双缝衍射实验的奥秘

谭天荣

青岛大学 物理系 青岛 266071

ttr359@126.com

内容提要：双缝衍射实验之所以令人双缝困惑，是因为根据似乎不容置疑的推理，人们曾期望在两条缝同时打开的条件下的衍射图形应该是在两条缝轮流打开的条件下得到的两个衍射图形的迭加。但实验结果却恰好相反。为了说明这一实验事实，前人创建了各种量子力学的诠释，其中包括被称为正统诠释的“哥本哈根诠释”。费曼把这一诠释的基本出发点归结为：必须放弃“每一个达到屏幕的电子不是通过第一条缝就是通过第二条缝”这一前提，从而得出“电子的运动不是轨道运动”的结论。

在费曼的推理中，默认了如下假设：在双缝衍射过程中，单个电子通过某一条缝落在屏上某处的概率，与另一条缝的启闭无关。或者说：“在两条缝同时打开的条件下单个电子落在屏上某处的概率，是在两条缝轮流打开的条件下该电子落在该处的两个概率之和。”与静电场的迭加原理比较，这个假设可以表成“概率遵循迭加原理”，我们称它为“概率的迭加假设”。

如果放弃“概率的迭加假设”，则我们可以保留“电子的运动是轨道运动”这一前提，从而双缝衍射实验不再有神秘之处，但下面两个命题还有待证明：第一，在双缝衍射过程中，单个电子通过某一条缝落在屏幕上某处的概率，确实与另一条缝的启闭有关。第二，电子的运动确实是轨道运动。
[New York Science Journal. 2009;2(1):69-78]. (ISSN: 1554-0200).

关键词：双缝衍射实验；费曼；全概率公式；布尔代数；迭加原理

1. 引言

著名的美国物理学家费曼曾说：在双缝衍射现象中，“有着量子力学的核心，实际上，它包括了这个理论的唯一的奥秘。”

费曼是从一个特殊的角度理解双缝衍射实验的。在这里，我们将重新考察双缝衍射实验和费曼对它的特殊理解。首先，我们将考察前人为了说明双缝衍射实验而提出的几种量子力学的诠释。

2. 哥本哈根诠释

在《费曼物理学讲义 III》一书的第一章中，费曼以“量子行为”为标题，详细考察了电子的双缝衍射实验的这一“奥秘”：如果电子枪发出一束电子通过两条缝落在后面的屏幕上，则一方面落在屏幕上的电子呈现出像子弹一样的颗粒性，另一方面屏幕上的电子的数目分布呈现出像水波一样的干涉现象。电子的这种行为表明如下命题不成立：

A　在两条缝同时打开的条件下的衍射图形将是在两条缝轮流打开的条件下得到的两个衍射图形的迭加。

而这种实验结果是“极其神秘”的，而且“你考虑的越多，就越会感到神秘。”费曼还说：

人们曾经设想单个电子以各种复杂方式绕行通过缝来解释这种行为，但都不成功。最后人们才认识到，双缝衍射实验否定了如下前提：

B　每一个达到屏幕的电子不是通过第一条缝就是通过第二条缝。

在《费曼物理学讲义 III》一书中，未曾详细表述如何从命题 B 导出命题 A。下面，我按照自己的理解，把这一推导过程表述如下：

第一步：按照命题 B，如果在电子的双缝衍射实验中同时打开两条缝，让一束电子通过这两条缝到达一个屏幕，则一个到达屏幕上的电子必须而且仅仅通过某一条缝。因此，如果用符号 e 表示一个到达屏幕的电子，E 表示“e 通过第一条缝”而 F 表示“e 通过第二条缝”，则有：

$$E + F = U\text{(必然事件)}, \qquad E \cdot F = \varnothing\text{ (不可能事件)}。 \tag{1}$$

第二步，用Ω表示屏上的一个小区域，X表示“e落在Ω上”，则 E • X 表示“e通过第一条缝落在Ω上”；而 F • X 表示“e通过第二条缝落在Ω上”。根据事件运算的布尔代数规则，从(1)式可得出：

$$E \cdot X + F \cdot X = X, \qquad (E \cdot X) \cdot (F \cdot X) = \varnothing。 \tag{2}$$

第三步，根据概率的频率定义，从上述公式可得出：

$$\Pr(X) = \Pr(E \cdot X) + \Pr(F \cdot X)。 \tag{3}$$

这是概率的加法公式的一种形式。

第四步，根据概率的乘法公式，有

$$\Pr(E \cdot X) = \Pr(E) \cdot \Pr(X|E); \quad \Pr(F \cdot X) = \Pr(F) \cdot \Pr(X|F)。 \tag{4}$$

应用(4)式，(3)式表成

$$\Pr(X) = \Pr(E) \cdot \Pr(X|E) + \Pr(F) \cdot \Pr(X|F)。 \tag{5}$$

这是概率论中的“全概率公式”。

如果只打开第一条缝，事件“e落在Ω上”的概率为 $\Pr(X|E)$；如果只打开第二条缝，该事件的概率为 $\Pr(X|F)$；如果两条缝都打开，该事件的概率为 $\Pr(X)$。按照全概率公式，$\Pr(X)$ 是 $\Pr(X|E)$ 和 $\Pr(X|F)$ 按照 $\Pr(E)$ 与 $\Pr(F)$ 的比例相加，特别是当 $\Pr(E) = \Pr(F) = 1/2$ 时，$\Pr(X)$ 是 $\Pr(X|E)$ 和 $\Pr(X|F)$ 的算术平均值。考虑到Ω是屏幕上的任意区域，立刻得出被双缝衍射实验否定了命题A。于是费曼得出结论：双缝衍射实验表明，我们必须放弃命题B。

从数学的角度来看，命题 A 是(5)式的结论，而(5)式则是从(1)式出发，经过(2)式、(3)式和(4)式一步步导出的。我们看到，为了摆脱命题 A 与实验事实之间的矛盾，费曼的思路是：否定命题 B，从而否定了(1)式，这样就得不到命题 A。

如果电子的运动是轨道运动，则命题 B 肯定成立，因此费曼实际上断言：“电子的运动不是轨道运动。”这正是“哥本哈根诠释”的基本观点。在这张意义下，费曼提出的诠释属于量子力学的“哥本哈根诠释”。

3.　三种鲜为人知的诠释

同样为了摆脱命题 A 与实验事实之间的矛盾，有人得出了其它的量子力学的诠释，举例如下：

有人认为，命题演算中的“分配律”

$$(E+F)\cdot X = E\cdot X + F\cdot X$$

在这里不再适用，因此(1)式虽然成立，但从(1)式得不到(2)式，从而也得不到命题 A。建立在这种看法上的量子力学诠释称为“非分配逻辑诠释”，它是所谓“量子逻辑诠释”中的一种。

“哥本哈根诠释”与“非分配逻辑诠释”都确认全概率公式从而概率论不适用于微观过程，前者把这一前提追溯到经典概念，而后者则把它追溯到经典逻辑。

还有一种诠释不涉及经典概念与经典逻辑，仅仅否定概率论本身。例如，法国物理学家吉•洛查克继承了德布洛意的观点，认为概率论仅适用于“隐变量”，但它不适用于计算测量结果的平均值。因此，洛查克确认(1)式与(2)式，但否定(3)式，从而也得不到命题 A。

以建立“量子概率诠释”著称的 L • 阿卡迪提出如下论点：根据概率的频率定义，(1)式、(2)式与(3)式适用于任何过程，但(4)式，即概率的乘法公式不适用于微观过程，因此还是得不到命题 A。阿卡迪把概率的乘法公式称为“贝叶斯公理”，并断言：“量子力学中的一切佯谬都是由于不适当地应用这一公理引起的。”

上面我们提到的四种诠释（哥本哈根诠释、非分配逻辑诠释、洛查克的隐变量诠释以及阿卡迪的“量子概率诠释”）的存在表明：在得到命题 A 时，人们用了一个自以为是天经地义的前提，而它实际上却并不适用于微观过程。但对于究竟是哪一个前提不适用于微观过程的问题，人们的意见不一致。

我们知道，哥本哈根诠释现在是量子力学的“正统诠释”，而其他三种诠释却鲜为人知，为什么会这样呢？我的意见如下。

用“非分配逻辑”来说明量子现象也像用“三值逻辑”来说明量子现象一样，有两个令人沮丧的困难：第一，我们必须借助于“布尔逻辑”来研究“非布尔逻辑”。第二，量子力学理论的数学工具是根据“布尔逻辑”展开的，如果要在“非布尔逻辑”的框架下，建立一种量子力学诠释，那么，这种诠释不仅要重新建立逻辑原理与物理学原理，而且还得重新建立数学原理，这是一个令人望而生畏的任务。

其实，从(1)式导出(2)式仅用到概率论中的“事件运算”的布尔代数规律，我们满可以在微观物理学领域里保留“命题演算”中的分配律而放弃“事件运算”的分配律，这样，放弃(2)式所面临的阻力就小得多了。或许，人们并不喜欢这种做法：从量子论与相对论建立以来，不少人醉心于“根本推翻”前人的“传统观念”，他们会认为这样的小打小闹“不够气魄”。此外，还有一个问题：在保留逻辑运算的布尔代数规律的前提下，我们能修改事件运算的规律吗？

布尔代数应用范围很广，除了命题演算和事件运算以外，还有其他领域，例如电路运算。我想，如果我们遇到某种复杂的电路，布尔代数的电路运算法则不再适用，我想没有人会担心“布尔逻辑”因此而被“非布尔逻辑”所取代，从而全部数学将面临崩溃。同样，即使在微观物理学领域，事件运算的规律有所改变，我们也不必担心命题演算的规律会跟着改变。

上面，我们仅指出放弃(2)式并不意味着放弃“经典逻辑”，并不认为在微观物理学领域里必须放弃(2)式。

洛查克的隐变量诠释断言概率论对于隐变量理论是适用的，只是不适用于被测量的“可观

察量”。但我们以后将看到，微观的事件空间是“非布尔”的，在其中某些布尔代数的规则确实不成立。如果在一个隐变量理论中，概率论对于隐变量理论是适用的，则全部事件运算的布尔代数规则也适用于隐变量，从而在通常的情况下，这个隐变量理论得出关于可观察量的事件运算也会满足布尔代数的规则。要从它得出“非布尔”的事件空间，即使可能，也将是极为复杂而生硬的。

阿卡迪断言概率论的乘法公式不适用于微观过程，这是一种极为独特的论点，似乎至今还没有得到其它人的支持。乘法公式表现概率论的一个基本规律，即使在微观世界也有时用到，要放弃这一规律将会遇到各种困难。但对于概率论，人们只确认频率定义肯定适用于微观过程。按照当前的概率论教程，乘法公式却不是从频率定义得出的必然结论，因此我们也不能断然拒绝阿卡迪的诠释。下面我们将看到，如果适当修改频率定义，就能把乘法公式作为一个定理从频率定义导出，从而否定阿卡迪的诠释。

4. 概率的频率定义与乘法公式

按照现在的概率论教程，频率定义的对象是“无条件概率”，而“条件概率”则通过乘法公式来定义。如果修改频率定义使它成为“条件概率”的定义，则会立刻否定了阿卡迪的诠释。

经过修改的频率定义可表述如下：

定义 1： 考虑如下过程：某一试验不断重复，其中在条件S下重复了N 次，而在这N 次重复实验的结果中，有N_E个具有性质E。那么，当时N无限增大时，比值N_E/N 的极限就是在条件S下出现具有性质E的结果的概率，记作 $\Pr(E|S)$。即，

$$\Pr(E|S) = \lim_{N\to\infty}\frac{N_E}{N}。$$

那么，什么是“无条件概率”呢？如果对于所考察的问题，所涉及的事件都是在一个共同的条件R条件下进行的，从而对于该问题，R是一个“先决条件”，则对于出现在该问题中的某一概率表达式来说，符号R 可以省去，即 $\Pr(A|R\cdot B)$ 可略写作 $\Pr(A|B)$，$\Pr(A|R)$ 可略写作 $\Pr(A)$。在这里，概率表达式 $\Pr(A)$ 就表示“无条件概率”了。按照这种规定，一切概率都是条件概率，所谓“无条件概率”只不过是略去了条件符号的条件概率。

原来的频率定义与乘法公式之间的关系是极为微妙的。从这种频率定义出发，可以作一些定性的叙述，使初学者相信乘法公式是合理的，甚至还能得出一些结论，它们是应用乘法公式的例子，但就是不能从原来的频率定义推导出乘法公式。因此，人们只好把这一公式作为“条件概率”的定义来处理。而新的频率定义却能推导出概率的乘法公式。下面我们给出这一推导。

如果仍然用原来的概率的频率定义的用语，那么，在新的频率定义中，不断重复的试验的某些结果所成之集，称为一个“事件”。一个条件等同于一个事件，它是在这一条件下进行的重复试验所得到的全部试验结果所成之集。同样，一种性质也等同于一个事件，它是具有这一性质的全部试验结果所成之集。

设某一试验在 S 条件下重复了 N 次，在这 N 次试验的结果中，有 N_E 个具有性质 E，有 N_{EF} 个具有性质 $E\cdot F$。那么，概率的频率定义给出：

$$\Pr(E|S) = \lim_{N\to\infty}\frac{N_E}{N}, \qquad \Pr(E\cdot F|S) = \lim_{N\to\infty}\frac{N_{EF}}{N}。$$

按照惯例，对应于事件 E 的条件或性质也记作 E。根据事件、性质与条件的上述同一性，具有性质 E 的结果属于事件 E，而在 S 条件下进行的试验的结果则属于事件 S。因此，如果一个结果是在 S 条件得到的，并且具有性质 E，则它既属于事件 S 又属于事件 E，从而属于积事件 E・S。对于我们所考察的过程，有这种结果的试验重复了 N_E 次，因此积事件 E・S 有 N_E 个元素。另一方面，积事件 E・S 可以看作是在 E・S 条件下进行的试验的结果。我们由此得出结论：

I，对于给定的过程，恰好有 N_E 次重复试验是在 E・S 条件下进行的。

同样可以得到：

II，对于给定的过程，在 E・S 条件下进行的 N_E 次重复试验中，恰好有 N_{EF} 次的结果具有性质 F。

根据定义 1，从 I 与 II 我们可得到

$$\Pr(F|E\cdot S) = \lim_{N_E\to\infty}\frac{N_{EF}}{N_E}。$$

另一方面，根据极限理论，有

$$\lim_{N\to\infty}\frac{N_{EF}}{N} = \lim_{N\to\infty}\frac{N_E}{N}\cdot\lim_{N_E\to\infty}\frac{N_{EF}}{N_E}。$$

上面诸式给出

$$\Pr(E\cdot F|S) = \Pr(E|S)\cdot\Pr(F|E\cdot S)。$$

这是一个从定义 1 导出的公式。

如果把上式中的 S 作为先决条件，从而它可以在每一个概率表达式中省略，则该式略写成

$$\Pr(E\cdot F) = \Pr(E)\cdot\Pr(F|E)。\tag{6}$$

这就是概率的乘法公式。它不再是条件概率 $\Pr(F|E)$ 的定义，也不是一个公理，而是从频率定义导出的一个定理了。

阿卡迪的论点表明：把(6)式看作一个公理或看作条件概率的定义有可能使人怀疑其普遍有效性。而当我们从概率的频率定义导出(6)式时，这种可能性就不再存在了。

5. 对全概率公式的另一种推导

我们看到，非分配逻辑诠释、洛查克的隐变量诠释以及阿卡迪的“量子概率诠释”都有明显的弱点。下面，我们对命题 A 的给出另一种推导，从根本上排除这三种诠释。

在电子的双缝衍射实验中，分别考察如下三个过程。

第一，设电子源平稳地发射着电子，在同时打开两条缝的条件下经历时间T，有N个电子落在屏幕上。如果命题B成立，则过程中通过第一条缝的电子数N_1与通过第二条缝的电子数N_2是确定的，而且通过第一条缝落在Ω上的电子数n_1与通过第二条缝落在Ω上的电子数n_2也是确定的，而落在Ω上的电子总数则是n_1+n_2。设e是落在屏幕上的N个电子之一，则根据概率的频率定义，当N足够大时，e落在Ω上的概率是

$$\Pr(X) = \frac{n_1 + n_2}{N};$$

此外，e 通过第一条缝的概率和通过第二条缝的概率可分别表成

$$\Pr(E) = \frac{N_1}{N}, \qquad \Pr(F) = \frac{N_2}{N}。$$

第二，假定其它条件保持不变，仅关闭第二条缝，同样经历时间T，则还是会有N_1 个电子通过第一条缝落在屏幕上，其中还是有n_1 个电子落在Ω上。在这一过程中，已知 e肯定通过第一条缝，因此它落在Ω上的概率为

$$\Pr(X|E) = \frac{n_1}{N_1}。$$

第三，同样，如果仅关闭第一条缝，则e落在Ω上的概率为

$$\Pr(X|F) = \frac{n_2}{N_2}。$$

根据显然的数字关系

$$\frac{n_1 + n_2}{N} = \frac{N_1}{N} \cdot \frac{n_1}{N_1} + \frac{N_2}{N} \cdot \frac{n_2}{N_2},$$

我们重新得到(5)式，从而重新得到命题 A。上面的推导没有用到命题演算的分配律、概率的加法公式与乘法公式，从而完全排除了非分配逻辑诠释、德布洛意或洛查克的隐变量诠释以及阿卡迪的“量子概率诠释”。

排除了这三个诠释，我们从命题 A 的推导似乎只能引出哥本哈根诠释。但是，还有一个隐蔽的前提在这里被忽略了。

6. 迭加原理

在小学的算术中，有一种类型的问题称为“工程问题”。例如：某一个工程，甲单干 15 天能完成，乙单干 12 天能完成，丙单干 10 天能完成，问甲乙丙三人合干几日能完成。这道题的标准答案是这样的：甲一天能完成该工程的 1/15, 乙一天能完成 1/12, 丙一天能完成 1/10, 于是甲乙丙三人合干一天能完成该工程的 1/15 + 1/12 + 1/10 ＝ 1/4。因此，该工程如果由甲乙丙三人合干，则 4 天能完成。

这个标准答案立足于如下前提：

C　当甲乙丙三人合干时，三个人一天完成的总工作量是他们三人各自单干时一天完成的工作量之和。

这个前提是不是一定成立呢？诚然，当甲乙丙三人合干时，三个人一天完成的工作量总是这三个人干的而不是其它什么人干的，因此，如果甲一天完成的工作量是a，乙一天完成的工作量是b，丙一天完成的工作量是c，则三人一天完成的工作量肯定是a + b + c。但是，这里说的甲一天的工作量a是指他在与其它两人合干时的工作量，而不是指他单干时一天的工作量。因此，上述的标准答案有一个默认的前提：

D　当甲乙丙三人合干时，每个人一天完成的工作量与他们单干时的工作量时是一样的。

这是一个合乎常情的前提，却并不是一个天经地义的前提。当三个人合干时，可能由

于合理分工，效率有所提高；也可能由于有人偷奸取巧，效率反而降低了。甚至可能出现如下情况：这在这三个人中有“一个干的，一个看的，一个捣乱的。”那么效率更会大大降低。总之，当甲乙丙三人合干时，每个人一天完成的工作量与他们单干时的工作量有可能是不同的。因此，对于上述工程问题的标准答案，命题 D 乃是一个附加的假定，这个不起眼的假定在物理学上却有一个十分响亮的名称。

在静电学中有如下基本的实验事实：

E　设有两个点电荷，第一个点电荷单独存在时，观察点的电场强度为 $\mathbf{E}_1$，第二个点电荷单独存在时，观察点的电场强度为 $\mathbf{E}_2$，则两个点电荷同时存在时，观察点的电场强度为 $\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2$。

这一实验事实称为“静电场的迭加原理”，它是静电学中的一个基本原理。

对于某些物理量，类似的“迭加原理”并不成立。例如，根据静电场理论，静电场的能量密度 u 与电场强度 $\mathbf{E}$ 的自乘成正比，即存在常量 k，使得

$$u = k\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}。$$

因此，对于上面考察的两个点电荷，第一个点电荷单独存在时，观察点的静电场的能量密度为 $u_1 = k\mathbf{E}_1\cdot\mathbf{E}_1$，第二个点电荷单独存在时，观察点的静电场的能量密度为 $u_2 = k\mathbf{E}_2\cdot\mathbf{E}_2$，而根据静电场的迭加原理，当两个点电荷同时存在时，观察点的电场强度为 $\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2$，因此观察点的静电场的能量密度为

$$u = k(\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2)\cdot(\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2) = u_1+u_2+u_{12}$$

这里，$u_{12} = k(\mathbf{E}_1\cdot\mathbf{E}_2+\mathbf{E}_2\cdot\mathbf{E}_1)$ 是一个“交叉项”，表示一种“相互作用能”，它的存在使得静电场的能量不遵循迭加原理：当两个点电荷同时存在时观察点的能量密度，不等于两个点电荷各自单独存在时观察点的两个能量密度之和。

比较命题 C 与命题 E，我们看到某种共同之处，既然命题 E 表示“静电场的强度遵循迭加原理”，命题 C 似乎就该表示“工作量遵循迭加原理”了。这个用语是否合适，我们不在这里考察，但有一点可以肯定，命题 C 这个前提未必成立，从而默认这一前提乃是人们的疏忽。作为一道小学算术题，这种疏忽是无足轻重的，但在物理学中同样的疏忽却让人们付出了高昂的代价。

7.　概率的迭加假设

现在我们回到对命题 A 的第二种推导，这个推导也有一点小小的疏忽，其中有如下推理：

“设同时打开两条缝经历时间T，有n_1 个电子通过第一条缝并落在屏幕上的某一小区域Ω上。如果其它条件保持不变，仅关闭第二条缝，同样经历时间T，则还是会有n_1 个电子通过第一条缝落在屏幕上的Ω上。”

这一推理默认了如下前提：“在双缝衍射过程中，通过某一条缝落在Ω上的电子数，与另一条缝的启闭（打开还是关闭）无关。”

为了用数学的语言表述这一命题，首先要承认“打开第二条缝”还是“关闭第二条缝”是

不同是实验条件，在这两种实验条件下，“通过第一条缝落在Ω上的电子数”的含义不同，必须用不同的符号来表示。用n_1和m_1分别表示在打开和关闭第二条缝两种条件下通过第一条缝落在Ω上的电子数；用n_2和m_2分别表示在打开和关闭第一条缝两种条件下通过第二条缝落在Ω上的电子数，则上述推理默认的前提表成：

$$m_1 = n_1, \qquad m_2 = n_2, \tag{8}$$

现在，我们把第三节所考察的三个过程中的第二、第三两个过程合并成一个，即考虑如下两个过程：

过程 U：同时打开两条缝经历时间 T，有 N 个电子落在屏幕上。

过程 V：假定其它条件保持不变，先关闭第二条缝，经历时间 T，从而有 N_1 个电子达到屏幕上；再打开第二条缝，关闭第一条缝，再经历时间 T，从而有 N_2 个电子达到屏幕上。在整个过程中，也有 N 个电子落在屏幕上。

在这里，过程U是在“两条缝同时打开”的条件下进行的，过程V则是在“两条缝轮流打开”的条件下进行的，由于两个过程的实验条件不同，有关的概率有不同的含义，必须用符号来区分它们。如果还是用符号U和V表示这两个过程的条件，则按照概率论的通常写法，“在‘两条缝同时打开’的条件下的某一事件Y的概率”本应写成$\Pr(Y|U)$，但为了方便，我们把这个概率表达式改写成$\Pr_U(Y)$。同样，“在‘两条缝轮流打开’的条件下的Y事件的概率”写成$\Pr_V(Y)$。如果Y事件的概率与两条缝“同时打开”还是“轮流打开”无关，则仍写成$\Pr(Y)$。

还是用e表示一个“落在屏幕上的电子”，E表示“e通过第一条缝”而F表示“e通过第二条缝”，X表示“e落在Ω上”，则根据概率的频率定义，当N足够大时，对于过程U，我们有：

$$\Pr_U(X) = \frac{n_1+n_2}{N};$$

$$\Pr_U(X\cdot E) = \frac{n_1}{N}, \qquad \Pr_U(X\cdot F) = \frac{n_2}{N}。$$

根据显然的数字关系

$$\frac{n_1+n_2}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N},$$

我们有

$$\Pr_U(X) = \Pr_U(X\cdot E) + \Pr_U(X\cdot F)。\tag{9}$$

在过程V中，落在屏幕上的电子总数还是N。还是用m_1和m_2分别表示通过第一条缝落在Ω上的概率与通过第二条缝落在Ω上的电子数，则有：

$$\Pr_V(X\cdot E) = \frac{m_1}{N}; \qquad \Pr_V(X\cdot F) = \frac{m_2}{N}。$$

于是(8)式表成：

$$\Pr_U(X\cdot E) = \Pr_V(X\cdot E), \qquad \Pr_U(X\cdot F) = \Pr_V(X\cdot F), \tag{10}$$

(10)式表示：

F　在双缝衍射过程中，单个电子通过某一条缝落在屏上某处的概率，与另一条缝的启闭无关。

(9)式和(10)式给出

$$Pr_U(X) = Pr_V(X \cdot E) + Pr_V(X \cdot F)。\tag{11}$$

(11)式表示：

G　在双缝衍射过程中，在两条缝同时打开的条件下单个电子落在屏上某处的概率是在两条缝轮流打开的条件下该电子落在该处的两个概率之和。

如果说命题 E 表示静电场遵循迭加原理，那么命题 G 就表示“概率遵循迭加原理”。但由于命题 G 并不是一个实验事实，我们不能称它为“概率的迭加原理”。尽管如此，命题 G 曾经给我们带来长期的困扰，我们不得不一再提到它，因此它总得有一个名称，下面我们称它为“概率的迭加假设”。

考虑到Ω可以是屏幕上的任意区域，从命题G可以得到命题A。但是在导出命题G时，不仅用到命题B，而且还用到命题F，因此我们从双缝衍射实验得出的结论就不再是“命题B不成立”，而是“命题B与命题F不能同时成立”。

如果说命题B与常识是一致的，放弃它会导致“不可思议”的结论。那么，命题F却并非如此，人们接受这个前提仅仅是由于疏忽。因此，与其放弃命题B倒不如放弃命题F。因此，我们倾向于认为命题F并不成立，即我们倾向于认为：“在双缝衍射过程中，单个电子e通过某一条缝落在Ω上的概率，与另一条缝的启闭有关。”换句话说，就是“概率不遵循迭加原理”。

回到第三节对命题 A 的推导，从其中的第一个过程，我们得到的(5)式是：

$$Pr_U(X) = Pr(E) \cdot Pr_U(X|E) + Pr(F) \cdot Pr_U(X|F)。\tag{12}$$

这是概率论意义下的“全概率公式”。在两条缝同时打开的条件下，我们无法分辨一个落在Ω上的电子到底是通过第一条缝还是第二条缝，从而$Pr_U(X|E)$和$Pr_U(X|F)$是不能测量的。因此，(12)式根本不能与实验结果相比较，从而也就不可能与实验事实相矛盾。

再考虑另外两个过程，并且把 Pr_V 理解为“另一条缝关闭”的条件下的概率符号，相应地，把 Pr_U 理解为“另一条缝打开”的条件下的概率符号，则命题 G 表成

$$Pr_U(X) = Pr(E) \cdot Pr_V(X|E) + Pr(F) \cdot Pr_V(X|F)。\tag{13}$$

从命题 B 只能导出(12)式，它是概率论意义下的全概率公式，而导出命题 A 的则是(13)式，它是“概率迭加假设”的另一种表达式。哥本哈根学派混淆了(12)式与(13)式，这才得出“从命题 B 可以导出命题 A”的结论。

8.　结束语

我们看到，如果我们认为：被双缝衍射实验所否定了前提，并不是“每一个达到屏幕的电子不是通过第一条缝就是通过第二条缝”，并不是“电子的运动不是轨道运动”。而是一个由于疏忽而默认的结论：“概率遵循迭加原理。”则双缝衍射实验实验结果并不神秘，而是再自然不过的。而且你考虑的越多，就越会感到它简直是不言而喻的。

尽管如此，下面两个命题还有待证明：

第一，在双缝衍射过程中，单个电子 e 通过某一条缝落在屏幕上某处的概率，与另一条缝的启闭有关。

第二，电子的运动确实是轨道运动。

Profound in Double Slit Diffraction Experiment

TAN Tianrong

(Department of Physics, Qingdao University, Qingdao 266071, P. R. China.)

ttr359@126.com

Abstract: We are in a puzzle about the double slit diffraction experiments because that we once expected that the diffraction pattern under the condition that two slit open simultaneously, is the overlaying of two diffraction patterns under the condition that two slit open in turn, but the experimental fact gave an answer in the negative. To explain such facts, various quantum mechanics interpretations were advanced. Specially, Feynman asserted that it is necessary to abandon the promise that any an electron arrived at the screen either passing the first slit or passing the second slit, in other words, it is necessary to recognize that the electron's movement is not orbit movement. This result is the starting point of Copenhagen interpretation, which is regarded as the orthodox interpretation.

In the Feynman's reasoning, a hypothesis that "the probability of the event that an electron passes through a certain slit and arrives somewhere on the screen is independent of the condition whether or not the other slit is open" is tacitly approved. This hypothesis is able to express as following form: The probability of the event that an electron passes through a certain slit and arrives somewhere on the screen under the condition that two slit open simultaneously, equals the sum of two probabilities of the same event under the condition that two slit open in turn. Comparing with the superposition principle for static electric fields, this hypothesis can be expressed as that "the probabilities obey superposition principle", and is called "superposition hypothesis about probabilities" herein.

Abandoning this hypothesis, we can still remain the classical promise that an electron's movement is an orbit movement. However, there are two points have yet to be comfirmed: Firstly, the probability of the event that an electron passes through certain slit and arrives somewhere on the screen is sure dependent of the condition whether or not the other slit is open a single electron. Secondly, the movement of an electron is sure the orbit movement.

Key words: double slit diffraction experiment；Feynman; total probability formula; superposition principle; Boolean algebra