可恶的薛定谔猫

谭天荣

青岛大学 物理系 青岛 266071

ttr359@126.com

内容提要：如果把某一硬币一再地随手一掷，则它一会出现正面，一会出现反面，当我们多次掷硬币时，就会出现如下统计规律：大约有一半出现正面，一半硬币出现反面。掷硬币的次数越多，出现正面的次数与出现反面的次数就越趋于相等。在这种意义下我们说：在大量“掷硬币事件”中，出现正面的“相对频率”是 1/2。在同样的意义下，我们也可以说：单独掷一次硬币，该硬币出现正面的“概率”是 1/2。这一命题只是前一命题的一种“观念的反映”，而前一命题则是这一命题的“现实原型”。

按照波函数的概率诠释，波函数所给出的“概率分布”也是一种“观念的反映”，其“现实原型”则是大量电子所组成的电子“系综”的“统计分布”。可是，在某些场合波函数描写的对象却是单个电子。哥本哈根学派因此而误解了“概率”这一用语的含义，把“概率分布”误解为一种“现实的分布”，这种误解无异于说：单独掷一次硬币，该硬币出现半个正面和半个反面。由于波函数仅出现在微观世界，因此这种误解的范围仅限于微观世界，对于宏观世界，哥本哈根学派还保持着对概率的通常的理解，我把这种独特而又有限的对概率的误解，称为“哥本哈根迷误”。由于仅限于微观世界，“哥本哈根迷误”并不显得过分荒谬。

不幸的是，“薛定谔猫”这一理想实验，把原子衰变这一微观事件与猫的死亡这一宏观事件联系起来，使得“哥本哈根迷误”在宏观世界显现出来：当猫被置于箱中一小时以后，猫的状态的概率分布是：“猫死去的概率是 1/2，活着的概率也是 1/2。”这一概率分布的本来含义是：如果有大量的薛定谔猫，在同一时刻被置于有相同的装置的钢箱中，则过了一小时以后，大约有一半猫死去，一半猫还活着。由于哥本哈根迷误，人们不得不把这一概率分布理解为“一小时以后，箱中的猫是半个死猫与半个活猫的混合物”。这样，薛定谔就充分揭示了量子力学的“哥本哈根诠释”的荒谬性。[New York Science Journal. 2009;2(1):57-68]. (ISSN: 1554-0200).

关键词：薛定谔猫；不确定性；概率分布；波函数；哥本哈根迷误

引言

1935 年，薛定谔提出了一个现在称为“薛定谔猫”的理想实验，对量子力学的哥本哈根诠释提出质疑，其大意如下：

把一只猫和一个扳机同置于一个钢箱中，扳机的构造如下：放入盖革计数器中的少量放射性物质在一个小时内有原子衰变和没有原子衰变的概率相等，如果它有原子衰变，计数器就产生反应，并作用于一个连着一个小锤的继电器，使小锤打碎一个装有氢氰酸的瓶子，从而毒死关在箱中的猫。猫不能直接接触扳机，因此，如果一小时之内放射性物质没有原子衰变，猫就还活着。按照量子力学的哥本哈根诠释将得出结论：“一个小时以后，钢箱中将有半只活猫与半只死猫混合在一起，或者模糊不清。”

据说这个理想实验使某些量子物理学家们极为困惑、愤怒甚至憎恨，以至于“希望薛定谔猫死去”，“像恐怖电影那样从视线中消失”，鼎鼎大名的霍金听到薛定谔猫的时候，“忍不住要去拿他的枪了。”

为什么薛定谔猫这个理想实验会如此招人憎恨呢？

一个语义上的错位

我们即将看到，薛定谔猫所揭示的问题与概率的概念密切相关，因此，在考察薛定谔猫之前，让我们先考察“概率”这一用语。

如果谁经常作概率论教程中的习题，他就会知道，概率实际上是对单个事件而言的；但是，与概率有关的统计规律，却是关于一系列事件的规律。这一事实使得概率这一用语具有颇为曲折的含义，让我们先考虑一个最简单的关于统计规律与概率的例子。

如果把某一硬币一再地随手一掷，则它一会出现正面，一会出现反面；但是，当掷的次数增多时，出现正面的次数与出现反面的次数将趋于相等；在任意给定的场合，当掷的次数足够多时，就可以认为出现正面的次数与出现反面的次数是相等的（即可以忽略出现正面的次数与出现反面的次数之间的微小差别）。

一枚硬币掷出并落定以后，可以拾起来再掷，这种情形使得上述事实作为统计规律的例子有一定特殊性。为了适用于更一般的情形，我们把它改写成为如下形式：

事实 1：如果把大量硬币随手一掷，则其中的有些出现正面，有些出现反面；但是，当掷的硬币足够多时，就可以认为出现正面的个数与出现反面的个数是相等的。

按照习惯，把“正面”或者“反面”称为硬币落定以后的“状态”，把相对频率的分布称为“统计分布”；用 G 表示在事实 1 中的“掷出并落定以后的大量硬币”的集合，再用(1/2, 1/2)表示“正面占 1/2；反面占 1/2”这一状态的“分布”，则事实 1 可表成：

G 中诸硬币的状态的统计分布是(1/2, 1/2)。

如果观察者知道而且也仅知道“a 是 G 是的一个元素”，则事实 1 也可表成：

a 的状态的概率分布是(1/2, 1/2)。

现在我们问：概率分布(1/2, 1/2) 所表现的到底是硬币的集合G的特征还是单个硬币a的特征？为了不受“概率”这一用语的先入为主的影响，我们先考虑如下两个命题的含义：

第一，分布(1/2, 1/2)表现集合 G 的特征；

第二，分布(1/2, 1/2)表现单个硬币 a 的特征。

第一个命题表示“在 G 中的大量硬币中，约有一半是正面，一半是反面。”这一点不会有疑义，但第二个命题就复杂多了。

阐明第二个命题的含义意味着回答如下问题：“某种分布，它描写单个硬币 a 的状态，一半是正面，一半是反面，怎么理解这一分布所描写的硬币 a 的状态？答案是一目了然的：“硬币 a 出现的状态是半个正面，半个反面！”

经验事实是：G 中的大量硬币确实约有一半出现正面，一半出现反面，因此统计分布(1/2, 1/2)表现集合 G 的特征；但 a 或者出现正面，或者出现反面，不会出现半个正面半个反面，因此，

分布(1/2, 1/2)所表现的并不是 a 的特征，这一点是丝毫不能含糊的。

但是，分布(1/2, 1/2) 作为G的特征，乃是G中的诸硬币的状态的“统计分布”，而不是它们的“概率分布”。事实上，根据概率的频率定义，事实 1 只能表成：“将一个硬币随手一掷，它出现正面的概率是 1/2。”在观察者恰好知道“a是G的一个元素”的前提下，这种陈述乃是用“概率”这一用语表现事实 1 时唯一可能的方式。如果在命题B中用G取代a，从而改写成“G的状态的概率分布是(1/2, 1/2)。”，它就不再是对事实 1 的陈述了。因此，从语义上说，作为概率分布，(1/2, 1/2)被看作是a的状态分布，这一点也是丝毫不能含糊的。

总之，从语义上看，命题 B 中的“概率分布”似乎描写了 a 的特征，但事实上，a 不会出现半个正面半个反面，从而并不具有分布(1/2, 1/2)所描写的特征。于是，我们有：

作为概率分布，(1/2, 1/2)是 G 的特征而不是 a 的特征，但(1/2, 1/2)却是 a 的概率分布而不是 G 的概率分布。

这是“概率”这一用语所固有的语义上的错位。这种错位使得概率分布(1/2, 1/2)、a 和 G 三者的关系极为微妙，我们把这种微妙的关系表成：“概率分布(1/2, 1/2)是在 a 身上映射 G 的特征量”。由此得出结论：

一个事件的概率，不是该事件的属性，而是在该事件身上映射一个“事件的集合”的属性。

这个命题不仅难懂，而且说起来也不清爽，简直像一个绕口令。然而，我们即将看到，这个命题却是理解“概率”这一用语的关键，是解开量子理论中的众多疑难的一把钥匙。

科学哲学家赖欣巴赫曾对概率的含义作过一个如下表述：“给个别事件以一个概率度是没有意义的，因为一个事件不能用一个概率度来计量。”但接着他又承认：“说概率对单个事件也具有意义是无害的、甚至有益的习惯，因为它引导人们对于将来作出评价，只要这种语言被翻译成一个关于一系列事件的陈述。”赖欣巴赫还说，逻辑学家可以把这种表达方式“视为具有虚构意义，代表着一种省略的说话方式……它只因为能被翻译为另一种陈述才是有意义的。”

赖欣巴赫在这里实际上已经弄清了“概率”这一用语所导致的上述语义上的错位，只可惜他混淆了“相对频率”与“概率”两个概念，从而表达得不够确切。按照我们的用语，赖欣巴赫的命题可表述如下：

“概率’与‘相对频率’是同一个比值，但‘相对频率的陈述’是对一系列事件的陈述；而‘概率的陈述’则是对单个事件的陈述。‘概率的陈述’本身就是一种省略的说话方式，它只因为能被翻译为‘相对频率的陈述’才是有意义的。”

概率分布不是一种“现实的分布”

我们考察过如下电子的小孔衍射过程：电子源不断向一个小孔发射电子，其中有N个电子通过小孔落在屏幕上，在这N个电子中，有n个落在屏幕上的一个小区域Ω上。实验证明：当N足够大时，比值n/N将达到某一稳定值p，这个稳定值被称为N个电子落在 Ω 上的“相对频率”。用A表示落在屏幕上的N个电子的集合，则相对频率p是系综A的属性。若已知e是A的一个元素，则e落在 Ω 上的概率为p。

如果把屏幕分割成s个小区域，用p_j表示N个电子落在第j个小区域Ω_j上的相对频率，则我们

得到一个相对频率的有限序列

$$\{p_1,p_2,\ldots\ldots,p_s\}。$$

当屏幕上的小区域分得足够细时，这个序列就给出 A 的诸电子的位置的“统计分布”，实际上，“统计分布”就是“相对频率”的分布。相对频率与观察者无关，因此统计分布也与观察者无关，从而统计分布是一个客观的范畴。

另一方面，若已知e是某一落在屏上的单个电子，则p_j表示电子e落在第j个小区域Ω_j上的概率，s个概率$p_1,p_2,\cdots\cdots,p_s$给出“单个电子e落在屏幕上的诸位置的概率分布”。

按照量子力学的用语，一个微观物体称为一个“系统”，大量系统的集合称为一个“系综”。例如，在电子衍射实验中，一个电子就是一个微观系统，落在屏上的电子的集合就是一个系综。电子的衍射图形显示了这些电子的统计分布。衍射图形乃是落在屏上的大量电子这一系综的属性，因此，屏上大量电子的统计分布乃是这个系综的属性。

但是，“单个电子 e 落在屏幕上的诸位置的概率分布”这一命题的主词不是“系综 A”而是“单个电子 e”，它是系综 A 的一个元素。因此，如果说“统计分布”是“系综”的一种物理属性，那么，“概率分布”却不是。把命题 D 应用在这里，我们得出结论：

> 概率分布既不是系综的物理属性，也不是系综的元素的物理属性，而是在单个元素的身上映射系综的物理属性。

将这一命题应用于电子衍射过程可得出结论：一个电子落在屏幕上某处的概率，不是该电子的属性，而是在该电子身上映射落在屏幕上的诸电子的集合的属性。更一般地说，某一系统处于某一状态的概率，不是该系统的属性，而在该系统身上映射某一系综的属性。

回到掷硬币的过程。当我们一次掷出的大量硬币时，在误差允许的范围之内，其中有一半硬币是正面、一半硬币是反面，因此（1/2, 1/2）这一统计分布乃是这个“硬币的集合”自身的一个属性。而对于其中的单个硬币来说，（1/2, 1/2）这一概率分布并不意味着这个硬币的图案中有一半是正面、一半是反面，从而它不是这个硬币自身的一个属性。按照我们的用语，（1/2, 1/2）这一概率分布是在这个硬币身上“映射”大量硬币的“统计分布”。在这种意义下我们说：“概率分布”是“统计分布”的“观念映像”；而“统计分布”则是“概率分布”的“现实原型”。从而有：

“统计分布”是一种“现实的分布”，而“概率分布”则是一种“观念上的分布”。

某些读者或许不习惯“现实的分布”和“观念上的分布”这一对用语，觉得它们“语焉不详”。对于这部分读者，不妨把命题 F 中的这一对用语理解为如下硬性的规定：命题“(1/2, 1/2)作为单个硬币的概率分布是一种现实的分布”是指“单个硬币出现半个正面、半个反面的图案”；而命题“(1/2, 1/2)作为单个硬币的概率分布是一种观念上的分布”则是说：“单个硬币的概率分布是(1/2, 1/2)”只不过是“大量硬币的统计分布是(1/2, 1/2)”的另一种说法。

另一领域中的一个语义上的错位

其实，像“概率陈述”这样的语义上的错位并不是数理科学所特有的，社会科学也有类似的情形。

改革开放以后，我国思想界开始怀疑马克思主义，例如，一位颇负盛名的思想家对马克思的劳动价值论提出如下质疑：

“（按照劳动价值论，）一个产品的价值，就以制造这个产品所需要的社会平均必要劳动时间来衡量。比如造一张桌子，甲要三天时间，乙要两天时间，丙要一天时间，那么制造这张桌子的社会平均必要劳动时间就是两天，这就是它的价值。这个理论，是以体力劳动为基础的。应用到简单劳动上，好像没有什么问题；应用到复杂劳动上，就有些困难；应用到单纯的脑力劳动上，特别是创造性的脑力劳动上，就完全不行了。体力劳动的产品，是可以规格化的。甲乙丙三个工人造出的桌子，必须是一样的，这样才好比较，才好用数字来计算。但是脑力劳动的产品怎样比较？怎样计算？鲁迅写《阿 Q 正传》，该给多少报酬才是不多不少？如果有另外的张三和李四，也写出了《阿 Q 正传》，一模一样，那就好办，可以把三个人所花的写作时间平均一下。但《阿 Q 正传》是独一无二的，别人写不出来，那么就没有什么社会平均劳动时间。”

我在这里如此详尽地引用这一段话，是因为这位思想家的思路，与哥本哈根学派的量子物理学家们的思路在某一点上相似，确切地说，这两种思路有相同的失误。

顺便说一句，如果造一张桌子，甲要三天时间，乙要两天时间，丙要一天时间，那么对这三个人而言，制造这张桌子的平均劳动时间并不是两天。这一问题涉及计算平均值的技巧，我不怀疑这位思想家完全能掌握这种技巧，在这里他肯定是疏忽了。下面，让我们撇开这一令人烦恼的细节问题，直接考虑马克思的劳动价值论中的“价值”概念。

对于马克思的劳动价值论，“价值”乃是概念王国中的一个陷阱，这位思想家不幸掉进这个陷阱里了。

按照马克思的劳动价值论，如果对于某一社会，人们制造一张桌子需要的平均时间是 s，则对于该社会来说，s 就是一张桌子的价值。因此，如果该社会中的某一木匠制造了一张桌子 a，不论花了多少时间，a 的价值就是 s。但为了计算出 s 这一平均值，不能仅考虑 a 这张桌子，而必须考虑在一定时期内该社会的木匠们所生产的全部桌子 T。用一个数学用语，我们必须考虑 T 这个“桌子的集合”，s 这一平均值乃是 T 的一个“特征量”，或者说 s 是 T 的一个“属性”。

这里出现了一个“语义上的错位”：s 是一张桌子 a 的价值，却不是 a 的属性；它是某一“桌子的集合”T 的属性，却不是这一集合的价值。由于这一错位，“价值 s”、“桌子 a”和“桌子的集合 T”这三者也处在一种极为微妙的关系中。我把这一关系表成：“s 作为‘价值’乃是某一‘桌子的集合’T 的属性，却是在单个桌子 a 身上映射出来。”由此也得出一个绕口令般的结论：

“一个商品的价值，不是该商品的属性，而是在该商品身上映射某一‘商品的集合’的属性。”

这个命题也难懂也不清爽，但为了回答这位思想家所提出的问题，却必须弄清楚这一命题。根据这一命题，鲁迅的“阿 Q 正传”作为一件商品，其价值并不是“阿 Q 正传”这本书的属性，而是某一“书的集合”的属性，只不过这一属性在“阿 Q 正传”这本书上映射出来。诚然，指出这一点，还远不能确定“《阿 Q 正传》该给多少报酬才是不多不少”，这里还有一团乱麻有待理清；但是，那位思想家就再也不能得出“《阿 Q 正传》没有什么社会平均劳动时间”的结论

了。

我们看到，量子物理学家们把“概率”误解为一个事件自身的属性，在这里，我们又看到，这位思想家把“价值”误解为一件商品自身的属性；这两种误解倒是异曲同工。

概率诠释与电磁诠释

按照波函数的概率诠释，波函数所描写的对象本来是大量电子所组成的“系综”，可是哥本哈根学派的理解，波函数所描写的对象却是单个电子，这样就把“波函数给出的概率分布”误解为一种现实的分布了。那么，哥本哈根学派为什么会认为波函数描述的是单个电子呢？

量子力学的诠释的基本问题是，怎么理解薛定谔方程中的“波函数”。由于薛定谔方程最初是从氢原子中的单个电子行为得到的，因此，这个问题的最初的形式是问：“薛定谔方程中的‘波函数’对于单个电子有什么物理意义？”

玻恩与薛定谔是一对挚友，他们在令人羡慕的友情交往中争论了一生，争论的中心点就是波函数对于单个电子的物理意义的问题。遗憾的是，两个人都没有发现，他们为之争论的“单个电子”各有各的含义。玻恩根据他所考察的“碰撞过程”给出了“波函数的概率诠释”，这种碰撞过程涉及大量电子，而所谓“单个电子”则是指大量电子中的一个；而薛定谔则根据他所考察的氢原子中的单个电子建立了薛定谔方程，在氢原子中没有大量电子，单个电子是指“孤立的单个电子”，而不是指大量电子中的一个。我们即将看到，弄清这两种“单个电子”的之间的区别是至关重要的。

为了言简意赅，我们称大量电子中的单个电子为“群电子”，称孤立的单个电子为“孤电子”。“群电子”与“孤电子”都是单个电子，但它们是不同含义的单个电子。在玻恩考察的碰撞过程中，所涉及的单个电子是“群电子”，而薛定谔所考察的则是氢原子中的“孤电子”。既然薛定谔通过对氢原子中的孤电子的描述给出波函数所满足的薛定谔方程，波函数对孤电子肯定是有意义的。然而，只有对于群电子，单个电子的状态的概率分布才能观念地映射大量电子的状态的统计分布。对于孤电子，没有作为原型的“统计分布”，也就没有作为观念映像的“概率分布”了。

人们或许会问：热力学所研究的“热力学系统”并不是大量的全同的热力学系统中的一个，在这种意义下它是一个“孤立的单个系统”，而根据吉布斯的系综中的单个系统却是“大量系统中的一个”。按照上面的用语，前者是“孤系统”，后者是“群系统”。按理说，对于孤系统，没有作为原型的“统计分布”，也就没有作为观念映像的“概率分布”了。为什么我们却可以为这个孤系统定义吉布斯系综的概率分布函数呢？在这里，人们把电子与热力学系统相比，这一类比是不恰当的。

以热力学中的某一闭系统为例，闭系统是一个与大热源接触的系统。其对应的微观系统是一个与外界交换能量但是不交换粒子的力学系统，该系统是一个“孤系统”。但是，我们可以在想象中大量复制这个系统，这些复制成的系统具有相同哈密顿量，把这些复制成的系统用“导热管”连接起来，形成一个闭系统的集合，它就是“吉布斯正则系综”。该系综中的任一系统都是一个“群系统”，只要我们把这个群系统以外的其他系统当作该系统的“大热源”，这个群系

统就完全等同于所考察的闭系统了。因此，我们所考察的闭系统虽然是一个“孤系统”，但它可以等同于一个“群系统”，我们可以对这个群系统定义一个“概率分布函数”，它是吉布斯系综的“统计分布函数”映射在该群系统身上的观念映像。

那么，对于一个“孤电子”，我们能不能在想象中大量复制它，形成一个“电子系综”，让该电子等同于该电子系综中的一个成员呢？回答是否定的。因为根据已知的量子力学原理，我们不能模仿吉布斯系综的方式来复制我们所需要的“电子系综”中的成员。

以氢原子中的孤电子为例，如果我们在想象中大量复制该电子，使得波函数的模方与这些电子的数密度成正比，则在氢原子核周围将有大量电子，而根据“泡利不相容原理”，这是不可能的。诚然，我们也可以在想象中大量复制氢原子本身，从而复制了大量各自绕一个氢原子核旋转的电子。这样得到的大量电子就不是处在“同一”外部条件下的电子而是处在“相同”的外部条件下的电子。问题在于，这些处在“相同”的外部条件下的大量电子与波函数有没有关系。

为了回答这一问题，让我们考虑最简单的“单色的电子束”，这种电子束诸电子在空间均匀分布。但如果我们大量复制一个作等速直线运动的孤电子，这些在想象中被复制出来的电子不是处在“同一”外部条件下而是处在“相同”的外部条件下，那么这些电子未必会在全空间均匀分布，相反，它们在空间的分布可能是这样的：第一个在北京海淀，第二个在上海浦东，第三个在纽约曼哈顿，而第四个则在天狼星上。因此，一般地说，要一个电子束的数密度与波函数的模方成正比，诸电子必须处在“同一”外部条件下而不是处在“相同”的外部条件下。

对于热力学中的闭系统，我们也可以用如下方式在想象中复制它：把它的微观状态在一段很长的时间内所经历的各种状态作等时距抽样：将这一段时间分成相等的 n 个时间间隔并取其中点，就得到 n 个时刻，把该闭系统在这 n 个时刻的状态想象成 n 个闭系统在同一时刻的状态，就会得到的一个“闭系统的集合”，该集合给出一个吉布斯系综。显然，这样得到的吉布斯系综自然地满足如下基本假设：所考察的闭系统的某一物理量的“长时间平均值”等于其吉布斯系综的“系综平均值”。

那么，能不能对一个孤电子的运动作等时距抽样形成由波函数描写的电子系综呢？回答也是否定的。例如，一个孤电子作轨道运动，如果对这一轨道运动作等时距抽样，在想象中形成一个“电子系综”，那么这个系综中的诸电子将在同一轨道上运行，这一点刚好又是“测不准关系”所排斥的。

玻恩告诉我们：对于电子束来说，波函数给出一个电子束中的诸电子的状态的“统计分布”，从而给出了其中的单个电子的“概率分布”。氢原子中的电子是单个电子，因此，波函数给出了该电子的概率分布。在这里，玻恩混淆了“群电子”与“孤电子”。对于群电子，单个电子的概率分布乃是电子束的统计分布的观念映像，因此，波函数对“群电子”的物理意义实际上就是波函数对“电子束”的物理意义。而对于氢原子中的孤电子，没有电子束的统计分布，作为统计分布观念映像的概率分布也不存在了。因此，玻恩的“概率诠释”仅仅对“群电子”而言才是成功的，如果把它理解为对“孤电子”的诠释，则它是一个失败的诠释。

薛定谔的电磁诠释或许是唯一的以孤电子为对象的诠释，我们知道，这个诠释是失败的。

但是，如果以群电子为对象，换句话说，如果以电子束为对象，则薛定谔的电磁诠释至少和概率诠释是同样胜任的。

在薛定谔的波动力学中，电子的电荷与波函数的模方的乘积给出一个“电荷分布函数”，薛定谔把这个函数理解为单个电子的“电荷的分布函数”。这样，单个电子的电荷就在空间像云雾一样连续分布。不幸的是，在描写氢原子的薛定谔方程中，表示电子与原子核的相互作用的项却是点电荷的库仑势。于是，矛盾出现了：像云雾一样连续分布的单个电子怎么会有点电荷的库仑势呢？这一矛盾像梦魇一样困扰着他的“电磁诠释”。但是如果把这个电荷分布函数理解为电子束的电荷的分布函数，困难就消失了：单个电子的电荷是点电荷，因此有点电荷的库仑势；大量电子的电荷则在空间连续分布。这就像云雾一样，单个的雾珠是点状的，而大量雾珠则是在空间连续分布的。

又例如，薛定谔把单个电子理解为一个波包，可是洛仑兹已经指出：在量子力学中，某一时刻形成的局限在一个小体积内的波包，会由于色散效应而随着时间进程而弥漫开来，从而不再是波包。洛仑兹由此得出结论：“由于这种不可避免的弥漫现象，波包并不宜于代表那些其单独存在应当是相当持久的东西。”这是薛定谔的电磁诠释的另一个令人沮丧的困难。可是只要把单个电子换成电子束，这个困难也悄然消失：在量子力学中，某一时刻形成的局限在一个小体积内的电子束，会由于色散效应而随着时间进程而弥漫开来。一言以蔽之，电子束中的诸电子不可能在同一轨道上运行，甚至也不可能全部集中在很接近的许多轨道上运行。这一结论，正是波包不可避免的弥漫现象的真正含义。

总之，无论是薛定谔的“电磁诠释”还是玻恩的“概率诠释”，只要理解为对“群电子”的诠释，则它们都是成功的诠释；反之，如果理解为对“孤电子”的诠释，则它们都是失败的诠释。

进一步的考察可以得出结论：现存的对量子力学的各种各样诠释充其量只是对“群电子”的诠释。但是我们不要忘记，薛定谔正是从波函数对氢原子中的单个电子的描述得到薛定谔方程的，因此波函数对“孤电子”肯定有意义。但怎样理解波函数对“孤电子”的意义，至今还是一个没有解决甚至没有提出的问题。

如果量子物理学家们弄清了“概率”这一用语的含义，哪怕是对它有赖欣巴赫那样的不确切的认识，他们就能得出结论：对于原子中的单个电子来说，波函数与“概率”扯不上关系，这样一来，他们就不会满足于“波函数的概率诠释”了。

测不准关系

由于把概率分布理解为一种现实的分布，波恩的“波函数的概率诠释”就被弄得面目全非，所有的微观现象全被误解，“测不准关系”就是一个典型的例子。

如果我们不曾忘记“概率分布是统计分布的观念映像；而统计分布则是概率分布的现实原型”，则测不准关系的本来含义是不难弄清楚的。

首先考察一个特例：根据量子力学的“形式体系”及波恩对波函数的概率诠释，可以得出如下命题：

“如果一个电子的动量取某值的概率为 1，则它在全空间任何一点出现的概率密度相等。”

这里的“一个电子的动量取某值的概率为 1”乃是单个电子的动量的概率分布，它是一个观念上的分布，其现实原型是如下统计分布：所观察的电子属于一个诸电子的动量一致的电子束。同样，“一个电子在全空间任何一点出现的概率密度相等”观念地映射如下统计分布：该电子束的诸电子在全空间均匀分布。因此上面的命题只不过是一个观念映像，其现实原型是如下命题：

“如果一个电子束诸电子的动量一致，则其诸电子的位置分布是均匀的。”

一般地说，测不准关系是指单个电子的位置的概率的分布范围与动量的概率的分布范围的乘积不能小于普朗克常量。按照“概率”这一用语的本来含义，这一关系是大量电子的位置分布与动量分布之间的一种关系，而且还是物理学中的一种常见的“交叉分散”关系。这种对测不准关系的理解，正是 1934 年波普尔提出的“量子力学的统计系综诠释”。按照这种诠释，测不准关系是电子束的一种性质，并不与经典物理学相冲突，特别是，电子的运动仍然是轨道运动。

但是，如果把概率分布误解为一种现实的分布，则单个电子不是粒子，而是一个由波函数描写的连续波场。于是，测不准关系表示：单个电子无论在位置空间和动量空间都会像云雾一样弥漫开来，这种弥漫的范围彼此制约，从而电子的运动不是轨道运动，而是云雾般的分布运动。

如果说“轨道运动”表现一幅“经典的粒子图景”，那么“云雾般的分布运动”就表现一幅“经典的波动图景”。哥本哈根学派的根本信念是电子的行为是“非经典的”，因此它虽然否定“电子的运动是轨道运动”，却并没有因此而确认“电子的运动是云雾般的分布运动”。那么，他们到底怎样理解测不准关系呢？

在《伯克利物理学教程》的《量子物理学》一书中，作者对这一问题作了如下回答：

“对测不准关系常常作如下解释：动力学变量诸如位置、动量等必须从操作上来定义，即根据它们的实际步骤来定义。如果我们分析微观物理学中的实际测量步骤，其结果是测量总要扰动体系；在体系与测量仪器之间存在一个特有的不可避免的相互作用。由于这种干扰，如果我们试图非常精确地测定一个粒子的位置，则在测量后它的动量将非常不确定，如果我们试图非常精确地测量它的动量，则在测量后它的位置将非常不确定，如果我们试图同时测定粒子的位置与动量，则这两个测量的结果的精确度将服从测不准关系。

“按照这种解释，一个电子沿着一条确定的轨道运动。但作了如下改进，通过将测不准关系强加在决定轨道的初始条件上，从而在电子沿哪一条轨道运动上引进不确定性。但是实验事实表明：我们必须以深奥得多的方式修改我们的概念：测不准关系给出了一些限度，超过了这些限度，像位置与动量这样的经典概念就不能应用。经典动力学的变量是时间的确定函数并且在原则上能以任意的精确度知道的，用这样的经典动力学变量描述的‘经典动力学体系’是想象中的虚构体，它在实际世界里并不存在。”

（为了上下文一致，上面的引文作了一点词句上的修改。）

量子物理学家们对测不准关系的看法并不一致，哥本哈根学派的领袖波尔与海森堡就有很

大分歧，上面的两种说法都是各种量子力学教程中常见的。量子力学处于这种现状的原因是极为复杂的，仅仅把这种现状描写下来就得写一本书，我们把这一有趣的工作留给未来的历史学家们。

哥本哈根迷误

按照波函数的概率诠释，波函数所给出的“概率分布”也是一种“观念的反映”，其“现实原型”则是大量电子所组成的电子“系综”的“统计分布”。可是，在某些场合，例如在氢原子中，波函数描写的对象却是单个电子。哥本哈根学派因此而误解了“概率”这一用语的含义，把“概率分布”误解为一种“现实的分布”，这种误解无异于说：单独掷一次硬币，该硬币出现半个正面和半个反面。由于波函数仅出现在微观世界，因此哥本哈根学派把这种误解的范围仅限于微观世界，对于宏观世界，人们还保持着对概率的通常的理解，我把这种独特而又有限的对概率的误解，称为“哥本哈根迷误”。由于仅限于微观世界，“哥本哈根迷误”并不显得过分荒谬。

你或许会说，只有傻瓜才会得出“单独掷一次硬币，该硬币会出现半个正面和半个反面”的结论！可哥本哈根学派的物理学家们，一个个都聪明绝顶，怎么说那样的蠢话呢？

不！“概率”是一个颇为挠头的用语，其含义十分曲折，聪明绝顶的人也难免在这里误入歧途！再说，像“单独掷一次硬币，该硬币会出现半个正面和半个反面”这样离奇的事情，谁要说会出现在宏观世界，那自然是蠢话，可是谁要说会出现在微观世界，那就是“新颖观念”了。

然而，人们真的能把世界分成平淡的宏观世界和离奇的微观世界两部分吗，“薛定谔猫”这一理想实验对这一问题给予了否定的回答。薛定谔猫的推理过程可表述如下：

第一，根据理想实验给出的条件，宏观事件“猫的死亡”与微观事件“原子衰变”相互等价（要么都发生，要么都不发生）。

第二，原子衰变是一个微观事件。按照哥本哈根诠释，对于微观事件，概率分布是一种现实的分布。因此，对于原子衰变，（1/2, 1/2）这一概率分布意味着该原子有一半衰变了，而另一半却没有衰变。

第三，根据概率论，相互等价事件具有同一概率。既然对于“原子衰变”，概率分布（1/2, 1/2）是一种现实的分布，那么，对于与它等价的事件“猫的死亡”，概率分布（1/2, 1/2）也是一种现实的分布。

第四，对于事件“猫的死亡”，“概率分布（1/2, 1/2）是一种现实的分布”意味着“半个活猫与半个死猫混合在一起”。

第五，于是，按照哥本哈根诠释，薛定谔猫在给定时刻的状态是“半个活猫与半个死猫混合在一起”。

总之，“薛定谔猫”这一理想实验沟通了原子衰变这一微观事件与猫的死亡这一宏观事件，使得“哥本哈根迷误”在宏观世界显现出来：当猫被置于箱中一小时以后，猫的状态的概率分布是：“猫死去的概率是 1/2，活着的概率也是 1/2。”这一概率分布的本来含义是：如果有大量的薛定谔猫，在同一时刻被置于有相同的装置的钢箱中，则过了一小时以后，大约有一半猫死

去，一半猫还活着。由于哥本哈根迷误，人们不得不把这一概率分布理解为“一小时以后，箱中的猫是半个死猫与半个活猫的混合物”。这样，薛定谔就揭示了量子力学的“哥本哈根诠释”的荒谬绝伦。

现在我们知道薛定谔猫为什么会如此招人憎恨了：二十世纪物理学的特殊的发展进程，已经使这一领域里的人们深信微观世界是“匪夷所思”的，在那里，层出不穷地出现违背任何逻辑规律的奇迹，谁要对那里发生的事情问一个“为什么”，那只能说明他深受经典物理学的传统观念的束缚。在这种形势下，微观世界成了量子物理学家的领袖们丰富的想象力纵横驰骋的“奇迹王国”。

例如，对于微观世界我可以说：电子既是粒子又是波，或者既不是粒子又不是波；对于微观世界我可以说：在电子的双缝衍射实验中，当一个电子越过一个有两条缝的墙壁时，它会同时通过两条缝越过，或者，它既不通过这条缝也不通过那条缝，但还是越过了墙壁；对于微观世界我可以说：一个原子一半衰变了而另一半却没有衰变。总之，微观世界的规律就是这样不可思议，如果没有超常的智力就无法理解。在量子物理学的领袖们的绝对权威下，不言而喻，所有的量子物理学家甚至所有量子物理学的初学者都有了超常的智力。

但是，即使是对于量子物理学的领袖们来说，不可思议的事情只许发生在看不见的微观世界，而不许发生在看得见的宏观世界，这里的事情你太熟悉了，上帝赋予我的超凡脱俗的想象力再也没有用武之地。

不幸的是，薛定谔猫这一理想实验却揭示一个事实：即使你有天大的本领，也不能把上面那些美妙的结论禁锢在微观世界里。你说一个原子一半衰变了而另一半却没有衰变，这一理想实验就从它引出“半只活猫与半只死猫混合在一起”的结论，你说电子的状态取决于测量，这一理想实验就从它引出“猫的生与死取决于人眼的一瞥”的结论。这简直是罪大恶极，难怪霍金忍不住要去拿他的枪了。

然而，对薛定谔猫的上述理解要求弄清楚：

第一，概率分布是一种观念上的分布；

第二，哥本哈根学派把概率分布误解为一种现实的分布。

因此对于薛定谔猫，虽然像霍金那样大学者极为震怒，但绝大多数量子物理学家们却由于没有弄清楚上面两个事实，并未感到特别的不安。

两个幽灵

我们看到，薛定谔猫处于“半个活猫半个死猫”的状态，正如硬币出现“半个正面半个反面”的状态一样，纯属子虚，只不过是一种不着边际的幻想，它来自哥本哈根迷误，即来自对“概率”的误解而引起的概念混淆。因此，不可能有一种数学表达式来表现这种状态，更不可能有一种实验的仪器能实现这种状态。不幸的是，在量子力学的发展进程中，这两个幽灵都出现了：人们认为，这种不可思议的状态被某种数学表达式所描述，甚至还在某些最新的实验事实中出现。

关于这两种幽灵，我们将另文考察。

Detestable Schrodinger's Cat

TAN Tianrong

(Department of Physics, Qingdao University, Qingdao 266071, P. R. China)

ttr359@126.com

Abstract: Throwing a coin conveniently, when the coin has fixed, the probability distribution of its state is that: the probability to appear its front side is 1/2, and that to appear its reverse side is also 1/2. The meaning of this probability distribution is originally that: Throwing the coin repeatedly, the number of times to appear its front side will approach to one half, and that to appear its reverse side approach to one half. If some one comprehends this probability distribution as that the very coin appears such a state, half of its surface is front and the other half is reverse, then he has misunderstood the meaning of probability.

According to the probability interpretation for wave function, the objective that a wave function described is originally an electron ensemble, but it is regarded as a single electron in the opinion of Copenhagen school. As a result, the above misunderstand is appeared. Wave function only exists in micro world, so that this misunderstand is only limited in micro world. In the macro world, the comprehending for probability by Copenhagen school is still normal. Such a distinctive and restricted misunderstand for probability is called "Copenhagen puzzle" by me. Because limited in micro world, "Copenhagen puzzle" appears not excessive absurd.

Unfortunately, the ideal experiment "Schrodinger's cat" makes "Copenhagen puzzle" turn up in macro world. At the moment that the cat is put in the box an hour later on, the probability distribution of the cat's state is that: the probability that the cat has died is 1/2, that the cat still live is 1/2. The meaning of this probability distribution is originally that: If there is a lot of "Schrodinger's cat", those are put in a box respectively at the same time. Then, among them about half number of cats have died and half still live in an hour after. Due to Copenhagen puzzle, this probability distribution is misunderstood as that a single Schrodinger's cat is a mixture composed of half died cat and live cat. As such, Schrodinger has revealed utterly absurd in Copenhagen interpretation.

Key words: Schrodinger's cat; uncertainty; probability distribution; wave function; Copenhagen puzzle