

‘庄子切棒悖论’、‘调和级数悖论’等的浅简彻底解决（《科技风》2018 / 1 刊出）（本文用创新的‘均分形式’法浅简而彻底的解决了此两大悖论）

陆道渊

华东建筑设计研究院总院副总工程师, [ldy247484@126.com](mailto:ldy247484@126.com)

Recommended: 张洞生 (Zhang Dongsheng), 17 Pontiac Road, West Hartford, CT 06117-2129, USA, [zhangds12@hotmail.com](mailto:zhangds12@hotmail.com), [zds@outlook.com](mailto:zds@outlook.com)

**Abstract:** 首先, ‘庄子切棒悖论’是公认未解决的最著名悖论。这悖论与现行教科书没有区分 $\infty$ 与 $n$ 而把公共编号 $\infty$ -- $\infty$ 错成 $n \rightarrow \infty$ , 进而错写成 $n \dots$ 有关 ( $n$ 和 $\infty$ 的不同与 $\infty$ 和 $\infty$ 的不同直接有关, 其原始原理请参看 [3])。但近年来, 由中科院院士张景中主编的第二版《数学聊斋》[1]对‘悖论’的概念作出荒谬无理的解释, 竟在其 375 页说【悖论不是坏东西……悖论不但有趣, 而且有用】, 并在他作序的《话说极限》([2])的第 3 页说出低劣错误的【无限段路程之和可以是有限量】(应该‘有限段路程之和是有限量’才正确---请看下面证实。)是在掩盖‘悖论’。理学界掩盖‘悖论’的概念, 使之变成谁也搞不懂的‘疑难’的实例很多; 但像张景中教授们这种低劣错误却是绝无仅有的。展示在下面的【1】、【2】, 是 [2] 中‘庄子切棒悖论’产生的错误的级数式子。

[陆道渊. ‘庄子切棒悖论’、‘调和级数悖论’等的浅简彻底解决（本文用创新的‘均分形式’法浅简而彻底的解决了此两大悖论）. *Academ Arena* 2017;9(12):22-25]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 4. doi:10.7537/marsaaj091217.04.

**Keywords:** 庄子切棒悖论; 调和级数悖论; 芝诺悖论

首先, ‘庄子切棒悖论’是公认未解决的最著名悖论。这悖论与现行教科书没有区分 $\infty$ 与 $n$ 而把公共编号 $\infty$ -- $\infty$ 错成 $n \rightarrow \infty$ , 进而错写成 $n \dots$ 有关 ( $n$ 和 $\infty$ 的不同与 $\infty$ 和 $\infty$ 的不同直接有关, 其原始原理请参看 [3])。

但近年来, 由中科院院士张景中主编的第二版《数学聊斋》[1]对‘悖论’的概念作出荒谬无理的解释, 竟在其 375 页说【悖论不是坏东西……悖论不但有趣, 而且有用】, 并在他作序的《话说极限》([2])的第 3 页说出低劣错误的【无限段路程之和可以是有限量】(应该‘有限段路程之和是有限量’才正确---请看下面证实。)是在掩盖‘悖论’。理学界掩盖‘悖论’的概念, 使之变成谁也搞不懂的‘疑难’的实例很多; 但像张景中教授们这种低劣错误却是绝无仅有的。展示在下面的【1】, 是 [2] 中‘庄子切棒悖论’产生的错误的级数式子。

[3]之实例 6 对这个悖论虽已作出逻辑上的否定, 但还没有给出新式子来取代解决, 所以本文下面用运算推导出正确的新式子如下:

‘庄子切棒悖论’的表述实质意为‘任一条线段, 每次切取其半, 可无限次的切取’。

要解决‘庄子切棒悖论’及其级数式子的错误, 首先须知, ‘无限多’的数学记号是 $\infty$ , 而 $\infty$ 表示‘有限多’, 但现行教科书因没有 $\infty$ 与 $n$ 之分, 从

而把 $\infty$ 错误的写成 $n \dots$ , 当成无限了, 这是一错; 第二个错是其没有把未切取的部分算进去。

所以, ‘庄子切棒悖论’的真正解决的具体运算推导步骤须为:

设 $\infty'$ 为切的次数, 则有 $1 / \infty^{\infty'} = 1 / \infty = 1$ , 此式可称为‘庄子切棒公式’(注意, 依据 [3], ‘总段’ $1$ 不是数, 表示一物质线段, 所以‘庄子切棒公式’不是分数形式, 即其分数线 / 等于除号, 表示确定的线段 $1$ 被 $\infty$ 均分, 是均分形式);  $\infty$ 为已切取的‘积段’ $n$ 的编号, 必有限; 还有恒未切取的‘分段’ $1$ ; 由于 $\infty > \infty'$ , 所以 $\infty'$ 必有限。

庄子作为哲学家, 提出了‘庄子切棒悖论’问题让人们去解决, 解决了就是知识, 解决不了就成了悖论; 而悖论必须要解决(一个命题的自我否定, 即既表述为 $A$ 又表述为非 $A$ , 简称为‘悖论’。请特别注意, 形式逻辑学的‘矛盾律’表述为‘两个互相矛盾或者互相反对的命题, 不可能同时真, 必有一假。’; ‘悖论’与‘矛盾律’的区别的关键在‘一个命题’和‘两个命题’。也就是说‘形式逻辑学’的‘同一律’、‘矛盾律’、‘排中律’三大律合起来的总旨就是防止产生‘悖论’。

‘哲学’只是‘聪明的观点’而已, 事实是, 从古至今哲学流派众多, 表明‘聪明的观点’众多, 而‘辩证逻辑’仅是高级的‘哲学’; 所以, 人们把没有推理规则的‘辩证逻辑’当作高级的‘形式

逻辑学’是错误的，会把‘非逻辑’（即悖论）诡辩为‘辩证逻辑’（‘辩证’意即‘既对立又统一’），这就使‘逻辑学’与‘哲学’混同了；事实是，‘逻辑学’是‘形式逻辑学’的简称，起始于亚里士多德，具有严格的推理规则，是理学研究的唯一推理 22 工具。）

‘庄子切棒悖论’被‘庄子切棒公式’彻底解决的道理在物理事实方面：因未切取的‘分段’恒为 1，是有长度单位的，当 1 的长度小于刀锋的厚度就不能切了；即使假想刀锋的厚度可任意微细，但已切取的‘分段’也恒为 1，也表明 $\infty$ 必是‘有限多’，即 $\infty \neq \infty$ 。

所以由‘庄子切棒公式’产生的数列和级数才正确，这就解决了‘庄子切棒悖论’。

第二，千百年来百思不得其解的‘调和级数发散而其数列却收敛’（其错误式子具体展示在下，引自 [2] 之第 6 页）的毛病在哪？此毛病实即‘悖论’，也是现行教科书把  $n \rightarrow \infty$  的  $n$  当成无限，即调和级数数列的  $1/n$  不是最末项，在其后还有表示无限项的‘...’造成（注意，‘...’可用在  $n$  或  $n$  项之前表示有限的省略，如用在  $n$  或  $n$  项之后，就会表示无限而产生悖论即错误。）！

本文解决：已证实 $\infty$ 是不定的‘有限多’， $n$ 表示不定的‘有限大’， $\infty$ 表示‘无限多’， $\infty$ 表示‘无限大’（ $n$ 和 $\infty$ 的不同与 $\infty$ 和 $\infty$ 的不同直接有关，其原始原理请参看 [3]），所以调和级数应改正为  $s_{\infty} = 1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n$ 。上面已交代过，这  $1/n$  是均分形式（用直尺、圆规均分），还不是分数形式，如直接用分数形式，这分数形式就只能是纯数而不能成为数量，且不能全部通分而必化成纯数且近似的小数形式，会使 $\infty$ 彻底混同为  $n$  了；而先用均分形式就可直观看出其每项是长度，即可直观看出  $1/n$  是每 $n$ 的第①‘分段’的长度，于是每项（即每条‘分段’）长度是确定的且条数是有限的，从而总和长度  $S_{\infty}$  也会因 $\infty$ 有限趋多而有限趋微地增大成为有限量；而现在教科书把 $\infty$ 与  $n$  混同了，进而把有限的 $\infty \rightarrow \infty$ 错误的当成无限的  $n \dots$ ， $1/n$ 也就混同成  $1/n$ ，从而  $S_{\infty}$ 也混同成  $S_n$  而无限趋微地增大向 $\infty$ 发散，从而产生令人困惑的悖论。

既已证实 $\infty$ 点为‘有限多’，所以虽可任意选取 $\infty$ ，但不尽的选取是没意义的。有限选取 $\infty$ 后，才再考虑还须完全用数计算表出，这才用到分数形式  $1/\infty$ （注意，由本文，另一分数形式  $1/n$ ，是‘分段’1 与‘积段’ $n$  之比的结果写法，其比值为①/ $\infty$ ，等于‘分段’为  $1/\infty$  与‘积段’为 1 之比的比值（ $1/\infty$ ）： $1 = ①/\infty$ ；这也证实现行教科书把 $\infty$ 混同成  $n$  的错误）的各项和，从而才出现了无限小数的近似（如选取 $\infty = (11)$  则  $s_{\infty} \approx 3$ ，

如选取 $\infty = (200)$  则  $s_{\infty} \approx 5.8$ ，如选取 $\infty = (227)$  则  $s_{\infty} \approx 6$ ，如选取 $\infty = (1835421)$  则  $s_{\infty} \approx 15$  等等。还须注意，1 还是‘量数’（请看 [3]），带上量纲单位就成为具体的‘数量’了，这才彻底会有限性；从而  $1/\infty$ 、 $S_{\infty}$  都是‘数量’），于是此悖论也解决了（注意，‘总段’1 是线段，必须要有长度量纲，才被彻底确定，否则‘总段’1 还是无限的！）。

为了让人看得更清晰、踏实，用实例试把上面 $\infty = (1835421)$  的数据应用起来，就知上述不谬：如设‘总段’1 为 1 纳米长 =  $10^{-9}$  米（注意， $10^{-9}$  本应写为  $10^{-⑨}$ ，为简，不强改；下同。），如这 1 纳米长分别被①、②、... 至最后 $\infty = (1835421)$  个分点均分，这分点虽趋多但必有限即必 $\neq \infty$ ，则与各均分形式的  $1/\infty$  相应的各分数形式分别为  $1/①$ 、 $1/②$ 、...、至最后的  $1/\infty = 1/(1835421) \approx 5.4 \times 10^{-16}$  米，这与质子半径  $8 \times 10^{-16}$  米相当，这虽很小但必 $\neq 0$ ，于是其  $S_{\infty} \approx 1.5 \times 10^{-8}$  米，必是有限大即必 $\neq \infty$ 。总之 $\infty$ 必是有限多，从而  $1/\infty$  必不收敛于 0 而  $s_{\infty}$  必不会发散趋向 $\infty$ 形成悖论。

至于‘芝诺悖论’，对照‘庄子切棒悖论’、‘调和级数悖论’的真正解决，就可知其是芝诺冒充搞成的假悖论：

‘庄子切棒悖论’、‘调和级数悖论’是有产生数列的通项式的，而‘芝诺悖论’没有其通项式，因而本没有其数列，其所谓的“数列”是假的，是用特意选取的两个整数相除即  $100/9$  得到的无限循环小数  $11.111\dots$ ，再拆成无限的数列样子，搞成了所谓“无限收敛数列”；这样一来，就产生了‘快速的阿基里斯永远追不上乌龟’的假象。连动物都知道快速的必会追上慢速的，事实是，‘芝诺悖论’的编造，其选取  $100/9$  的方程就是按‘阿基里斯追上乌龟’这条件才建立的（请看 [2] 的第 3 页），怎又会追不上；把  $100/9$  写成  $11.111\dots$ ，就是为编造“无限收敛数列”，搞假悖论。显然，如果不把  $100/9$  写成  $11.111\dots$ ，此题就会还原成一般正常的数学题，就可求得阿基里斯追上乌龟的确定时间和确定距离，何来“悖论”。

这就证实了‘芝诺悖论’是假悖论并得到真正的解决。

[2] 的主题原是讲述数列和极限的，而‘芝诺悖论’和‘庄子切棒悖论’各有一串数列，所以编著者一开始就为引入这两个悖论的数列，对这两个悖论予以既虚否定又实赞美，说出了很多颠三倒四而又圆滑的废话，连同张景中院士极为怪异的废话（要欣赏其何等怪异，请看 [2] 的第 4 页的小字）对读者的逻辑思维都会有极为严重的毒害作用。

所以， $1/n$  是其最末项，不可在其后还有表示无限项的‘...’。

有了‘总段’1，则‘罗素悖论’也即解决，因为‘总段’1不是数，而是数的集合，其元素即为自然数1、2、...、n；从而第三次数学危机才真正解决。

下面展示 [2] 的‘庄子切棒悖论’所产生错误的通项式  $1/2^n$  和其错误的数列、错误的两种级数式子：

‘庄子切棒悖论’数列为  $1/2, 1/4, \dots, 1/2^n, \dots$  错误在 n 项之后还有...；两种级数式子为

【1】、 $s_n = 1/2 + 1/4 + \dots + 1/2^n + \dots = 1$ ；

【2】、 $s_n = (1/2) - (1/2)^{n+1} / (1 - (1/2))$ ；此两种式子错误就在没把未切的剩余部分  $1/2^n$  加进去。这【1】没把未切的剩余部分加进去，右边怎会=1？

再来验算【2】，试把  $n=3$  代入，也缺剩余部分  $1/2^n = 1/8$ ；补进  $1/8$ ，才=1！

而本文‘庄子切棒公式’产生的正确的‘庄子切棒’通项式  $1/\textcircled{n}$ （其  $\textcircled{n} = 2^{(n)}$ ）和其数列、级数，分别为：

‘庄子切棒’数列为  $1/\textcircled{2}, 1/\textcircled{4}, \dots, 1/\textcircled{n}$ ，还有未切的剩余的一段  $1/\textcircled{n}$ ；‘庄子切棒’级数为  $S_{\textcircled{n}} = 1/\textcircled{2} + 1/\textcircled{4} + \dots + 2/\textcircled{n} = 1$ ；

‘庄子切棒’等比级数为  $S_{\textcircled{n}'} =$

$\{ [(1/\textcircled{2}) - (1/\textcircled{2})^{(n'+1)}] / (1 - (1/\textcircled{2})) \} + 1/\textcircled{n}$ 。

请大家对照。

[2] 共有四章，其错误都集中在第一、第二和第四共三章中，原因是这三章都涉及‘庄子切棒悖论’、‘调和级数悖论’、和‘芝诺悖论’。在第四章中关于‘芝诺悖论’的人云亦云错误言论，更无知而怪诞的说【十分有意思，如果初值超越极限，它还是“退回来”从反方向逼近  $100/9$ 】（摘自 [2] 之 111 页），竟不知此句正是表达【不可把  $100/9$  写成  $11.111\dots$ 】！

[2] 最后才哀叹【其实，计算机的出现始终伴随着一个很难解决的悖论】（摘自 [2] 之 117 页）；但这样一来，其前面对悖论的赞美和错误式子严重毒害了读者的逻辑思维，怎办？！张景中院士怎会不知‘悖论’是何概念，竟说出【悖论不是坏东西……悖论不但有趣，而且有用】小孩般的话？！

原来，说起‘悖论’，就不得不面对现在依然名声震天的都与‘悖论’紧密相关三巨头理论：康托尔的‘无穷集合论’、爱因斯坦的‘相对论’、哥德尔的‘不完备性定理’。

1、先说康托尔的‘无穷集合论’：其实，‘无穷集合论’由‘无穷’和‘集合’组合而成；‘集合’本身是无悖的；而‘无穷’是有悖的，因为康·托尔把‘...’当作‘无穷’来代替 $\textcircled{\infty}$ ，再用‘一一对应’的方法，并交替辗转使用‘...’代替 $\textcircled{\infty}$ ，主观的用‘无穷的自然数集’不断构造出客观并不存在的‘超穷数集’，荒谬之至；事实是，一切小数无论是‘有理的，无理的，或超越的’，实质上都是物理元素间或几何元素间的关系性的数，放在表达存在性的‘自然数’n的数轴上就已是错误。康托尔由于不会区别n和 $\textcircled{\infty}$ ，产生‘悖论’也不知道，例如他面对“整体等于其部分”还嘴硬说这正是‘无穷’的特性。事实是，康托尔的‘无穷集合论’就已产生了很多‘悖论’，也遭到很多大数学家激烈反对；但是反对代替不了否定，反对者们也都因不会区别n和 $\textcircled{\infty}$ 而不能解决康托尔的‘无穷集合论’；另一方面，‘集合’本身是无悖的，在数学中又很有用；于是接受了‘集合’也无意中接受了‘无穷集合论’的‘悖论’。

2、再说爱因斯坦的‘相对论’：爱氏的‘光电效应’理论是世所公认的真理，但铁证证实，其“相对论”却是彻底的伪论，其中全是假式子、假运算，假概念；具体请看 [4]

3、最后说哥德尔的‘不完备性定理’：自康托尔的‘无穷集合论’‘悖论’频出泛滥后，许多数学家想尽各种方法以图消除‘悖论’，形成学派之争，以罗素、弗雷格为代表的逻辑派，以布劳威为代表的直觉派，以希尔伯特为代表的形式公理派。三大流派虽然名称不同，但实质都以逻辑为标准，但终因不会区别n与(n)而无法找到数学产生‘悖论’的根源。最后在1930年哥德尔发表了撼世的‘不完备性定理’，不了了之的结束了这场为消除‘悖论’历经半个世纪的争论。那么哥德尔的‘不完备性定理’究竟说了什么？

非常有趣，哥德尔忽视了人脑与电脑的根本差别；人脑具有主动性，会主动寻悖，而电脑是按人输进的逻辑符号、程序进行处理，不会区分悖论的真假。要深刻理解哥德尔的‘不完备性定理’，最好看‘说谎者悖论’（哥德尔本人承认受‘说谎者悖论’的启发）；‘说谎者悖论’表述为‘我正在说的这句话是谎话’，须知这种表述是假悖论，是玩句子残缺的文字游戏（如表述为‘我正在说的这句话是谎话也是真话’才是真悖论），只能蒙混电脑；不管真悖论、假悖论都最终逃避不了人脑的鉴别和解决。

张景中院士以为，既然世界级的巨头们都无奈悖何，所以就可肆无忌惮说出【悖论不是坏东西……悖论不但有趣，而且有用】。

**参考文献:**

1. 《数学聊斋》张景中主编 王树禾编著 第二版 书号 ISBN7-03-013958-5.科学出版社出版。
2. 《话说极限》梁昌洪编著 张景中作序 书号 ISBN 978-03-023788-0 科学出版社出版。
3. 《对数学基础的 0 和 1 的新认识》陆道渊 2016 年刊于《中国科技纵横》，网搜即可参阅或下载。
4. 《铁证证实“相对论”是爱氏埋灭、篡改洛仑兹五条原真式子后编成的伪论》陆道渊著 2016 年刊于《中国科技纵横》，网搜即可参阅或下载（每下载一份 35 元；最前 8 个月点击数达 4 亿余，日均点击数约达 20 万余；近期遭‘中科院’借口病毒问题封禁，但能强势解禁，并声明予以严正谴责；斗争正在激烈进行）。

12/25/2017