对数学基础的 0 和 1 的新认识《中国科技纵横》2016 年 01 期

陆道渊

华东建筑设计研究院总院副总工程师， ldy247484@126.com
Recommended: 张洞生 (Zhang Dongsheng), 17 Pontiac Road, West Hartford, CT 06117-2129, USA,
zhangds12@hotmail.com, zds@outlook.com

Abstract 摘要: 发现并使用“实数”新概念，消除了理学中一切有关的重大悖论(请注意：学术研究中的矛盾一词，实质上分两种概念，必须要分清：1、一个命题自我否定，简称悖，必错；2、两个命题的互相否定,哪个错未确定。所以命题有 悖 就自我否定而不成立。）和疑难，并展示了消悖实例，使数学、理论物理学彻底浅简了。

[陆道渊. **对数学基础的 0 和 1 的新认识《中国科技纵横》2016 年 01 期.** *Academ Arena* 2017;9(12):26-29]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia. 5. doi:10.7537/marsaaj091217.05.

Keywords 关键词： 总段 **1**、〈自然数〉、〈量数〉、〈整数〉等。

正文 ： 学习和研究数学、物理学的人都知道，现行理学中有很多重大悖论和疑难；连逻辑主义数学家弗雷格也说‘逻辑在哪里出了毛病呢？很多人百思不得其解。这一问题直接威胁到数学的基础………

更重要的是，威胁到自然数的定义。’，还说‘对什么是 1 这样一个貌似简单的问题，尚未有一个完满的答案……否则，我们最终将弄不清楚负数、分数或复数。’（引自［3］）

数学家们也都哀叹现行数学的悖论灾难越来越深重了；有些数学家试图用“零（记为 0）和无限大（记为∞）是关于 1 的反演点，即 0∞＝1”的方法（引自［1］的 8 页）来躲避如影随形的悖论，但更不通了，因为现行的所谓“实数”已荒谬的规定“0 是整数、偶数，但不能做除数”；而且 0 既然是“实数轴”的始点，而∞却在无限的遥远，

图1

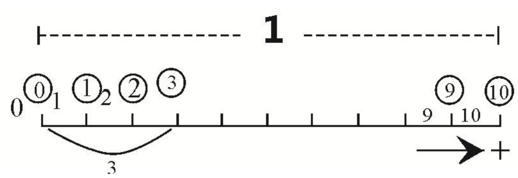


图2

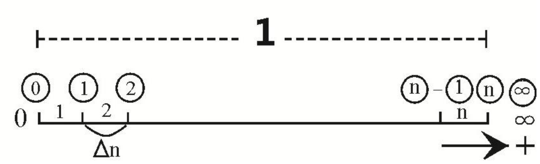


图 2 显示出四点： 第Ⅰ、总段（总段用粗体 **1** 标志，以区别于分段 1）的始点是**0**；**0**是 0 的编号；第Ⅱ、如果反序读正半轴的 n，则也出现负号，这说明正负符号与有序积段 n 本身无关（例如钱这数量，其本身是没有正负的，只在使用时才出现正负。）；第Ⅲ、如把每一分段△n 继续不断十等分，则**n**→**∞**，但**n**≠**∞**，否则△n＝**1**/**∞**=0，总段就也不是真正的反演。明摆着，是“实数”有毛病，即“实数轴”为无限的直线是错误的。

令人惊喜的是，如把“实数轴”改为有限的线段，则整个现行数学基础就被革命性纠正，从而所有相关的悖论和疑难也随之全部消除。

于是，所谓“实数”就有了其新概念〈数〉（用〈〉 表示新概念）。

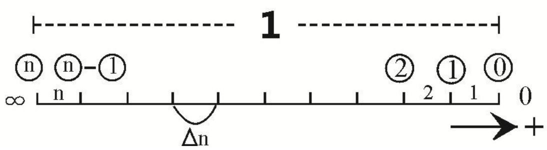
一、“实数”的新概念 先取“实数轴”的正半轴射线改为线段，再把它有限等分，并把有序性编号①、②、③…从左向右标在相应的分点上，则 1、2、3…等称为有序积段，而①、②、③…是其分点的编号，如图 1。对这同一线段，当有序编号**n**增大，则等分分段△n 间隔缩小（符号△专使△n≡1），如图 2。

不存在了，这就有悖；这证实了**∞**不属于总段 **1**，即**n**和**∞**分别属于 **1** 和∞而在两者界点的编号。所以编号为**∞**的∞不在总段上，而是总段 **1** 的终端

ꞑ之外的空间。但现行的“实数轴”是无限的射线，才使数学家们把ꞑ…当成ꝏ了（注意：现行数学中 n…和 n→∞混同），这是“实数”有缺陷的根本原因；第Ⅳ、不管编号ꞑ如何增多，恒有△n＝1，

即等分分段△n≡1。

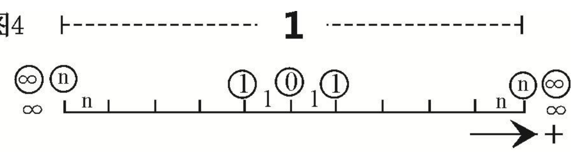
图3



同理，现用的负半“实数轴”用上述办法也可显出这四点，如图 3。

然后把图 2、图 3 在⓪点连接成一条线段，就成了一条完整的新数轴，如图 4。当无轴排序时，才在编号前加负号表示左序。显然整个新数轴

图4



由四个图可知，0 是不真的数，因为它没有长度，因此 0 在新概念中仅表示‘无’、‘空位’等。由图 4 可看出，0 是微观的‘无’，∞是宏观的‘无’，作为数都是不真的。要有总段 **1**，才能被有限多的编号ꞑ等分后得到有限多的有序的积段 n；如果没有总段 **1**，就会把有序编号ꞑ误认为就是有序积段 n；

据上述知，把总段 **1** 按有序编号ꞑ等分后，各从始点到ꞑ的点的有序积段 n 称为〈自然数〉；

但这〈自然数〉n 是有限的，所以是新概念，其数轴是新概念数轴。

注意：事实上总段 **1** 不是〈自然数〉的 1，因为它不是由等分得到，因而没有编号，所以不是数。

不连续的〈自然数〉叫〈整数〉。所以〈整数〉中没有正号、负号和不真的数 0、∞ 。

数学范畴不能引入各种量，因而没有量纲（量纲即量度单位），以致人们不会区别〈纯数〉和〈量数〉两个概念，现在有了新概念〈自然数〉，就可区别〈纯数〉和〈量数〉了，例如 m /n 和 m /ꞑ，虽然两者都是〈自然数〉之间关系性式子的数，但前者是〈纯数〉而后者是〈量数〉。

进而，一切小数无论是‘有理的，无理的，或超越的’，实质上都是物理元素间或几何元素间的关系的值，亦即仅由〈自然数〉n（ꞑ是其编号）间按各种 关系 性 运 算 符号 组成的式子产生，如 0.6=3／5、0.42…=3／7、1.414⋯=√2、π＝L／D【注意，在没有量纲的条件下， L，D 都只能是（存在性的)〈整数〉，不可能是(关系性的)小数；因为总可以用最小的度量单位，能使小数点消去。】、$e=1+1/2!+\cdots\cdots+1/n!$ 等。

有了 新概念〈自然数〉，就知道任何小数在表达上都没有独立性（须由〈自然数〉组成的式子表出），而且甚至没有完全性（如无限小数须仍以总段 **1** 标出，其积段编号为两组ꞑ。总段 **1** 的两端之外都是∞了，也即两端点都是 n 与∞的界点，都标着公共编号ꞑ--ꝏ，很容易把ꞑ…和ꞑ →ꝏ混同，请看图 4）。

取近似值），所以都不能标在新概念数轴上。有了〈自然数〉，还容易区分无限小数中的“无理性和超越性”，如无限小数、无理数 3／7、 √2 这两式中的 〈整数〉 是确定的，而 L／D、 1＋1／2！＋⋯＋1／n！中〈整数〉 是不确定 的，这就是e、π为何具有‘超越性’的原因。显然，这一判断方法是简明有效的（而康托用数轴判断法是错误的，因为凡小数都是关系性的，在数轴上是没有的。

由新概念数轴可看出，<整数>n 表示‘有限大’，其编号θ表示‘有限多’；同理，0 表示‘无大’，其编号ꞑ表示‘无多’，∞表示‘无限大’，ꝏ表示‘无限多’。这就证实了，数学家们为躲避悖论所用的“0 和∞是关于 1 的反演点，即 1／0→∞”是错误的，须纠正为用新概念表达的 **1**／0＝ꝏ才正确，因为θ和ꝏ分别是总段 **1** 的两个反演端点，这 **1** 才是真正的‘反演段’（不是“反演点”；请参看图 4）；这与上面论证相印证。

上面已证实，正负号是附着〈整数〉的而不是含在其中的，于是可得虚符 √（－1）=√（－）√1= i 从而 i 也是附着〈整数〉而不是含在其中的，所 以‘虚数’实质是〈虚符〉，仅起隔开、过渡和连接等作用,如‘复数’a＋i b，实质是两〈整数〉a 和 b 由〈虚符〉i 连接而成。

概括上述，总称为“实数”的含义不合事实，应改称为〈数〉，表示新概念：〈数〉包括由总段 **1** 所产生的真的数〈自然数〉n 和其编号ꞑ、不真的数 0、∞和其编号θ、ꝏ，和由〈自然数〉n 和其编号ꞑ按各种关系性运算符号组成的式子产生的各种

小数。用〈虚符〉连接的〈数〉可依旧称为‘复数’。

最后，还须提醒四点：

第Ⅰ、既然在新概念的数轴上，不存在各种小数，所以还证实了与“实数”相关的所谓“开区间”、“闭区间”也是假概念，由新概念编号ɳ取代， 这极大的浅简了高等数学。

第Ⅱ、函数关系性（不管是几何关系或是物理关系）的数，不是坐标轴（坐标轴由数轴组成）上本身所有的存在性的数。所以，坐标轴上，只能标上存在性的数即新概念〈自然数〉；当用到不同函数 式的分数、小数和无理数时，只能临时在轴上点 出。 第Ⅲ、上述证实了，客观只存在‘线段’，即 ‘线段’是真概念，而‘射线’和‘直线’应分别 是‘一个端点暂未确定的线段’和‘两个端点都暂 未确定的线段’的简称。 第Ⅳ、由 **1** / 0＝ꝏ和 **1** / θ＝∞ ，证实了 0 是微观的‘无’,∞是宏观的 ‘无’；‘无’即‘空间’，

1 表示总‘物质’；这表达了宇宙有限和无限的统 一。 二、解决现行数学中几个已公认无法解决的悖 论和疑难的实例【现在有了“实数”新概念〈数〉， 解决这些悖论连初中生都可轻松看懂】

1、“整体等于其局部”悖论和对其解决： 现教书依据所谓“实数”，用康托的“一一对应法和势的大小”证出“自然数与其正偶数（或正奇数）一样多”，从而得出“整体等于其局部”。 解决：由于新概念〈自然数〉是有限的，即知 这是悖论。

2、“康托集”悖论和对其解决： 现行科教书关于“康托集”的表述是（引自［2］ 363 页和 366 页）：“把区间 [0，1]（即长度为 1 的线段）三等分，弃中间子区间（1/3，2/3）；如此 连续弃中，问弃的数多还是剩的数多？”，“经运 算，所弃的子区间之和的长度 A=1；但还剩点集 X，其元素（即长度为零的点）有无穷多；用一一对应法，点集 X 的元素与长度 A 中的元素一样多”；与我们的习惯思维似有矛盾……全部区间都扔掉了，但像没扔掉。” 上面引文显示，编著者实际已承认了其“证明” 是悖论；事实上，所弃的和还剩的都不是“点集” 而是‘段集’（即其元素都是长度不为零的小线段）。 书已承认了该“假设”是无法解决的第一难题。 解决：由新概念〈自然数〉知，该“假设”是 “整体等于其局部”悖论的一般化，这等于已得到 解决。

4、罗素悖论的解决：罗素在研究自然数时发现了罗素悖论： ‘集包含自身为元素’。第三次数学危机由该悖论的提出引起；至今没有解决。 解决：如用新概念的〈自然数〉，因总段 **1** 不 是分段的 1，即总段 **1** 不是〈数〉，就不会‘集包 含自身为元素’，于是 罗素悖论即得解决。

5、‘费马大定理（$x^n+y^n=z^n$,当 n> 2 时，无正整数解）’疑难的解决： 现行科教书依据现行 “实 数”概念,宣称该‘定理’由怀尔斯在 1995 年成功 证明，但数学家们都认为怀尔斯的证明太冗长、不 浅简，因而其证明性不强（注意，费尔马在关于这 不定方程的待求正整数解这页的空白处写道：‘…………我已发现了这个美妙证法，可惜这里的 空白地方太小，写不下。’；这证明费尔马的‘美 妙证法’是很简短的。） 如用新概念〈自然数〉，可简洁证明如下： 首先，应把费马定理式子重新写成 xɳ+yɳ =zɳ，这是因为由“实数”新概念，指数只能是以< （因为过自然空间中一点只能引两两互相正交的三 条直线。），所以当ɳ>③，该定理式子的 x、y、z 就都不成线段，从而就不存在，所以没有<整数>解； 当ɳ＝①、ɳ＝②，已知有<整数>解；当ɳ＝③， 人们已证没有<整数>解。所以当ɳ>②时，xɳ+yɳ =zɳ无<整数>解。证毕。 所以，失逸的费尔马的 ‘美妙证法’，必是这种证法。

6、现行教科书中两个疑似已解决的著名悖论（即‘庄子悖论’和‘芝诺悖论’，请看［1］的第 3 和第 9 页）, 其实并没有真的解决，原因就是没有 积段 n 和分点编号ɳ之分，即虽知ɳ →ꝏ，却不 知 ɳ≠ꝏ，进而把ɳ和ꝏ两个编号混同了，才说出“无限段路程之和可以是有限量”（引自［1］的第 3 页末；注意，此话是具体、清楚的低劣错误，出 于数学家之口，实为数学的悲哀）这种有悖的“结 论”；从而没能真正解决这两个悖论。所以，只有 知道新概念<自然数> n 是有限的，即ɳ→ꝏ但ɳ≠ꝏ，表达了ɳ仅具‘未知性’而不具‘无限性’，从而不会把ɳ…和ɳ→ꝏ混同（由图 4 可直观看出，解决：用新概念〈自然数〉，所谓“区间 [0，1]” 总段 **1** 的终点是 n 与∞的界点，标着公共编号ɳ（注意，有了〈自然数〉的‘编号’，“区间” --ꝏ，如不知此公共编号，就会把ɳ…和ɳ →ꝏ 已被‘编号’取代，即所谓“开区间”、“闭区间” 混同，从而不 知ɳ≠ꝏ而有悖了），才使这两个 已被否定）实即总段 **1**，其终点编号θ，即所弃 著名悖论得到真正的彻底解决。 的“子区间”总长度为 A，而所剩的区间之和的长 所以，这实例 6，应概括为一句直观而浅简的 度为 a；所以 A 远大于 a。于是该悖论解决。 实质性表述：总段 **1** 是物质性的，n 是其积

段，而每 3、“连续统假设”悖论和其解决：现行科教 分段恒为 1，于是有 n÷1＝𝕟，这编号𝕟就有限；

当此确定线段被长度为 0 除，有 n÷0＝ꝏ，即得编号ꝏ；于是𝟘和ꝏ分别表示与总段 **1** 的始点、终点紧贴的微观的‘无’和宏观的‘无’（注意，‘无’即‘空间’）；所以只有区分了 n 和𝕟、∞和ꝏ，这两著名悖论才彻底解决。

（本文为简，更多实例，略。另，本文不涉纯‘数论’，这是因为纯‘数论’是专究数的奇、偶、素等的十进制特性而与<数>的物理性无关。）

显然，使用“实数”的新概念<数>，能消除悖论而没有不良副作用。

参考文献：

1. 《话说极限》。张景中主编 梁昌洪编著 书号为 ISBN 978-03-023788-0 科学出版社出版。
2. 《数学聊斋》（第二版）。张景中主编 王树禾编著 书号为 ISBN7-03-013958-5。科学出版社出版。
3. 《当代英美哲学举要》。赵敦华编著。书号 IBSN7-80092-552-8 当代中国出版社出版。

12/25/2017