律导出而又不满足相对性原理的定理和推论”,从而困惑地呼吁,“经典力学中,相对性原理是不容违背的,对问题的存在不能等闲视之,应寻求问题的解决.此后,《大学物理》发表了多篇文章探讨这一问题,《物理通报》则早在1985年就曾专题讨论同一问题.对这一问题的看法,各家杂志纷纷讨论,可谓是众说纷芸,莫衷一是.原《大学物理》的副主编、清华大学现代应用物理系高炳坤教授在《大学物理》1999年第1期发表编辑部文章《机械能守恒定律和相对性原理》,指出机械能守恒定律可以不服从力学相对性原理,然而争论并没有因此而停止,例如《大学物理》2000年2月发表河北师范大学物理系鲁增贤、孟秀兰的文章《机械能守恒定律服从力学相对性原理》、甘肃省金昌市金川公司第三中学张九铸的文章《也谈机械能守恒定律和相对性原理》和中国科学院力学研究所非线性连续介质开放研究实验室朱如曾的文章《相对性原理及其对自然界定律的协变性要求——机械能守恒定律协变性疑难的解答》,2000年12月《河北师范大学学报》(自然科学版)发表河北师范大学刘明成教授、河南师范大学赵文樵教授的文章《对机械能守恒定律满足力学相对性原理的补正》,2001年1月《松辽学刊》(自然科学版)发表刘明成教授的文章《机械能守恒定律遵从力学相对性原理》,2007年《物理教师》发表陈艳娇、黄忠仙的文章《再谈论机械能守恒有相对性吗?》,2010年《物理教师》第一期发表付喜锦的文章《机械能守恒定律遵循力学相对性原理的条件》.直到今天,这个问题依然没有定论.

如果以地球为参照系机械能守恒,以物体为参照系机械能不守恒,机械能属于系统,也不满足对称性原理和对应原理(同一个物理世界,不能仅仅因为物体大小的不同,就需要不同的两个理论来描

述).如果机械能守恒定律不服从力学相对性原理,牛顿力学满足力学相对性原理,那么机械能守恒定律应当从牛顿力学中独立出来,这样力学结构体系将会发生改变,牛顿定律服从力学相对性原理,故由牛顿定律推导出的一切规律都应服从力学相对性原理,为何从满足力学相对性原理的牛顿力学导出的机械能守恒定律不服从力学相对性原理,问题的症结出现在哪里?

2、牛顿力学、功能原理与力学相对性原理

相对性原理:物理学的基本定律对不同的惯性系是相同的,即表达基本规律的数学关系式对不同的惯性系是相同的.数学关系式相同的意思不是指数值相同,而是有其严格要求的,即表达基本规律的数学关系式在惯性系S中如果取某种形式,则将其相对于S'系的各量 \mathbf{r} 、 \mathbf{v} 、 \mathbf{a} 等改为 \mathbf{r}' 、 \mathbf{v}' 、 \mathbf{a}' 即成为另一惯性系S'中相应关系式.

相对性原理的后一半是指,如果惯性系S中有一条定律,则任意另一惯性系S'中必存在一条对应的定律,并且两者的内容和形式(在同类坐标下,例如都采用直角坐标,但空间坐标轴不一定互相平行,两个四维时空原点不一定重合.)都相同,即只要把前者表达式中的物理量理解为相对于惯性系S'而言即成后者,而不需另行证明.简言之,对惯性系S中的任何定律都可以冠以“对所有的惯性系”的短语来扩大其适用范围.所谓“自然界定律”,其集合包括全部普遍的和特殊的定律.在相对性原理中,对S'与S之间的关系,如果要求相对速度为零并且四维时空原点重合,则相对性原理成为“方向相对性原理”;如果要求空间坐标轴互相平行并且相对速度为零,则成为“平移相对性原则”;如果要求空间坐标轴互相平行并且四维时空原点重合,则成为“平动相对性原理”^[1].许多著作在介绍相对性原理时往往默认了方向相对性原理和平移相对性原理,而把注意力集中在“平动相对性原理”上^[2].

当惯性系S和S'的关系是伽利略变换时,这一原理就是力学相对性原理,在不引入惯性力的前提下,牛顿力学适用于绝对时空观框架内的宏观低速惯

性系,即满足力学相对性原理.在经典力学中,空间和本性的时间被认为是与任何物体及运动无关的,存在着绝对空间和绝对时间.牛顿在《自然哲学的数学原理》中说:“绝对空间,就其本性来说,与任何外在的情况无关.始终保持着相似和不变”“绝对的时间,就其本性来说均匀地流逝,而与任何外在的情况无关”.牛顿还指出:“绝对空间是绝对空间的可动部分或者量度.我们的感官通过绝对空间对其它物体的位置而确定它,并且通常把它当作不动的空间看待.如相对地球而言的地下、大气或天体等空间都是这样来确定的”;“相对的、表观的和通常的时间,是期间的一种可感觉的、外部的,或者是精确的,或者是变化着的量度.人们通常就用这种量度,如小时、日、月、年,代表真正的时间.”这就是牛顿的相对时空观.牛顿力学并没有严格给出惯性系的定义,也没有指名何为绝对时空.

牛顿第一定律仅对加速度为0的参照系(绝对时空)成立,这一点很容易说明,因此也可以把牛顿第一定律表述称——物体不受到任何外力或者合外力为0的条件下,在绝对时空中将作匀速直线运动或者静止状态.换句话说,当物体或者系统受到的合外力为0或者不受到外力的情形下,才可以认为物体处于绝对时空(惯性系)之中.

牛顿定律在非惯性系中除了有真实的相互作用的力 $F_{外}$,还受到惯性力 $F_{惯}$ 的作用.非惯性系相对于某一惯性系的加速度为 a_0 ,则惯性力为: $F_{惯} = -m a_0$,其中的 m 为物体的质量,符号表示方向,与 a_0 的方向相反.这时牛顿第二定律在非惯性系中就可以表示为: $F + F_{惯} = m a_0$ (*),上式中的 F 为质点所受的合力, a_0 为质点相对于非惯性系的加速度.

2002年2月高炳坤教授在《大学物理》上发表《“机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨》指出相对性原理可以分为两个层次.

第一个层次:从两个惯性系分别考察两个系统.由于牛顿定律对两个惯性系都成立,故在两个惯性系中所得到的的一切力学规律(包括无条件的普遍规律和有条件的特殊规律)完全相同.由于是分别考察两个系统,故在两个惯性系中所得到的相同的规律之间,不存在“伽利略变换”这种联系.

第二个层次:从两个惯性系同时考察同一系统,由于牛顿定律对两个惯性系都成立,故在两个惯性系中所得到的普遍的(即不加条件由牛顿定律导出的)力学规律完全相同.由于是同时考察同一系统,故两个惯性系中所得到的相同的规律之间,必然存在着“伽利略变换”这种联系,即利用伽利略变换必能把S系中的规律变成要S'系中的规律,反之亦然.

笔者认为,通常所说的力学相对性原理是指第二个层次的相对性原理,如果将伽利略变换换成洛伦兹变换,就是狭义相对论中的相对性原理,只满足第一个层次的相对性原理的结论在牛顿力学和狭义相对论中不一定成立,爱因斯坦本人有关狭义相对论的著述中的三段话便说明了这一点.

表述A 自然界规律对于洛伦兹变换是协变的^[3]

表述B 如果S是惯性系,则相对于S作匀速运动而无转动的其它参考系S'也是惯性系,自然界规律对于所有惯性系都是相同的^[4]

表述C 自然规律同参照系的运动状态无关,至少在参照系没有加速运动时是这样^[5]

笔者认为,爱因斯坦的表述B、C是指第一个层次的相对性原理,表述A是指洛伦兹变换下的第二个层次的相对性原理.

在运动学中,对于参考系的选择原则上是任意的,视研究问题的方便而定;在动力学中,参考系是不能任意选择的,只能选择惯性系.功能原理为是根据牛顿定律直接推导出来,并非以地球为参照系,是普遍规律,凡是普遍的规律,在两个层次上都是遵从力学相对性原理的,笔者认为其实是在绝对时空观下利用牛顿定律推导出来的.由于在不引入惯性力的前提下,牛顿定律仅适用于惯性系,因此功能原理也仅适用于惯性系,否则会出现谬误.例如:真空中有两个物体A、B质量分别为 M 和 m ,由于万有引力从静止开始做加速运动,观察者相对于A点匀速运动,动能不变,但是合外力做功不等于0,功能原理不成立,原因在于参考系不是惯性系.

3、机械能守恒定律

机械能守恒定律:仅当不存在非保守力或非保守力所作之功可以忽略时,系统的机械能是守恒的,即若系统在某一惯性系中满足非保守力的合外力的方向与运动方向垂直或者非保守力的合外力为0,系统的机械能守恒.

由于牛顿力学适用于惯性系,地球不是一个严格的惯性系,尽管一般物体的质量与地球质量相去甚远,可以近似认为惯性系,可是当物体的质量不断增加时,特别是二者质量差距不大时,这个系统相对误差就不能忽略了.

由于牛顿力学承认绝对空间的存在,为此可以选择绝对空间中的一点来考察:

$$M \quad \text{---} \quad A \quad \text{---} \quad m$$

设地球(视为质点,下同)质量为 M ,物体的质量为 m ,忽略其它物质对于它们的引力(当然地球及其物体还要受到太阳等其它星体的作用,即马赫所说的惯性力,还有地球的自转等因素,在这里仅从理论上推导机械能守恒定律,生产实践和实验中还要考虑其它因素.)

根据万有引力定律, 万有引力是变化的, 首先考虑恒力的情况. 设地球与物体之间的作用力恒为 mg , 距离为 h , 地球与物体在A点相遇, 地球移动的距离为 h_1 , A点相对于绝对空间静止 (有人认为太阳系是更好的惯性系, 因此不妨设A点相对于太阳静止.), 由于系统受到的合外力为0, 因此根据上面牛顿第一定律, 初始状态地球与物体相对于A点静止, 系统的势能为 mgh , 设到达A点物体的速度为 v_2 . 则由牛顿力学得 $v_1^2=2g(h-h_1)$, $v_2^2=2mgh_1/M$, 地球移动距离为 h_1 . 此时系统的动能之和为 $\frac{1}{2} Mv_2^2 +$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2g(h-h_1) + \frac{1}{2} M \cdot 2mgh_1/M = mg(h-h_1) + mgh_1 = mgh.$$

当地球与物体之间的作用力发生变化时, 设物体移动的距离为 ΔS , 根据动量守恒定律可以得到地球移动的距离为 $\frac{m}{M} \Delta S$, 当 ΔS 趋向于0时, 作用力可以近似看做常数, 记为 F , 由功能原理得 $F \Delta S = \frac{1}{2} mv_1^2$, $\frac{m}{M} \Delta SF = \frac{1}{2} Mv_2^2$, 势能减少为 $F \Delta S + \frac{m}{M} \Delta SF = F(\Delta S + \frac{m}{M} \Delta S) = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} Mv_2^2 = \Delta E_k$, 机械能守恒定律成立, 然后积分可以得到整个过程机械能守恒定律依然成立, 恒力与变力是一致的, 因此下面之研究恒力即可.

如果物体的初速度为 v_0 , 方向为从物体指向地球. 则根据运动学知识可以得到 $v_1^2 - v_0^2 = 2g(h-h_1)$, $v_2^2 = 2mgh_1/M$, 到达A点时系统的动能之和为 $\frac{1}{2} Mv_2^2 + \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} M \cdot 2mgh_1/M + \frac{1}{2} m \cdot 2g(h-h_1) + \frac{1}{2} mv_0^2 = mg(h-h_1) + mgh_1 + \frac{1}{2} mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2} mv_0^2$. 当物

体的运动初速度反方向时, 同理可以证明也是成立的.

当物体的运动轨迹为曲线时, 以A点为参照系, 类比经典物理学的方法, 可以证明此时重力亦然为保守力, 在此从略. 当质点在一个星球的引力场中运动时, 我们可以把质点和星球看作一个系统. 由于这个系统没有受到外力的作用, 因此外力所作的功等于零. 另一方面, 质点在引力场中运动时, 没有光、电、热等其他形式的能量产生, 因此, 这是一个机械能守恒的系统. 对于质点而言, 机械能守恒的含义是, 当质点运动时, 其等效动能与等效势能之和 (机械能) 等于常数, 注意这里所说的等效动能等于 $\frac{1}{2} mv^2$, 这个结论都是成立的, 实际上这个结果是有天文观测依据的. 我们知道, 宇宙中有大量的行星围绕着恒星运行, 宇宙中还存在着大量的双星. 如果引力场不是保守力场, 那么行星每运行一周, 就要损失一部分能量, 因此, 无需多久行星必然坠落到恒星表面. 同样道理, 如果引力场不是保守力场, 那么无需多久, 两个围绕质心运行的双星必然相撞. 换句话说, 如果引力场不是保守力场, 宇宙中就不会存在着恒久运行的行星或双星. 而天文观测的结果表明, 宇宙中存在着大量的行星和双星, 而且它们的运行十分正常, 这一现象足以说明, 引力场是一个保守力场. 由于重力是保守力, 因此当物体运动的轨迹是曲线时, 只要非保守力做功为0, 结论仍成立, 即机械能守恒定律成立.

从上面的推导可以看出, 在地球与物体组成的系统受到合外力为0时, 系统内物体仍然在运动, 因此动量守恒定律看做是牛顿第一定律的推广会更好.

4、自由落体运动的再认识

上面的推导得出的结论与以地球为参照系得出的结论一致, 当时事实上是把地球质量认为无穷大, 以绝对时空为参照系得出的, 严格上讲是近似规律, 因为根据动量守恒定律可以得出 $Mh_1 = m(h-h_1)$, $h_1 = mh/(M+m)$, 此时以地球为观察者物体的运动速度大小为

$$\sqrt{2g(h-h_1)} + \sqrt{2mgh_1/M} = \sqrt{2gMh/(M+m)} + \sqrt{2m^2gh/[M(M+m)]}$$

$v_1 + v_2 =$

$=$

$\sqrt{2gh}(\sqrt{M/(m+M)} + \sqrt{m^2/[M(M+m)]}) \neq \sqrt{2gh}$, 与以地球为参照系得出的速度大小不相等, 当时推导机械能守恒定律是把地球质量视为无穷大, 本质上是在绝对时空中推导出来的, 实际上当M视为无穷大时上式等号成立, 这也符合唯物辩证法的量变质变规律. 从这里可以看出自由落体运动的计算得出的也是近似值.

设 $f(m) = \sqrt{2gh}(\sqrt{M/(m+M)} + \sqrt{m^2/[M(M+m)]})$, 可以证明 $f'(m) = \frac{1}{2} [M(M+m)]^{-0.5} > 0$, 在

牛顿力学里物体下落的速度确实与物体的质量有关, 质量越大下落越快, 但并不是亚里士多德所说的下落速度与质量成正比. 这个结果可以给出一个直觉解释, 随着物体质量的增加, 地球的加速度也在不断增加, 时间也会逐渐缩短. 由于一般物体的质量较小, 系统相对误差较小, 在实验中无法发现, 通过上式可以把实验结果与计算数据进行矫正, 只要 $v_{\text{实验值}} = v_{\text{理论值}} (\sqrt{2gMh/(M+m)} + \sqrt{2m^2gh/[M(M+m)]})$, 即可以说实验是完全成功的.

伽利略当年的理想实验是把地球质量当做无穷大的出的近似结论, 没有考虑到随着物体质量的增加, 地球加速度变大的因素. 伽利略当年所做的两个铁球同时着地是正确的, 因为在惯性系里观察此时地球的加速度确定(两个铁球的引力产生), 铁球的加速度确定, 所以同时着地. 用不同质量的铁球做实验, 得出下落的时间应该不同, 但是变化极其微小, 远不如空气阻力产生的影响, 实验中也无法观察.

类比于上面的分析平抛运动、斜抛运动等物体在重力场中的运动规律也是近似规律, 但是系统相对误差极小, 生产实践中可以不予考虑, 在研究天体运动中必须考虑.

5、机械能守恒定律与力学相对性原理

在上面的推导中, 由动量守恒定律得 $mv_1 - Mv_2 = 0$, 若以一观察者相对于A点以速度 v_0 匀速运动(方向为从地球到物体), 此时得到系统的初始状态的机械能为 $\frac{1}{2}(M+m)v_0^2 + mgh$, 末状态的机械能为

$$\frac{1}{2} m(v_1+v_0)^2 + \frac{1}{2} M(v_2-v_0)^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 + \frac{1}{2} Mv_1^2 + \frac{1}{2} Mv_0^2 + mv_1v_0 - Mv_2v_0 = mgh + \frac{1}{2} Mv_0^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 + v_0(mv_1 - Mv_2) = mgh + \frac{1}{2} (M+m)v_0^2, \text{机械能守恒定律亦然成立.}$$

若以一观察者相对于A点以速度 v_0 垂直于地球与物体的连线运动, 此时得到系统的初始状态的机械能为 $mgh + \frac{1}{2} (M+m)v_0^2$, 末状态的机械能为 $\frac{1}{2} m(v_1^2+v_0^2) + \frac{1}{2} M(v_2^2+v_0^2) = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 + \frac{1}{2} Mv_2^2 + \frac{1}{2} Mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2} (M+m)v_0^2$, 机械能守恒定律也成立.

若以一观察者相对于A点运动, 方向为与地球、物体连线成 θ 角, 则根据运动的合成与分解, 可以分解为平行于地球与物体的连线和垂直于地球与物体的连线两个方向, 两个方向分别满足力学相对性原理, 根据运动的独立性原理可知此时力学相对性原理依然成立.

从上面的讨论可以看出, 机械能守恒定律对所有惯性系均适用, 机械能守恒定律满足伽利略变换不变性. 机械能守恒定律满足力学相对性原理, 依然可以归结为牛顿力学的一部分, 从而使牛顿力学体系更加严密, 体现了经典力学的统一与和谐, 作为牛顿定律的逻辑推论.

6、机械能守恒定律与非惯性系

机械能守恒定律虽然当初是以地球为参照系推导出来的, 但是由于地球是不严格的惯性系, 以此来考察力学相对性原理自然不成立, 从而使机械能守恒定律与牛顿力学割裂开来, 使经典力学的结构体系出现了裂痕, 从而引发了一场大讨论, 虽然当初牛顿力学是在地球上通过实验以及数学抽象得出的规律, 但是它仅仅是近似值, 而这里是理论上研究其精确值, 自然会出现矛盾. 下面推导其系统相对误差的大小:

由上面的推导可知, $mv_1 = Mv_2$, $v_2 = mv_1/M$. 以地球为参照系物体到达A点时系统的机械能为物体的动能 $\frac{1}{2} m(v_1+v_2)^2 = \frac{1}{2} m(v_1 + mv_1/M)^2 = \frac{1}{2} mv_1^2(1+m/M)^2$, 开始时的机械能为 $mgh = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} Mv_2^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} M(mv_1/M)^2 = \frac{1}{2} mv_1^2(1+m/M)$, 系统误差为 $\frac{1}{2} mv_1^2(1+m/M)^2 - \frac{1}{2} mv_1^2(1+m/M) = \frac{1}{2} mv_1^2(1+m/M)m/M = mgh \cdot m/M = m/M \cdot mgh$. 系统相对误差为 m/M , 由于一般物体的质量与地球质量相去甚远, 所以系统相对误差较小. 如果把物体作为参照系, 系

统相对误差为 M/m ，可以说机械能守恒定律根本不成立。当把地球质量视为无穷大时，系统相对误差为0，当观察者相对于地球匀速运动时，由于前后地球的动能均为无穷大，机械能守恒定律依然成立，力学相对性原理成立，因此不少文章探讨机械能守恒定律以地球为参照系亦然满足力学相对性原理。在生产实践中直接利用机械能守恒定律在相当高的精度上仍然成立，当物体的质量越来越大时，系统相对误差会越来越大，例如用讨论地球与月球之间的运动时误差便比较大了，因此笔者认为讨论地球卫星的运动可以利用机械能守恒定律，讨论行星与其卫星之间的运动关系就不能直接利用机械能守恒定律了。我们不能因为物体的质量小，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，地球质量大，机械能守恒定律严格成立，并且满足力学相对性原理，这也不符合物理学中的对称性原理和玻尔提出的对应原理。对应原理是物理学的原理，于1923年被玻尔提出，同一个物理世界，仅仅因为物体大小的不同，就需要不同的两个理论来描述，这显然是荒谬的。对应原理表明：新理论不是把旧理论根本推翻，而是在旧理论适用的领域中，新理论的结论过渡到旧理论的结论；包含某种特征参量的新理论的数学工具（基本方程及其推论），在特征参量具有适当数值的情况下，自动转变为旧理论的数学工具。

当物体的初速度在地球与物体连线的方向的分速度不为0时，误差会发生变化。下面来推导这一结论：假设物体相对于地球的初速度为 v_0 ，方向为指向于地球，其它方向推导类似，在此省略。以地球为参照系物体到达A点时系统的机械能为物体的动能 $\frac{1}{2} m (v_1+v_2)^2 = \frac{1}{2} m (v_1 + mv_1/M)^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M)^2$ ，开始时的机械能为 $mgh + \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} Mv_2^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} M (mv_1/M)^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M) + \frac{1}{2} mv_0^2$ ，系统误差为 $\frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M)^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M) - \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M)m/M - \frac{1}{2} mv_0^2 = mgh \cdot m/M - \frac{1}{2} mv_0^2 = m/M \cdot mgh - \frac{1}{2} mv_0^2$ ，此时系统相对误差为 $m/M - \frac{1}{2} v_0^2/gh$ 。

如果固守地球是足够好的惯性系，就可能进一步得出太阳围绕着地球转的错误结论。现在不少专家、教授都认为之所以地球不是严格的惯性系，是因为受到了太阳等其它星体的引力以及地球的自转的影响，可是太阳等其它星体对于地球及其附近的物体产生的加速度差距不大，根据广义相对论原理其影响可以忽略，以地球为参照系机械能守恒定律不满足力学相对性原理的根本原因在于它们之间的引力使得地球成为非惯性系，由于引力使得原来的惯性系成为非惯性系从而牛顿力学与狭义相对论失效，才促使爱因斯坦研究广义相对论。

通过上面的分析，由于机械能属于系统，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，以地球为参照系机械能守恒定律近似成立，这样才符合对称性原理。由于系统相对误差比较小，实验中难以观察，但是由于静电力和万有引力的类似，为了放大实验的效果，可以把两个质量相等并带有大量异种电荷的两个物体放在一条直线光滑绝缘导轨上观察现象可以验证上面的结论，以一个物体为参照系得出的机械能并不守恒，随着一个带电体质量的增加，系统相对误差越来越大，两个带电体相遇的时间会变短，从而得出机械能守恒定律和自由落体运动的规律若以地球为参照系只是近似成立。

当参照系相对于地球作匀速运动时，系统相对误差会发生变化，下面推导这一结论——当观察者以 v_0 的速度相对于地球匀速运动时，方向从地球指向物体（其它方向推导类似，在此省略）。开始时系统的机械能为 $\frac{1}{2} (M+m) v_0^2 + mgh$ 。到达A点时，以A点为参照系，物体的速度为 v_1 ，地球的速度为 v_2 ，观察者的速度为 $v_2 + v_0$

，两者的方向相反，根据伽利略变换，观察者测到物体的速度为 $v_0 + v_1 + v_2$ ，此时的机械能为 $\frac{1}{2} Mv_0^2 + \frac{1}{2} m (v_0 + v_1 + v_2$

$)^2 = \frac{1}{2} (M+m) v_0^2 + \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 + mv_1v_0 + mv_2v_0 + mv_1v_2$ ，系统误差为

$\frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 + mv_1v_0 + mv_2v_0 + mv_1v_2 - mgh = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 + mv_1v_0 + mv_2v_0 + mv_1v_2 - \frac{1}{2} mv_1^2 - \frac{1}{2} Mv_2^2 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mv_1v_0 + mv_2v_0 +$

$mv_1v_2 - \frac{1}{2} Mv_2^2 = \frac{1}{2} m (mv_1/M)^2 + mv_1v_0 + m (mv_1/M) v_0 + mv_1 (mv_1/M) - \frac{1}{2} M (mv_1/M)^2$

$= \frac{1}{2} mv_1^2 (1+m/M) m/M + mv_1v_0 (1+m/M) = mgh \cdot m/M + mv_1v_0 (1+m/M) = m/M \cdot mgh + mv_0$

$\sqrt{2ghM/(M+m)}$, 此时系统相对误差为 $m/M + v_0 \cdot \sqrt{2M/gh(M+m)}$. 当 $v_0=0$ 时, 即为上面的结果, 测量值大于实际值. 当把地球质量视为无穷大时, 根据动量守恒 $v_1=0$, 误差为 0, 力学相对性原理成立.

当运动物体的速度比较大, 要求的精确度比较高时 (这种修正需要考虑到引力的变化.), 建议对数据进行修正, 由于上面的推导在牛顿力学范畴内进行, 不妨把这种修正称为牛顿力学效应, 对应于狭义相对论效应和广义相对论效应, 根据牛顿力学效应可以对水星近日点的进动重新进行计算.

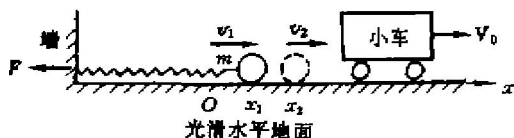
这场大讨论的出现裂痕的症结在于是否把地球的质量视为无穷大, 如果视为无穷大, 机械能守恒定律满足力学相对性原理, 否则不满足力学相对性原理. 如果地球的质量视为无穷大, 管靖、高炳坤教授等人关于机械能守恒定律不满足力学相对性原理的实例便不存在了.

力学相对性原理是从两个惯性系同时考察同一系统, 选择非惯性系考察同一系统, 不能验证力学相对性原理. 高炳坤教授与管靖教授等在非惯性系中运用牛顿力学、伽利略变换自然得出错误的结论, 例如高炳坤教授在《地球所受的一种易被忽视的惯性力》^[6]中例举的实例说明机械能守恒定律不成立, 不能说明机械能守恒定律不满足力学相对性原理. 高教授只能引入惯性力说明, 在不引入惯性力的前提下, 假设在一个孤立系统中一个星球以及其附近一个物体, 以相对于星球匀速运动的观察者得出的结论依然是机械能守恒定律不成立, 本质上是选择了非惯性系又运用牛顿力学、伽利略变换来研究是错误的, 力学相对性原理严格讲仅适用于低速运动的惯性系, 对于高速运动的惯性系, 只能利用狭义相对论, 对于非惯性系只能利用广义相对论来研究.

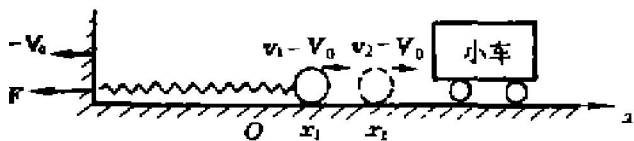
当合外力的功为零和非保守内力的功为零时机械能不再守恒, 机械能的增量等于惯性力的功.

高教授在《“机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨》^[7]和《能量追踪》^[8]中的问题的症结也在这里, 只能引入虚拟的惯性力. 不过笔者认为高教授认为此时地球不是惯性系是因为太阳等其它星体的作用是错误的, 应该是物体的引力使地球不是严格的惯性系, 只有这样才能计算其加速度, 否则太阳等其它星体使地球产生的加速度无法计算.

下面以高炳坤教授在《力学中一个令人费解的问题》^[9]中实例说明一下上述观点. 如下图所示: 一倔强系数为 K 的轻质弹簧, 一端系在墙上, 另一端系一质量为 m 的小球, 小球处于光滑的水平地面上, 在平衡位置 O 附近振动, 一小车沿水平方向恒速 v_0 运动, 试问: 从地面或小车上看, “弹簧和小球” 这个系统的机械能是否守恒? 并分析之.



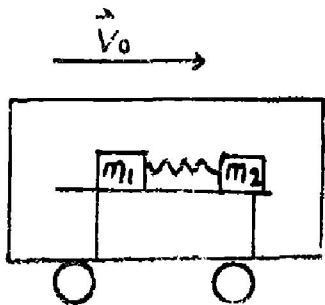
分析: 若以地面为参照系, 是把地球当作严格的惯性系, 与绝对空间中的一点无任何区别, 当然机械能守恒. 若以小车为参照系——此时亦然是惯性参照系, 墙对该系统的作用力做功, 系统的机械能不守恒. 笔者认为此时的系统事实上不包括地球, 非保守力对于系统的做功不为 0, 因此机械能不守恒, 高教授引入外力 F 考察功能原理, 当然功能原理成立, 高教授的推导也证明了这一点. 如图 3:



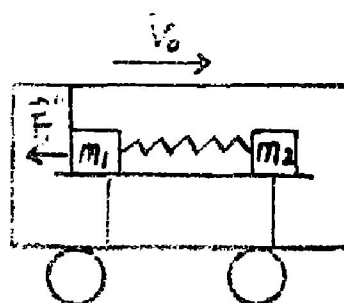
在地面上看: $\frac{1}{2} Kx_1^2 + \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} Kx_2^2 + \frac{1}{2} mv_2^2$, 从小车上看: 整个地球以速度 $-v_0$ 运动, 外力 F 要作功, 故 “弹簧和小球” 这个系统的机械能不守恒. 推导过程参阅^[9], 在此从略. 从小车上看, “弹簧和小球” 这个系统的机械能虽然不守恒, 但功能原理成立.

若把地球、弹簧和小球视为一系统的话, 那么该系统便不受外力了, 此时小车便不再是惯性参照系了. 因为弹簧给地球的作用力使地球产生了加速度, 地球不是惯性系了, 功能原理也不成立了. 对于一个只有保守内力而无外力的系统而言, 它在惯性参照系中的机械能必守恒, 在非惯性系中的机械能便不守恒了, 但不能说机械守恒定律不满足力学相对性原理. 张淑芳教授在《机械能守恒定律违背力学相对性原理吗》^[10]列举的两个实例进一步说明了上述观点:

1、如图4，在匀速直线运动的汽车上，固定一光滑水平桌面，桌面上放置着由木块 m_1 、 m_2 和轻质弹簧构成的振动系统.该系统在桌面和地面两个参照系中，均满足机械能守恒条件，故在两个参照系中，机械能者守恒.(弹簧开始处于压缩状态)



(图4)



(图5)

2、在上例中，把 m_1 固定在桌面上，情形就不同了，以桌面为参照系时，满足 $dw_{外}=0$ ， $dw_{内非}=0$ ，系统的机械能守恒.以地球为参照系时，外力 F 做功，系统的机械能不再守恒.

白静江在《两体问题中的功能原理及机械能守恒定律》^[11]中列举的实例也说明了这个问题.例1 如图6所示，地球围绕太阳作椭圆运动，如果忽略其它星体的作用，试问：1)以太阳为参照系观察地球，其机械能守恒否？2)在相对于太阳以恒速 u ($u \ll c$)运动的飞船在观察地球，其机械能守恒否？



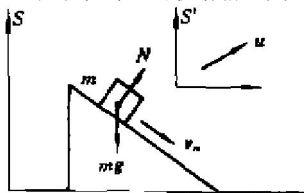
(图6)

分析：(1)以太阳为参照系观察地球，机械能守恒定律不成立，但由于太阳加速度非常小，可认为近似成立.

(2)在相对于太阳以恒速 u 运动的飞船中观察地球，由于是非惯性系，机械能守恒定律也不成立.

下面的例子与上面类似，分析在此从略.

例2 如图7所示，质量为 m 的滑块沿光滑斜面自由下滑，试讨论：在地面观察及在相对于地面以恒速 u 运动的参照系中观察 m 的机械能守恒否？



(图7)

在非惯性系中，惯性力起着和“普通力”一样的作用，惯性力也可以通过做功来改变系统的动能.因此在非惯性系考虑到惯性力，并引进相应的功和势能，非惯性系中的动力学方程、动能定理及机械能守恒定律还是可以沿用的.^{[12] [13] [14] [15]}

由于引力的存在，任一物质的参考系总有加速度，因而不可能有真正的惯性系.只不过尺度越大，物质越稀疏，相应的引力越弱，因而能找到更好的近似惯性系.惯性力是非惯性系自身的加速运动在质点上的反应，而不是一种物质间的相互作用.高教授在《“机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨》^[7]和《能量追踪》^[8]中的问题的症结也在这里，只能引入虚拟的惯性力，主要是高教授受到马赫思想的影响，惯性力是真实的，它来自遥远天际的群星，既然惯性力可以做功，那遥远天际的群星与被做功的物体之间就有能量交换，爱因斯坦尽管开始信奉马赫的观点，但广义相对论最终还是放弃了马赫原理.爱因斯坦指出依据马赫原理应该期望：(1)在物体附近有物质堆积时，它的惯性质量应增加；(2)邻近物体作加速运动时，此物体应受到一个与加速度同方向的加速力；(3)转动的中空物体，必在其内部产生径向离心力与科里奥利力.实验发现，广义相对论中的这些效应确实存在，但不象马赫原理期望的那么大.广义相对论给出了介乎牛顿立场与马

赫立场之间的中间立场. 比较彻底地贯彻了马赫原理的是Brans - Dicke理论, 而不是广义相对论. 爱因斯坦在1954年说出了下面这段话: “在我看来, 我们根本不要再继续谈论马赫原理了. 该原理是在这样的一个年代产生的, 那时人们认为有重物质是唯一的物理实在, 并且认为要在理论中有意识地避免一切不由有重物体完全决定的元素. 我完全清楚这一事实: 有很长一段时期, 我也受到这种顽固思想的影响.”

在广义相对论中任何物体都沿着自己的短程线运动, 经典力学中的这些困难才避免. 广义相对论中的短

程线方程是 $\frac{dU^\nu}{d\tau} = -\Gamma_{\alpha\beta}^\nu U^\alpha U^\beta$, 式中 U^α 是 4 维速度, $dU^\nu/d\tau$ 是 4 维加速度. 这个式子的数学意义是, 4 维加速度是 4 维速度的二次函数. 可见爱因斯坦在解决引力传递问题时巧妙应用了 $m^{(G)} = m^{(A)}$

这一基本物理事实而得到广义相对论 $\Delta w^{(G)} = \frac{2GM_0 w^{(G)}}{c^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$, $\Delta E^{(G)} = 0$.

7、主要结论

本文通过上面的分析得出, 在不引入惯性力的前提下, 牛顿定律、功能原理(动能定理)、机械能守恒定律仅适用于绝对时空观下的低速惯性系, 对于非惯性系不成立, 只能利用惯性系检验力学相对性原理. 由于机械能属于系统, 以物体为参照系机械能守恒定律不成立, 以地球为参照系机械能守恒定律只能说是近似成立, 这样才符合对称性原理和对应原理, 以地球为参照系机械能守恒定律不是牛顿定律的直接推论. 当一个物体的质量相对于另一个物体的质量非常小, 几乎可以忽略时, 以较大物体为参照系可以近似利用机械能守恒定律.

何时把地球当做惯性系, 关键在于根据研究问题的需要, 是否考虑地球的加速度, 由于势能属于系统, 因此从理论上严格考察机械能守恒时需要考虑其加速度. 只有把地球质量视为无穷大时, 以地球为参照系和以相对于地球匀速运动物体为参照系, 机械能守恒定律才满足力学相对性原理, 严格考察自由落体运动时也需要考虑地球的加速度. 功能原理与机械能守恒定律满足力学相对性原理, 是经典力学的重要组成部分.

参考文献:

- [1] 爱因斯坦A. 相对论的意义[M]. 北京: 科学出版社, 1961. 16.
- [2] 福克B A. 空间、时间和引力理论[M]. 北京: 科学出版社, 1965. 19.
- [3] 爱因斯坦 相对论: 相对论的本质[A]. 爱因斯坦文集[C], 北京: 商务印馆, 1976. 455
- [4] 爱因斯坦 相对论的意义[M]. 北京: 科学出版社, 1961. 16
- [5] 爱因斯坦文集 第二卷[M]. 北京: 商务印书馆, 1979. 155
- [6] 高炳坤等 地球所受的一种易被忽视的惯性力[J]. 大学物理, 1991. 10(11): 46
- [7] 高炳坤 “机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨. 大学物理, 2000. 2: 20
- [8] 高炳坤 能量追踪. 大学物理, 2001. 3: 15
- [9] 高炳坤 力学中一个令人费解的问题[J]. 大学物理, 1995. 14(5): 20
- [10] 张淑芳 机械能守恒定律违背力学相对性原理吗, 邢台师专学报(综合版), 1995. 4: 82
- [11] 白静江 两体问题中功能原理及机械能守恒定律. 大学物理, 1997. 3: 11
- [12] 白秀英、贺彩霞 非惯性系下机械能守恒定律, 渭南师范学院学报, 2007. 3
- [13] 冯云光 非惯性参考系中的动能定理、机械能转换和守恒定律 铜川师范高等专科学校学报 2003. 7
- [14] 于全训、李晓霞、张晓路 非惯性系中的机械能守恒定律 曲阜师范大学学报 第25卷第三期
- [15] 龚照寿 在某些非惯性参照系中“机械能守恒定律”的运用 扬州教育学院学报 2005. 9

5/12/2014