展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数
---‘无穷公理’揭示了宇宙-数学偶数性的随机平衡交换组合机制

汪一平

中国圆对数团队第一作者
通信联系：中国浙江省衢州市柯城区新新街道杨家田舖 45 号，324000
电话（微信）：中国-13285707958

提要：该文首次发现一个新的数学无穷构造集和“偶数性‘无穷公理’的对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合机制”。称“无量纲圆对数”。提出圆对数公理化：群组合自身除自身不一定是 1，化解了“乘组合与加组合”不能融合的困难。就代数-几何-数论-群组合：公理化、连续统、四色定理、范畴论、黎曼零点猜想、朗兰兹纲领、基本粒子等敏感课题，以一个简单的圆对数公式在{0，±1}统一分析解决。重要计算例：“中微子、夸克、希格斯粒子”与无量纲构造集衔接，描述了“中心零点-希格斯子”以‘无穷公理’带动宇宙-数学世界循环演变机制。

[汪一平. 展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数. *Academ Arena* 2025;17(11):1-214]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia. 01. doi:10.7537/marsaaj171125.01

关键词：基础数学；无穷公理；连续统；零点猜想；朗兰兹纲领；无量纲圆对数；宇宙平衡交换组合分解

作者介绍：汪一平， 浙江省海宁人 1937 年 12 月 4 日生 1961 年浙江大学本科毕业，浙江衢州市老科技工作者协会 高级工程师 从事建筑设计、数学基础理论、旋转机械工程研究。首次发现新的无穷构造集以及“偶数性‘无穷公理’的对称与不对称、随机与不随机平衡交换机制”，提出圆对数公理化假设，建立无量纲圆对数构造体系。发表论文 50 多篇，获得《三维涡旋航空发动机》、《三维涡旋船舶内燃机》等 9 个国家发明专利。2021-2024 连续四年获得中国人工智能学会大赛（理论创新组）“大奖”。著作：汪一平、李小坚、何华灿、郑智捷《群组合-圆对数无穷构造集原理及应用——数学大统一的探讨》。（238987 字，202 页）

1,前言

1.1、 无量纲圆对数数学构造集

1.1.1、“无量纲圆对数构造”的时代背景

如公元前 6000 年中国古数学《易经》符号，汉朝的扬雄撰《太玄经》在精研《周易》的二进制后演绎而出的三进制体系，以及《999 乘法表格》（仅三元数对称性乘法）。《孙子算经》中记载着“数字有数值与位值”，其筹算记数法则说：“**凡算之法，先识其位”。一纵十横，百立千僵。千十相望，百万相当**”。还记载了“**道生一、一生二、二生三、三生万物**”。充分地诠释了“天，地，人 ”的互动理念。是世界中最早的三进制体系著作。在世界上最早的指出了数学与哲学的建立与发展方向。

17-20 世纪欧洲数学建立以二元论为中心的“数值分析”体系，有对数、最小二乘法、方程论、二项式定理、相对论，笛卡尔坐标使得代数与几何有了联系。后来发展了各种学派和计算方法。出现一些新的思想和观点：“关于一个数学对象从一个形状连续变化到另外一个形状”的拓扑思想，这个数学对象就是代数模式-几何拓扑形成的。

由几何图形为中心的欧几里得、非欧几里得、几何黎曼几何创建了代数与几何结合的时候，因凯莱和克莱因的工作而连接起来，出现代数不变量、双有理变换概念、代数几何的函数-理论法、算术法、曲面的代数

几何等等许多数学成果。

受到伽罗瓦的群集合概念全新刺激，康托尔提出集合论，数学发展建立解析数论、解析代数、解析几何等分析学，由于复变函数论的引进，常微分方程和偏微分方程的发展，无可估量地扩大了。数学家康托尔（Georg Cantor 1845-1918）集合论，开启了近代数学历史时期，数学普遍采用逻辑语言定义的分析。

数学大爆炸地出现许多数学分支，都集中于严格地研究对称性二元论的“椭圆”带来的 n 维几何-代数概念；研究了大量的函数及其性质、导数、积分、无穷级数、代数数与超越数、有理数与无理数理论、无穷集合和希尔伯特空间、欧几里得空间、逻辑分析、范畴论，到几何朗兰兹纲领研究成果。这一系列成果，组成了数学体系。

1931 年哥德尔以不完备定理指出：任何无矛盾的公理体系，只要包含初等算术的陈述，则必定存在一个不可判定命题，用这组公理不能判定其真伪。颠覆了当时的数学基础研究。特别是对大卫·希尔伯特提出的“希尔伯特纲领”构成了挑战。希尔伯特纲领旨在证明数学的完备性和一致性。

1931 年哥德尔“不完备性定理”，彻底批判了 17 世纪以来 400 年欧洲所建立的数学体系，如：“集合论公理系统和希尔伯特的数论公理化”的“不完整性”，几乎全盘否定了他们的数学基础，出现“数学大统一”的矛盾。称“第四次数学危机”。其中指出： 任何相容的形式系统，只要蕴涵皮亚诺算术公理， 就可以在其中构造在体系中不能被证明的真命题。柯恩进一步证明：本系统不能自证“真伪”。哥德尔不完备定理打破了数学分析的宁静。

本文对上述当前（指哥德尔不完备性定理针对的“对象”）的数学基础理论补充提出如下问题：

如：初等数论：（皮亚诺公理）：3+4=7，3 • 4=12，

集合论：（ZFC 公理系统）交集 A∩B=｛x|x∈A 且 x∈B｝；并集 A∪B={x|x∈A，或 x∈B}。

范畴论：（公理集合论）：X∈C, F(idx) =idF(x)；A→B（态射），

（1）、凭什么公理说它们成立？

（2）、成立的依据是什么基础？

（3）、这些依据是否已经完整？

中国圆对数团队采用无量纲‘无穷公理’证明：当前所有的数学分析的“不完整性、不充分性”，没有摆脱数学基础是否牢固的“困境”。存在了新的数学危机：康托尔的“自然数集与实数集之间”有没有第三个无穷构造集？一旦解决这个危机，数学又开启了一个新的时代。

如；当前的数学困境，表现为：

（1）、逻辑分析最新的成果是《范畴论》。范畴论所说的“对象”之间“态射、函子”；集合论称“元素、映射”（统一称“交换”体系）表现为“元素-对象与交换”之间没有满足“平衡”条件，不能直接交换组合分解。

（2）、数值分析的成果有《数值分析：微积分、泛函分析、李代数、……》以希尔伯特为代表的形式主义学派。这些成果强调的是“如何实现‘平衡’？”。统一称“平衡”体系），表现为“平衡”之间没有满足“交换”条件，不能直接平衡交换组合分解。

哥德尔揭示在多数情况下，例如在数论或者实分析中，你永远不能找出公理的完整集合，每一次你将一个命题作为公理加入，将总有另一个命题出现在你的研究范围之外。那么，“语言描述”或者说“检查程序”凭什么建立去检查它们的真伪？通俗地说“系统本身存在不完整性，不能证明自身的完整性”。为了这个过程得以进行，需要知道手头有什么样的公理，可以从一组有限的公理集开始，例如欧几里德几何，或者更一般地可以允许无穷的公理列表，只要能机械地判断给定的命题是否一条公理就行，在计算机科学里面这被称为公理的递归集。尽管无穷的公理列表听起来有些奇怪，实际上自然数的通常理论中，称为皮亚诺公理的就是这么一样东西。现在看来公理没有数学证明还是不严谨的。有人提出计算机有“自我监督”功能，由于前提是“离散-对称”假设，以近代定义的逻辑语言以“离散与对称”假设的“群理论”的逻辑符号为主题的运算、语言、程序为中心，制作了计算机替代人类体力劳动。事实普适性存在的是“连续（纠缠态）-不对称性”得不到满意解

决，应用受到了限制。

另一方面是数学的发展又带来了代数方程、张量分析、微分几何等，被称为“积函数（乘组合）”与“和函数（加组合）”组成构造集概念。它们的不完整性、不充分性，表现为“相容性与完备性”、“宏观与微观”存在尖锐的矛盾，许多世纪性数学基础性难题都卡在这里无法解决。

当前，数学基础都是从“数值分析”为落脚点，勿略了“**凡算之法，先识其位**”，忽视“位值”，强调“数值”分析，使得 400 年来欧洲欧洲建立的数学体系，从“一元三次方程”开始就存在难以克服的先天性缺陷，整体数学体系具有计算方法越来越多、越来越复杂，不能实现“零误差”精确度。

人们经常会问：

（1）、数学最基础的数值分析的加组合∑(3+4=7)，乘组合∏(3・4・8=96)；

（2）、逻辑分析的(并集 A∪B)、(交集 A∩B)以及，(并集 A∪B∪C)、(交集 A∩B∩C)；范畴论的“$A^n \to B^m$”,以及一系列(平衡、态射、交换、投影、组合、解析、集合)；函数数值分析的“平衡、等号(→=)”与逻辑规则“当且仅当”，包括“选择公理”。

凭什么说它们能够成立？

事实：传统数学依赖直观的“数论公理化”、“集合论公理化”成为“不证自明”，没有数学证明。也就是说，“公理”看似“合理”，实际是“不合理”，它们需要数学证明。

数学和哲学的逻辑分析（内外部）都强调“二元数$\{2\}^{2n}$”的“对称性-离散性”，事实二元的数值或逻辑对象本身就是不对称性的，遇到三元数$\{3\}^{2n}$的“不对称性-连续性”没有办法，只好说“没有三元数”，误导了数百年来数学体系的发展。

欧洲数学家们一直没有注意或忽略中国古数学的“**凡算之法，先识其位**”。也就是说，建立数学体系必须先从“位值”开始，限于历史条件，这个“无量纲”机制没能发现，以致没有发现数值作用隐藏着无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，它的出现，根本性改变了现行“元素-对象”的平衡不能交换，“逻辑的态射不能平衡”。也不能证明它们的“真伪”。表现为：

$$N^a;\neq N^b;\quad N^a \to N^b;;\quad \text{不同于 } N^a \leftrightarrow N^b;;$$

其中：符号(↔)被称为‘无穷公理’的随机与不随机的平衡与交换组合机制。

‘无穷公理’的完整性、充分性，激发了数值分析与逻辑分析，在无量纲圆对数环境里获得实现展示与统一。

（2）、17-20 世纪欧洲数学发展达到了高峰，如康托尔集合论、希尔伯特空间、范畴论空间等都在向无穷方向发展，已经达到了天花板级别。意味着很难有发展的空间。

事实证明：数学本身不是那么复杂，它们有严格的数学规则必须遵循。基于自然数公理化和集合论公理化影响，把数学搞得那么复杂，离不开“逼近计算”，失去了数学的“简洁化、零误差”计算的真正内涵。

传统数学那种不能实现随机互逆证明的数学基础能乐观吗？

克莱茵说：哥德尔不完备性定理以后，数学没有实则性进展”。困难在于“infinity(无穷)”。历史条件限制，没有说明真正的内涵。那时没有出现“无量纲构造集”，同样也不知道“无穷公理”真实的具体内涵。这就是本文章将要阐述的“无穷构造集”。试图解决外尔所说的数学解决“最终基础和最终意义”的问题。

数学基础里最根本的争议：“自然数集与实数集”之间，倒底有没有其它第三种无穷构造集？康托尔说“没有”。哥德尔说：“有”。谁对？都没有证明。

爱因斯坦说：“上帝不会掷骰子”，意思是说“自然界可能有潜在性的规则”。数学家们、科学家们纷纷猜想，或许存在一个人类还没有发现的一个自然规则，成为世纪性数学基础最大悬案。

当前数学的数值分析和逻辑分析都涉及数学基础问题，如果得不到合理的证明或解决，那么 400 年来欧洲引以为傲的数学体系是不乐观的。近代数学和经典数学的发展可能功亏一篑。数学家们期望早日出现“新

的无穷构造集”解决当前“第四次数学危机”的数学困境。

1905 年，爱因斯坦-洛仑兹首次提出“速度与不变光速之比”的“无量纲”，适应引力的相对论，成为 20 世纪二大物理支柱之一。由于历史条件限制，许多人对于“无量纲”内在的奥密看不懂、不能理解，以致相对论没有获得深入到数学领域的应用。爱因斯坦在《狭义相对论》里灵光一现，有了“无量纲的思想萌芽”，在生命最后 40 年里设想把“无量纲”提高到“构造”，没有完成。可是尽管不少人反对，爱因斯坦相对论，在许多领域获得物理证明，恰成了 20 世纪物理学的二大支柱之一。

迄今为止，全部体数学体系还没有跳出二元论对称性的框架适应$\{2\}^{2n}$的分析，至于三元论的对称与不对称性分析适应$\{3\}^{2n}$的分析，一直没有满意的进展，近百年来许多数学学科得不到深入或实质性进步，同样也阻碍了超级计算机的发展和制作。

1967 年美国数学家朗兰兹：提出了一组意义深远的猜想 。这些猜想指出了三个相对独立发展起来的数学分支：数论、代数几何和群表示论，指出它们是密切相关的。但是，有怎么样的关系？没有说。被称为朗兰兹互反猜想，它们是由一系列猜想组成的思想，而后演变成朗兰兹纲领，被称为数学界的"大统一理论"。

按照朗兰兹纲领设想的意思：数学分析的最后结果可能是：“整个数学领域用一个简单的公式，把代数-几何-数论-群组合统一起来”。它们在哪里？

如何找到第三方构造集，满足“共轭互逆中心零点对称性进行随机的‘平衡与交换”，如果能证明成功，那么这个系统的数学基础是牢固的。

本文阐述内容：将“一种新的无穷构造集：无量纲圆对数和特有的偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’的平衡交换机制”，随机验证“元素-对象”群组合外部与外部、内部与内部、外部与内部之间的“平衡与交换的统一”、“完备性与相容性的统一”、“宏观与微观的统一”，试图解决新的“第四次数学危机”。

在形式逻辑中数学命题及其证明都是用一种符号语言描述的，在这里我们可以机械地检查每个证明的合法性，于是便可以从一组公理开始无可辩驳地证明一条定理理论上，这样的证明可以在电脑上检查，事实上这样的合法性检查程序也已经有了。

中国学者汪一平领衔的圆对数团队，传承古今中外数学家成果，从中国“改革开放”以来，有记载的 1982 年 5 月 25 日起历经 40 多年探索，克服了许多难以想象的困难，探索中不断扩大队伍，吸引了一批专家、学者、老师自发组成 30 多人团队，首次发现了无量纲语言定义的第三种“无穷构造集”和无量纲构造特有的“偶数性”的对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制和具有随机自证“真伪”，在无量纲$\{0,\pm1\}$的零误差分析。称‘无穷公理’。表现为无量纲语言定义描述的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”逻辑化的零误差算术分析。体现了“无量纲构造”的分析、破解、包容、平衡、交换与统一的功能。

在哥德尔的“不完备性定理”后，全体数学系统的数学基础受到了质疑或否定，传统数学面临着这样的一个历史条件和大时代背景下，产生了“无量纲圆对数”。

（1）、发现：自然数集与实数集之间，无量纲语言定义的“无穷构造集-圆对数”和无量纲特有的‘无穷公理’随机平衡交换与互逆性自证，以第三方构造集身份证明现有“公理化”的数学基础存在缺陷。提出以数学完整性，包含无穷公理、兼顾“平衡与交换”、“完备性与相容性”的统一，以一个简单的圆对数公式，几乎统揽当前数学“数值分析和逻辑分析”所有的分析方法。

（2）、证明：数值分析的平衡计算不能解决交换；逻辑分析的态射交换不能平衡计算。如皮亚诺公理“1+1=2，1+2=3 的序列证明缺陷，在第三方数学构造集条件下，才能实现平衡与交换”。进一步以新的无量纲圆对数的第三种构造集来描述或证明：任意（包括皮亚诺公理）产生的“函数-群组合-空间-可数字化对象”，都可以转换为数值特征模（正中反均值函数）和位值圆对数和中心零点（临界线、临界点），及共享的性质属性 K 控制它们的收敛性、稳定性唯一性分析，进行无量纲语言定义的数学体系进行分析。

（3）、建立：完整、统一的“无量纲圆对数”理论，实现任意函数的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制，以及具有“离散性与相容性”兼容性，整合为一体化的“圆对数空间”。开启了一个新

颖的无量纲体系的“数值-位值分析”进行“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的零误差逻辑化算术计算，统一包揽了整个数学世界在无量纲的{0，±1}的零误差分析，成为最深刻、最抽象、最基本的无量纲“圆对数空间”。从数学发展史来看，“无量纲构造”是 1931 年哥德尔不完备性定理近 100 年来，实质性的进步和根本性的突破。展示了“无量纲圆对数”分析与应用的新时期到来！开启了“数学大统一”的历史时期！展示了中国对世界数学与科学发展的新贡献！

1.1.2、无量纲圆对数构造集的数学的哲学基础

哥德尔不完全性定理包含两个主要的部分：

第一不完全性定理：对于任意的数学系统，如果其中包含了算术系统的话，那么这个系统不可能同时满足完备性和一致性。也就是说，要是我们能在一个数学系统中做算术的话，要么这个系统是自相矛盾的，要么有一些结论，即使它们是真的，我们也无法证明。

第二不完全性定理：对于任意的数学系统，如果其中包含了算术系统的话，那么我们不能在这个系统的内部来证明它的一致性。称“不可判定”。

不可判定是现有的逻辑规则，包括亚里士多德语言逻辑，及弗雷格-罗素的数理逻辑，即使在（包含自然数论）的形式系统中，也并非总是在完备意义上（如排中律）适用的。

形式系统可能具有的性质如下，完备性、一致性和有效公理化的存在性。不完备性定理则表明任何蕴含皮亚诺算术公理的形式系统不能同时具有这三个性质。

在数学中，完备性的概念与空间的性质紧密相关。例如，在一个拓扑向量空间中，一个子集被认为是完全的，如果它的扩张（即所有可能线性组合的集合）在整体空间中是稠密的。这意味着该子集包含了足够多的元素，使得任何其他元素都可以被该子集中的元素线性组合而成。在实数理论中，实数的完备性体现在闭区间套定理上。这个定理表明，对于任何一组逐渐缩小的闭区间，最终会存在一个公共点，这证明了实数集是一个完备的系统。

在数学中，一致性指的是从根基开始建立，沿着定理与推论的枝叶发展，从头到尾都是一致的。用正确的结论之间加以推导，一定得到的是正确的结论。例如：数学从根基开始建立，沿着定理与推论的枝叶发展，从头到尾都是一致的，我们将与这棵参天巨树一致的东西称作“正确”。

有效公理化是数学和逻辑学中的一个概念，它指的是形式系统中的定理集是递归可列举的集合。这意味着，在理论上，可以通过计算机程序来列举出系统中的所有定理，而不会列出任何非定理的陈述。

自洽性和矛盾性是判断理论和命题有效性的两个不同方面。自洽性保证了理论内部的逻辑一致性，而矛盾性则揭示了理论与事实之间的不一致。一个既自洽又与事实相符合的理论才是可信的。

后来传统逻辑的发展，与其说被"形式"主义化了，还不如说是被歪曲化了。因为，根据恩格斯的传统逻辑和辩证逻辑的关系是初等数学和高等数学的关系的比喻，可以认为辩证逻辑是研究人的认识的理性阶段的规律，传统逻辑则研究人的认识的知性阶段的规律。超出了传统逻辑的适用范围，把传统逻辑应用到整个人类认识的过程，使它成为诡辩的工具并陷入悖论是并不奇怪的。

黑格尔之所以认为传统逻辑可以成为诡辩工具，是因为黑格尔把传统逻辑和形而上学混为一谈，从而把传统逻辑的局限性绝对化了。但正好像超出了真理的应用范围，把真理变成谬误并不等于真理本身就是谬误一样，超出了传统逻辑的适用范围，把传统逻辑变成诡辩的工具也不等于传统逻辑本身就是纯"形式"的东西。以上内容摘自:陈世清著:《经济学的形而上学》中国时代经济出版社 2011.2 第 2 版。

最近的学术研究经常将数理逻辑技术应用到亚里士多德的理论中。在许多人看来，揭示了亚里士多德与现代逻辑学家之间在方法和兴趣上的许多相似之处。传统逻辑内容的具体化和形式的抽象化、数学化、符号化是对称的双向同步过程。符号化不等于形式化。

对称逻辑是以对称规律为基本的思维规律，是天与人、思维与存在、思维内容与思维形式、思维主体与思维客体、思维层次与思维对象、科学本质与客观本质对称的逻辑。对称逻辑使形式逻辑本身所蕴涵的思维

内容与思维形式的统一得以展示。提供了足以研究复杂系统论的思维方式。普通逻辑是传统逻辑主体内容的扩充，其中贯穿着兼容并蓄的大逻辑观。

数学的发展到了 20 世纪初，成为数学基础的讨论，产生了三大数学流派是围绕数学的哲学基础问题进行的不同探讨而形成的三大学派，主要指集合论的公理化、逻辑主义、形式主义或直觉主义学派——都没有达到目的。其形成主要是在 1900 年到 1930 年这三十年间。代表人物有罗素、希尔伯特、布劳威尔。

归纳起来，现有数学逻辑的哲学基础：任意自然的探索对象（包括皮亚诺公理）进行的“数值分析、逻辑分，没有对数学提供一个可以普遍接受的途径。分析”的结果，都具有“偶数性”的“对称与不对称”条件，都不能直接平衡与交换（态射、映射、投影、组合、分解）。称“不可判定”。

20 世纪末，美国数学家克莱因《古今数学思想》说：1930 年以后的全部数学发展还留下二个没有解决的大问题：

（1）、去证明不加限制的经典分析与集合论的相容性。

（2）、在严格直观的根基上去建立数学或者去确定这种途径的限度。

这二个问题中，困难的根源都在于无穷集合和无限程序中所用到的无限（infinity）。

怎么解决这二个数学问题？

中国圆对数团队首次发现在“实数与自然数之间”存在第三种新的：无穷构造集和特有的‘无穷公理’机制，提出“无量纲圆对数公理化假设”：“乘组合单元体(几何平均值)/加组合单元体(算术平均值)**≤1**”，成为“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”干扰，的无量纲圆对数空间。解决“对称与不对称性”统一转换为无量纲圆对数“偶数性”（指共轭互逆平衡对称性）特征，以及‘无穷公理’机制的随机平衡交换组合分解”和“随机自证真伪”机制的关键问题。满足“不加限制的经典分析与集合论的相容性”和“不加限制的经典分析与集合论的相容性”。

具体表现：

（1）、基于无穷集的不重复组合，集合为无限子项，每个子项都可以提取“数值特征模”和无量纲“位值圆对数”形式。以无穷集合除于无穷集合的平均值，具有“整数性、互逆性、同构性、同态性”，以及满足无穷集合“完备性（群组合外部）和“相容性”（群组合内部）一体化、一致性和有效公理化”和稳定性的圆对数中心零点（极限）的存在性，包含了递归可列举、可判定的“无穷”以及可。在相同无量纲圆对数相同因子的“偶数性”的对称条件，称无量纲“对称逻辑”，成为“随机与不随机的平衡交换组合与互逆性自证”，称‘无穷公理’。

（2）、“无量纲位值圆对数公理化”是没有具体数值仅互逆性的随机自证真伪。其中的位置圆对数仅表示数值的位置，可以不限于自然数，实数，可以包含有理数、无理数，以及任意逻辑代数，任意可数学化的统一称“元素-对象”，它只表达其“位置-序列”，与原来的数学模型和数字内容没有直接的联系，称“位值圆对数”，成功避免了“具体元素的干扰”，确保精确性的零误差分析。称“无量纲构造”。

1.1.3、无量纲圆对数构造集与公理化

皮亚诺自然数公理体系是数学中一个非常重要的概念,无量纲圆对数把实数集与自然数集的比较，转换为无量纲语言定义的“位置-序列”体系，按照对自然数进行严谨的定义和构建，确保了在数学中“元素-对象”的基本运算和性质属性的有效控制和可靠性。

所说的无量纲语言定义的自然语言的公理化事情，皮亚诺确实没解决这个问题。目前，皮亚诺公理采用了逻辑语言定义的形式表述：（引自网络）：

$$P(0)\rightarrow(\forall n.P(n)\rightarrow P(n+1))\rightarrow\forall n.P(n)P(0)\backslash to(\backslash foralln.$$

$$P(n)\ \backslash to\ P(n+1)\ )\ \backslash to\ \backslash forall\ n.P(n)$$

如果没有公理化系统，就没有现代集合论、序数分析、模型论等等。

但是，皮亚诺公理采用了把“自然数语言定义和逻辑语言定义的形式”，统一转换为“无量纲语言定义的

‘无穷公理’对应的无穷位值圆对数$(1-\eta^2)^K$”模式，描述“元素-对象”的真命题 W 和可以转换为逆命题 W_0。

$$W=(1-\eta^2)^K W_0;$$

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_1{}^2)^K+(1-\eta_2{}^2)^K+\ldots+(1-\eta_n{}^2)^K=\{0,\pm1\};$$

其中：这里$(1-\eta^2)^K$仅仅表示“元素-对象”的序列，通过圆对数把任意高阶低阶序列转换为同构性的无量纲圆对数，及幂函数的“一阶序列”。{0,±1}表示无没有具体对象内容的无量纲圆对数逻辑应用范围或区域以及中心零点。

这样，“离散性与连续性”统一转换无量纲圆对数的兼容完备性与相容性的统一。这个正是“连续统问题”的验证与解释。

无量纲圆对数构造集特有的“无穷公理”随机平衡交换组合，能够随机“自证真伪”，满足克莱因所说的：“证明不加限制的经典分析与集合论的相容性，以及在严格直观的根基上去建立数学”。

✵定义无穷“元素对象”集(乘组合)单元体：

$$\{X\}^Z=\prod\{\sqrt[Z]{(x_1x_2\ldots x_S\ldots x_Z)}\};$$

✵定义无穷“元素对象”集(加组合)单元体：

$$\{X_0\}^Z=\sum[(P-1)!/(S-0)]\{(x_1+\ldots+x_S+\ldots+x_Z)\};$$

✵定义位值圆对数：位值圆对数等于“乘组合特征模”除“加组合特征模”获得无量纲圆对数，

$$(1-\eta^2)^{K(Z)}=[\{X\}/\{X_0\}]^{(Z)};$$

其中：(n=Z)表示无穷集合以及无限程序展开。在后面阐述与证明中采用无穷中任意有限(Z'S)替代。此时圆对数因子仅仅表示它们的位值-位置以及幂函数，是没有具体数字内容，称第三方构造集。

证明中“无关数学模型、没有具体数字元素内容”，以及无量纲自身系统不干扰自身（即没有数值意义的因子具有可序性，无法干扰没有数值意义的因子）的演绎。

而无量纲构造本身的演绎逻辑基于“无穷公理”随机与不随机的平衡交换组合，及具有随机“自证真伪”功能。

无量纲数列的紧致性、同构性、互逆对称性，在递归原理中，对应当前数学体系（指经典数学自然数、初等数学、高等数学的数值分析（元素平衡不能交换）和逻辑数学、集合论、范畴论的对象态射不能平衡）二大类型的不可判定“真伪”，转换为第三方无量纲圆对数的演绎逻辑证明。

其无关数学模型，没有系统外具体元素的干扰，以及系统内本身的无量纲圆对数因子具有“偶数性”的（对称与不对称）的相同因子之间平衡可以交换，具有稳定性和可判定性，无量纲构造集下，没有其它“元素-对象”干扰，“系统本身随机自证真伪”，成为完整性“公理化”。

提出圆对数公理化假设及建立自身的公理化系统。实现了高算法、高算力的零误差达到 $10^{\wedge 200}$ 以上的精确度，确保‘无穷公理’具有公正性、合理性、权威性，以及如同人们所说的“真理性”问题。

1.1.4、二元数的平衡交换组合公理化证明（1）

基于乘组合的“不对称性(a≠b)(3≠4)”不能直接平衡交换，称“不可判定”。物理学家海森堡称“不确定性”即二个元数乘组合为一个常数，因(a 与 b)互逆性关系不可确定。

(a 与 b),（3 与 4）如何平衡平衡交换？在不变原来的命题，在相同的无量纲圆对数因子(η^2)下，通过性质属性的正向、圆对数中心零点，转换为反向，体现了圆对数的交换，带动了“(a 与 b),（3 与 4）”的平衡交换，才可以进行“组合”（乘组合，加组合）。

证【1】

如：二元数的不可判定的自然数（a 与 b）(3 与 4) 有：

加组合特征模： 3+4=7，(1/2)(3+4)=3.5”，也可以是逻辑语言定义的“并集：(并集 A∪B)”。

乘组合特征模： 3·4=12，单元体√12”，也可以是逻辑语言定义的“交集：(交集 A∩B)

无量纲圆对数： $(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sqrt{12/3.5}\leq 1$;

二元数加组合以圆对数因子表示正反向对称性：

圆对数数值因子：[(-0.5)/5+(+0.5)]/3.5=0;

根与圆对数的加组合关系：$3=(1-\eta^2)^{(K=+1)}(3.5)$；$4=(1-\eta^2)^{(K=-1)}(3.5)$；

$$(1+\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}=(1-0.5)^{(K=+1)}\cdot(3.5)^{(1)}=3;$$

$$(1+\eta_{[B]}^2)^{(K=+1)}=(1+0.5)^{(K=+1)}\cdot(3.5)^{(1)}=4;$$

$$3+4=[(1-\eta^2)^K+(1+\eta^2)]^K\cdot(1+1=2)\cdot(3.5)^{(1)};$$

$$3+4=(2\cdot 3.5)=7;$$

其中：“加组合”表现为圆对数因子一次的$(1-\eta_{[A]}^2)$与一次的$(1-\eta_{[B]}^2)$的相加[(1+1)=2]，

二元数乘组合以相同圆对数因子表示可以随机出现平衡交换组合：

根与圆对数的乘组合关系：$(1-\eta^2)^{(K=+1)}=3/(3.5)$；$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=4/(3.5)$；

$$3\cdot 4=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot(3.5)^{(1+1=2)};$$

$$3\cdot 4=12=((1-\eta^2)^{(K=`1)}\cdot 3.5^{(1+1)});$$

其中：乘组合表现为$[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}]=(2)$,幂函数为（1+1=2），

加组合表现为圆对数因子的$[(1-\eta_{[A]}^2)^K\backprime(1-\eta_{[B]}^2)^K]=(1+1=2)$，

二元数的交换基础：

上述的加组合与乘组合，都保持数字本性不动，不变命题，不变特征模，不变圆对数性质，相同圆对数因子(η^2)条件下，圆对数中心零点“偶数性”的对称性进行随机与不随机的平衡交换组合，带动了数值“元素-对象”的平衡。

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\text{带动 }3/(3.5)[\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\text{带动 }4/(3.5)]$$

实现交换与组合： $[3\leftrightarrow 4]$（称映射、态射）；

这个证明了“偶数性的对称”在“数论公理化和集合论公理化”的“平衡交换组合”的不足。

特别的，由于无量纲圆对数平衡交换的带动下，实现 3↔4“乘组合、加组合”的数学基础。第三方的无量纲身份验证了二个元数“组合”3+4=7，3·4=12 是建立于无量纲构造特有的偶数性平衡交换机制上。

因为是“无关数学模型”不分组合形式，即“加组合，乘组合”都是组合，称组合“自身不变性组合”，并且“自身除自身不一定是“1”成为无量纲圆对数公理化假设的基础。解释了“3+4=7，3·4=12”以；无穷公理随机组合的原因。成为不需要依靠皮亚诺公理自然数公理化以及集合论、范畴论（有序集）对应的偶数$\{2\}^{2n}$数学基础。

1.1.5、三元数的平衡交换公理化（2）

三元数是一个难解的数学问题，在中国古数学《道德经》记载“二生三，三生万物”，“二生三”难题，几个世纪来许多著名数学家都束手无策，有人把它划归为“高等数学”是有一定道理。困难在于：混淆了偶数对称性包含“对称与不对称”分析。遇到了三元数不对称性分析，指：三元数中心点分解为一个元数概率组合与二个元数乘组合的拓扑组合组成的不对称性。如亚里斯多德的逻辑的三段论理论，哈密顿、高斯等不少数学家不能解决，否定“三元数”存在。迄今“三元数复分析仍然空白”。

尤其是亚里斯多德逻辑的三段论理论“如：A∈B∈C”,若 B 不存在，则 C 也不存在”，由此证明“三元数”不成立。亚里士多德在其著作中提供了大量的关于实践三段论的实例，但未能对这种推理做形式化的研究。直到现在围绕这种推理能否形式化的问题仍有大量的争论，反映了三元数分析的复杂性和深刻性和基本性。

当：“实数与自然数以一一对应”方式组成无量纲圆对数构造集，并且可以成为幂函数的一阶/二阶基数时，不对称条件下，无穷集合中心零点的“偶数性”能否继续发挥幂函数和中心零点的对称性作用？如果解决，那么亚里斯多德逻辑的三段论理论的认识必将发生改变，影响了整个数学-哲学基础。这是一个数学家非常关注的数学难题。

选择三个数以无量纲圆对数验证其“三元数”组合的公理化。其中的难点是：三元数“不对称性分布”（指三个元数中心点分解为一个元数概率组合与二个元数乘组合的拓扑组合）具有强烈的不对称性。

三元数核心是：满足以无量纲构造特有的“偶数性”的中心零线（临界线）和中心零点（临界点），进行“对称与不对称的”平衡与交换。这个“对称”称“偶数性”指三元数个数的不均匀对称分布和不对称性数值。

基于三元数的不对称性分布：

(a≠b≠c)，(ab≠bc≠ca)，(ab≠c，bc≠a，ca≠b)，

不能直接平衡交换，有称“不可判定”。关键是三元数“乘组合”出现了新的三元数“不对称性分布”状态，出乎数学家们习惯的二元数“对称性分布”，其破解的困难出于意料之外。

（1）、集合论创建者康托尔,（Cantor1 845-1918）惊人的创造了超限基数与超限序数。对于有限集合来说,基数就是这集合中元素的个数。对于无穷的集合,要引进新的基数。自然数集合的基数用（阿列夫(alf) 0）表示。基数有时也称为集合的势或集合的蕴度，成为自然数 N 与实数集 R 对等的基数，可列集的称超穷基数或超穷序列（连续势）。

（2）、无量纲圆对数把它们称任意函数(指自然数 N 与实数集 R，以及可以数字化的对象)提取二个类型：数值特征模（具体数值的组合集合）和无量纲位值圆对数（表示数值所在地的位置和序列）和一个中心零点为转换点。

其一：无穷数值特征模(正中反均值函数)，分别有“加组合与乘组合”，通过性质属性 K=(+1,±0,-1,±1)控制其构造集的收敛性和稳定性。

其二：无穷序列的无量纲位值圆对数，无量纲的建立具有“无关数学模型”，“没有具体（质量）元素内容”的特征。特征模与圆对数有共享的幂函数，避免了具体元数的干扰，有序展开。有效地防止模式混淆和模式坍塌，确保零误差的高精确分析。

其三：无穷序列位值圆对数，在“自身除自身不一定是 1”概念下，收敛与扩展中必然出现正向反向转换之间出现中心零点，其功能与重要性一直没有合理解决。无量纲圆对数发挥无量纲特有的“偶数性对称与不对称平衡交换机制”，充分展示了中心零点不可或缺的重要作用，解决数值平衡不能交换，逻辑态射不能平衡的难题。

（3）、集合论的“自身除自身一定是 **1**”，提出“离散与对称假设”，它们的中心零点在哪里很难“可判定”。提出无量纲圆对数公理化假设“自身除自身不一定是 **1**”，无量纲的“不一定是 **1**”表现为它们不是具体的自然数，判别式圆对数因子的绝对值“小于等于≤1”，具备了无量纲特有的“完备性和相容性”和完整性的“偶数性”（即偶数性存在对称与不对称二个概念）特征。性质属性控制它们的正向与反向之间的“交点”事实。无量纲圆对数定义它们为“中心零点”，具有无量纲构造特有的“偶数性”共轭互逆不对称性机制，这个机制以不变命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，以性质属性“正中反改变”，控制着真命题与逆命题的平衡与交换功能。

三元数的分析，目前属于数学的“空白”领域。基于乘组合的“不对称性,如：

(a≠b≠c)、(3≠4≠8)、(3·4≠4·8≠8·3)”或(并集 A∪B∪C)、(交集 A∩B∩C)；

不能直接平衡交换，称“不可判定”。物理学家海森堡称“不确定性”即三个元数乘组合为一个常数，因此(a 与 b 与 c)互逆性关系不可确定。

(a 与 b 与 c),（3 与 4 与 8）如何平衡平衡交换？在不变原来的命题，在相同的无量纲圆对数因子(η^2)下，通过性质属性的正向、圆对数中心零点，转换为反向，体现了圆对数的交换，带动了“(a 与 b),（3 与 4）”的平衡交换，才可以进行“组合”（乘组合，加组合）。

证【2】

如：二元数的不可判定的自然数(a 与 b 与 c),（2 与 4 与 9）有：

加组合特征模： 2+4+9=15，(1/3)(2+4+9)=5”，也可以是逻辑语言定义的“并集：ABC”。

乘组合特征模： 2·4·9=72，单元体$^{(3)}\sqrt{72}$”，也可以是逻辑语言定义的“交集：ABC”。

无量纲圆对数： $(1-\eta^2)^{(K=+1)}=^{(3)}\sqrt{72}/5\leq 1$;

三元数加组合以圆对数因子表示正反向对称性：

圆对数数值因子：[(+4)+(-1)+(-3)]/5=0;

根与圆对数关系：

$$(1+\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}=(1+4/5^2)^{(K=+1)}\cdot(5)^{(1)}=9;$$

$$(1+\eta_{[B]}^2)^{(K=+1)}=(1-1/5^2)^{(K=+1)}\cdot(5)^{(1)}=4;$$

$$(1+\eta_{[C]}^2)^{(K=+1)}=(1-3/5^2)^{(K=+1)}\cdot(5)^{(1)}=2;$$

$$9\cdot 4\cdot 2=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\cdot(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}]\cdot(5)^{(1+2=3)};$$

其中：乘组合表现为幂函数为一次的$(1-\eta_{[A]}^2)$与二次的$(1-\eta_{[BC]}^2)$的相加[(1+2)=3]，

$$(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)};\ \text{对应}(5)^{(1+2=3)};$$

加组合表现为同圆对数因子随机平衡交换组合：

$$[(+\eta_{[A]}^2)+(-\eta_{[B]}^2)]^{(K=+1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)};\ \text{对应}[(1+2)=3]\cdot(5)^{(1)};$$

三元数的交换基础：

不改变命题，特征模，圆对数性质，相同圆对数因子(η^2)条件下，圆对数中心零点“偶数性”的对称性进行随机与不随机的平衡交换组合，带动了数值“元素-对象”的平衡。

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)},$$

实现平衡后的交换组合：{9↔[4↔2]}（称映射、态射）；

上述二元数/三元数证明，

（1）、填补了“偶数性的不对称”在“数论公理化和集合论公理化”的“平衡交换组合”的不足。

特别的，由于无量纲圆对数平衡交换的带动下，实现“乘组合、加组合”的平衡交换组合的数学基础。第三方的无量纲身份验证了二元数“组合”3+4=7，3·4=12；三元数“组合”9+4+2=15，9·4·2=72 是建立于无量纲构造特有的偶数性随机的平衡交换组合机制上，与数字“元素对象”（加与乘，并集与交集）本身没有直接的组合关系，称数字“元素-对象”不能直接平衡交换组合分解的理由。

（2）、数学的演绎表现在无量纲圆对数平衡之后，以圆对数的交换组合，通过圆对数中心零点对称性，带动了“数字-元素-对象”的平衡交换（映射、态射）组合，保持了数学本性的不变性和在无量纲带动下（可随机互逆自证真伪）的数学演绎正确性。也就是说，人们搞了 400 年的数学分析的数学基础，竟然与“数字-元素-对象”没有直接的关系。这个数学概念彻底颠覆了传统的数学组合概念。

如：代数空间特征模$\{\mathbf{D}_0\}^{(n)}$表现为平均半径：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}$(对应 1 维幂次)；$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}$(2 维幂次)；$\{\mathbf{D}_0\}^{(3)}$(3 维幂次)。

如：几何空间特征模$\{\mathbf{R}_0\}^{(n)}$表现为正圆模式：$\{\mathbf{R}_0\}^{(1)}$(对应轴线)；$\{\mathbf{R}_0\}^{(2)}$(平面)；$\{\mathbf{R}_0\}^{(3)}$(三维空间)。

圆对数中心零点$(K=\pm 0\}$交换（转换）功能：进行正向$(K=+1)$（抛物线型）与中性$(K=\pm 1)$（椭圆型）和反向$(K=-1)$（双曲线型）状态之间的交换，表示为共轭不对称性的相交的二条直线（曲线、平面、曲面）相交点（线、面、体），在无量纲圆对数和性质属性控制下的$\{0,\pm 1\}$范围内转换为无量纲位值圆对数对称性，带动对称与不对称的平衡交换组合问题。

也就是说，无量纲构造的“平衡交换组合”条件，先满足无量纲构造特有的“平衡”，才能发生无量纲特有的“交换与组合”。解决了传统的数理逻辑所没有的“不对称性”条件下的“中心零点与平衡交换与组合问题”。

这样一来，外尔认为“数学是无限的科学”，但是它们不能直接进行。如克莱因《古今数学思想》所说的‘数学化’（Mathematizing）很可能是人类的一种创造性活动，像语言或音乐一样，具有原始的独创性，它的历史性决定不允许的客观的有理化（rationalization）。这个数学公理化只能是在无量纲构造特有的‘无

穷公理’下被随机地带动平衡交换组合。

因为是“无关数学模型”那么“加组合与乘组合”都是组合，称总“元素-对象”组合具有“自身不变性”，并且“自身除自身不一定是“1”成为无量纲圆对数公理化假设的基础。解释了“乘组合与加组合”的；无穷公理随机组合的原因。成为不需要依靠皮亚诺公理自然数公理化以及集合论、范畴论（有序集）对应的偶数性分布有对称性的$\{2\}^{2n}$和不对称性的$\{3\}^{2n}$数学基础。

也就是说，连续统假设的互逆性是存在的，如：欧几里得第一条的“平行”公理化被非欧几里得“不平行”相交曲线取代；集合论离散-对称的“一定是 1”被圆对数连续-不对称的“不一定是 1”取代。它们的“（无量纲圆对数）交点”称“无量纲中心零点公理化”。即：“交点”在三元数转换为圆对数中心零点共轭互逆平衡对称性的三维空间中心零线（特征模外部）同步变化，中心零点（群组合内部）解析。

1.1.6、无量纲构造以特有的“偶数性”随机平衡交换组合机制。

无量纲圆对数具有永恒性、无所不到、特有的“偶数性随机平衡交换组合机制”。物理学家们可能称“幽灵、中微子”，圆对数中心零点称“幽灵粒子”）。哲学家、数学家们有称：“共轭对称”、“对称逻辑”。目前，往往片面关注其“对称、平衡、映射”（没有数学证明的公理化）。完整性的“偶数性”应该是具有完整性的“对称与不对称的平衡与交换组合机制”，解决对称与不对称性的平衡与交换与组合问题。同时还证明了传统数理逻辑存在“三元数”问题存在的缺陷，以及“偶数性”中心零点在平衡交换组合中的重要作用，证明了“三元数”存在性，同时调整了数学、哲学有关不完整性的“对称性”概念。称“无量纲圆对数公理化”。

其中偶数性的完整性表现：

（1）、偶数性的中心零线对称性，处理特征模（外部）的“特征模中心零线与周围元数的同步变化”关系。

（2）、偶数性的中心零点对称性，处理特征模（内部）的“特征模中心零点与周围元数的位置-位值”关系。

解决这二个关系，体现了无量纲构造特有的完整性“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，以及“没有具体元素干扰”的和随机自动证明“真伪”。同时，又以无量纲构造集第三方身份带动“元素-对象”的平衡交换组合机制，成为验证其它任意构造集的试金石。

【数字例】

基于已知“乘组合”单元体和“加组合”单元体二个变量函数，就可以进行分析。这样一来，不可判定的自然数(abc)=(8・3・4)=96，通过无量纲圆对数成为可判定的公理化。

“一阶/二阶加组合特征模”，

已知：三元数：“一阶/二阶/三阶/零阶乘组合

乘特征模：$(8\cdot 3\cdot 4)=96$，$\{\sqrt[(3)]{96}\}^{(n=3,2,1,0)}$。

加特征模：$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(3+4+8)=5^{(1)}$；(1-1 概率组合)；

$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(3\cdot 4+4\cdot 8+8\cdot 3)=(12+32+24)=22.6\approx 5^{(2)}$(2-2 拓扑组合)；

无量纲圆对数：$(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sqrt[(3)]{96/5}\leq 1$;

如：三元数（ABC）的中心零线（对应特征模序列 ABC）对称性$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)},(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=-1)}$

三元数（abc）的中心零点（对应特征模内部元数关系 abc）对称性$(1-\eta_a{}^2)^{(Kw=+1)},(1-\eta_{bc}{}^2)^{(Kw=-1)}$

基于已知$\{\sqrt[(3)]{96}\}$和$\{D_0\}^{(1)}=5$的圆对数数值因子对称性：

圆对数中心零线：$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm 1)}=1$，对应特征模$\{D_0\}^{(2)}$

圆对数中心零点：$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm 0)}=0$，对应特征模$\{D_0\}^{(1)}$，

如，概率有圆对数数值因子对称性：（注意：圆对数数值因子不等于位值因子）。

圆对数数值因子的平衡对称性：$(\eta_\Delta{}^2)=[(5+3)=(5-2)+(5-1)]/5=0$;

三个根元数分别有概率组合，拓扑组合：

加（概率）组合元数：

$$\mathbf{j}a=\mathbf{j}8=(1-\eta_{[a]}^2)^{(Kw=+1)}\{D_0\}^{(1)}=(1+3/5)^K\{5\}^{(1)};$$
$$\mathbf{i}b=\mathbf{i}3=(1-\eta_{[b]}^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}^{(1)}=(1-2/5)^K\{5\}^{(1)};$$
$$\mathbf{k}c=\mathbf{k}4=(1-\eta_{[c]}^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}^{(1)}=(1-1/5)^K\{5\}^{(1)};$$

乘（拓扑）组合元数：

$\mathbf{ji}ab=\mathbf{ji}(8\cdot3)=(1-\eta_{[ab]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$； $\mathbf{ji}ab(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{k}c(1-\eta^2)^{(K=+1)}$；

$\mathbf{Ik}bc=\mathbf{ik}(3\cdot4)=(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$； $\mathbf{ik}bc(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{j}a(1-\eta^2)^{(K=+1)}$；

$\mathbf{kj}ca=\mathbf{ji}(4\cdot8)=(1-\eta_{[ca]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$； $kjca(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{i}b(1-\eta^2)^{(K=+1)}$；

其中：三维直角坐标系中：平面投影的法向线与轴线投影在中心零点处成为共轭互逆的不对称性，在圆对数中心零点带动下，成为共轭互逆的对称性。

无量纲圆对数(加与乘相同)结合律：

三元数 ABC 系列圆对数组合：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

三元数 ABC 中心零线（临界线）概率对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=+1)}=\{0,1\};$$

三元数 ABC 中心零线（临界线）拓扑对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[CA]}^2)^{(K=+1)}=\{0,1\};$$

三元数 abc 中心零点（临界点）拓扑对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_{[ab]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[bc]}^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_{[ca]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,1\};$$

圆对数三维空间复分析，满足三维哈密顿-汪一平四元数交换规则，组成三维八象限空间。

三维空间的对称性平衡交换：

$$(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)};$$

其中：三维空间直角坐标系，

概率为“1-1 组合”(**j**a， **i**b， **k**c)在(XYZ)轴线投影。拓扑为“2-2 组合”(**ik**bc， **kj**ca， **ji**ab)在平面(**XOY,YOZ,ZOX**)

平面投影。成为无量纲偶数性随机的共轭互逆平衡对称组合，圆对数带动“元素-对象”，实现‘无穷公理’随机的平衡交换组合。因此，证明数学本性不变，无量纲构造才是真正的实现数学演绎的正确性。

平衡与交换组合规则：不变命题，不变特征模，不变同构圆对数，称“三个不变”，通过圆对数的性质属性正中反的平衡转换组合，真命题转换为逆命题，满足中国数学家徐利治提出的“RMI 法则”转换为无量纲圆对数的平衡交换规则，称“无量纲 RMI 法则”。更确切的说是无量纲 RMI 法则通过无量纲的“圆对数空间”实现。

无量纲三维空间复分析对称性，满足公理化的结合律、交换律、封闭性等特征。乘组合与加组合分别通过圆对数转换为圆对数因子与圆对数幂函数的“加组合”。

不对称三元数通过转换为无量纲圆对数，成为对应的三个圆对数之间的加法交换。并且三元数数值“乘组合”转换为“一个加组合与二个加组合”圆对数，三个加元数进行交换，解释奇数“1+2=3”公理化和三元数复分析的数学基础。（上述另有专题阐述，略）

1.1.7、无量纲圆对数的“偶数性平衡交换机制”随机的自证“真伪”

在无量纲圆对数公理体系下，以第三方的无量纲语言定义的身份，对传统数学（指：自然语言数值分析和逻辑语言分析）“元素-对象”的验证其可靠性，以及传统数学不能或不能精确分析的“元素-对象”，都可以转换为无量纲圆对数分析成为新的数学基础，具有“零误差、权威性、真理性”。

引用哥德尔-柯恩所说的：

（一）、任何一个相容的数学形式化理论中，只要它强到足以蕴涵皮亚诺算术公理，就可以在其中构造在体系中既不能证明也不能否证的命题。

这条定理是在数学界以外最著名的定理之一，也是误解最多的定理之一。形式逻辑中有一条定理也同样容易被错误表述，有许多命题听起来很像是哥德尔不完备定理，但事实上是错误的。

哥德尔的第一条不完备定理表明：任何一个强到足以蕴涵这个“皮亚诺算术公理”表现为自然数-实数的体系。注意，所指的“自然数-实数体系”，是“数字形式化”（有具体数字一一对应的有形或无形的具体对象），所采用公理化对应系统。“公理”的“不证自明”，没有数学证明，又没有其它方法证明，必定是不完全的。它包含了既不能证明为真，也不能证明为假的命题。

如所说的皮亚诺算术公理：皮亚诺自然数公理体系是数字中一个非常重要的概念，通过对自然数进行严谨的定义和构建，形成自然数公理体系，确保了在数学中自然数的基本运算和性质的有效性和正确性。

皮亚诺的这五条公理用非形式化的方法叙述如下；

(1)、1 是自然数（后来增加了 0）；

(2)、每一个确定的自然数 a，都有一个确定的后继数 a' ，a' 也是自然数(数 a 的后继数 a' 就是紧接在这个数后面的数(a+1)，例如，1'=2，2'=3 等等)；

(3)、0 不是自然数的后继数；

(4)、不同的自然数有不同的后继数，如果自然数 b、c 的后继数都是自然数 a，那么 b=c；

(5)、如果 1 不是任何自然数的后继数；任意关于自然数的命题，如果证明了它对自然数 1 是对的，又假定它对自然数 n 为真时，可以证明它对 n' 也真，那么，命题对所有自然数都真。

这条公理也叫“归纳公设”，保证了数学归纳法的正确性。“归纳公理”可以用来证明 0 是唯一不是后继数的自然数，因为令命题为“n=0 或 n 为其它数的后继数”，那么满足归纳公设的条件。若将只考虑正整数，则公理中的 0 要换成 1，自然数要换成正整数。

以后定理更正式的定义如下：

其一：由：戴德金-皮亚诺结构为一满足下列条件的三元组(X, x,f)：

(1), X 是一集合，x 为 X 中一元素，f 是 X 到自身的映射：

(2), X 不在 f 的值域内；(3), f 为单射；(4),若 A 为 X 的子集并满足: x 属于 A, 且若 a 属于 A, 则 f(a) 亦属于 A，则 A =X.

其二：由：皮阿罗公理引出的关于自然数集合的基本假设：(1), P(自然数集)不是空集：(2),P 到 P 内存在 a→a 直接后继元察朽素的一一映射；(3),后继元素映射像的集合是 P 的真子集：(4),若 P 任意子集既含有非后继元素的元素,又有道胶罪含有子集中每个元素的后继元素,则此子集与 P 重合。这四个假设能用来论证许多平时常见又不知其来源的定理！例如:其中第(4),个假设即为应用极其广泛的归纳法第一原理(数学归纳法)的理论依据。

所说的自然数（有量纲体系），自然数由 0 开始，一个接一个，组成一个无穷的集体。自然数即用以计量事物的件数或表示事物次序的数，是用数字 0，1，2，3，4，…所表示的无穷数集。自然数集有加（减）法和乘（除）法运算，有结合律、分配律、交换律在公理化条件下成立。两个自然数相加或相乘的结果仍为自然数；也可以作减法或除法，但相减和相除的结果未必都是自然数，所以减法和除法运算在自然数集中并不是总能成立的。自然数包括非负整数，包括正整数，现在也包括 0。自然数引入皮亚诺算术公理，最简单的是：

“1+1=2”、“1+2=3”、“$a^{(1)}\cdot a^{(1)}=a^{(2)}$”，“$a^{(1)}\cdot a^{(2)}=a^{(3)}$”，……。

如“数学形式的“偶数性”包含偶数（对称分布）和奇数（不对称分布）”，“形式逻辑中“对称逻辑”的“偶数性”完整性理解应当包含对称$\{2\}^{2n}$与不对称$\{3\}^{2n}$”。

目前，数学或哲学的“公理”都没有严格指出数学的“偶数性和奇数性”、对称分布$\{2\}^{2n}$与不对称分布$\{3\}^{2n}$”

以及任意不对称性对象之间有没有“平衡与交换”机制？

也就是说，公理“不证自明”建立的“数学形式化”或“形式逻辑化”是不完整的。一定要严格的数学证明，才能发现它们完整性“偶数性”的对称与不对称的‘无穷公理’随机与不随机平衡与交换机制。

由此，必须要解决如下关键性问题：

（1）、传统数学各种分析模型的“公理化”的自身为什么不能自证？

（2）、$\Sigma(1-\eta_j^2)^{(Kw=\backsim 1)}$各个分析模型（内部、外部）怎样体现“平衡与交换机制”？

（3）、$\Sigma(1-\eta^2)^{(Kw=\backsim 1)}$各个分析模型（内部、外部）“交换律、结合律、分配律、排中律”的组合可行性的依据在哪里？

“公理”必须有数学证明， 目前来看，所有的传统数学“公理”都必须要应用无量纲“无穷公理”替代。这是个涉及基础构造性的稳定性、精确性、可行性数学基础问题。如果不能证明，那么欧洲 400 年来自以为傲所建立的：数学、哲学、物理、经济和各种分析体系和计算方法以及概念被颠覆了，至少是“数学基础不牢固的”。

所以，传统数学体系存在不完备的这一事实本身并不使人感到特别惊讶，例如：在欧几里德几何中如果把平行公设去掉就得到一个不完备的相容性体系。经典数学的相容性没有完整性地证明其“平衡点及随机平衡交换机制”；逻辑数学的集合论-范畴论以“离散-对称”或“拓扑的映射态射”假设，没有中心点的随机平衡交换机制。这种数学系统都不具备完备性。不完备的体系意味着尚未找出所有必须的公理而已。

把第一条定理的证明过程在体系内部形式化后，哥德尔证明了他的第二条定理该定理指出

（二）、任何相容的形式体系不能用于证明它本身的相容性。

这个结果破坏了数学中一个称为“希尔伯特计划”的哲学企图大卫·希尔伯特 David Hilbert 提出象实分析那样较为复杂的体系的相容性，可以用较为简单的体系中的手段来证明，最终全部数学的相容性可以归结为基本算术的相容性。哥德尔的第二条定理证明了基本算术的相容性不能在自身内部证明，因此就不能用来证明比它更强的系统的相容性。

所以说：皮亚诺公理必须遵守，但是需要数学证明其公理的可靠性。证明“传统数学模型”（自然数与实数以及逻辑分析、任意可以具有数字化的有量纲数值）之间，存在不完整的“偶数性”的对称与不对称性（即共轭互逆对称与不对称性）的相容性都不能直接交换。当然“不能用于证明它本身的相容性”。

这里，皮亚诺公理通过数学证明是通过无量纲圆对数第三方构造集——一种无关数学模型，没有具体（质量）元素内容，仅仅表明具体（质量）元素内容所在地的位置与序列，有效排除了具体元素的干扰，和保持共性的“偶数性”，数学称“位值圆对数”，哲学称“共轭对称”，事实“偶数性”包括“对称性和不对称性”。但是传统数学哲学回避了“共轭不对称性”。

特别的，这个“偶数性”对称性，有许多叫法如“共轭对称”，“偶对集”，……等，强调“对称性一面”。有些哲学家称“共轭对称”是辩证逻辑发展的高级阶段，是最高级的哲学概念。事实表明：完整的“共轭对称”，是“偶数性”具有“对称与不对称性”（即共轭互逆对称与不对称性），还要有完备性（外部）与相容性（内部）一体化，才能够随机进行平衡交换组以及互逆性的随机自证真伪的数学环境。

如果，从无量纲构造集角度来说，数学本身（本性）不能进行平衡交换组合，运算（演绎）是依靠无量纲圆对数（圆对数因子和圆对数幂函数因子）的“加组合”，还要有圆对数中心零点对称性带动“元素-对象”的平衡交换组合。严格地说“传统数学的基本的概念都不成立”。也就是说：无量纲构造的出现，引起了传统数学概念的根本性改革。

目前，在没有发现“无穷公理”的前提下，哲学家、数学家们都没有注意或阐明“共轭对称、偶对集、完备性、相容性，……”等里面还有“不对称性一面”，没有看到或没有办法解决关键性的“偶数性”中包括数值和位值的“不对称性”如何转换为“对称性”，实现随机平衡与衔接问题。

其中：偶数性的“二元数”对称性是没有异议，“三元数”应用“卡尔丹公式”解析对称性也是没有异议，但

属于特例不完整的“相容性体系”，对于“三元数”不对称解，一直没有办法解析，反映了各种哲学学派-数学学派，各种数学计算方法，都存在难以克服的先天性缺陷，称不完整的“相容性”。

因此，哥德尔的第二条定理是指当前不完整的“相容性”来证明完整的“相容性；不完整的完备性证明完备性”是不可行的。同理，哲学的不完整性“共轭对称”来证明完整性“共轭对称（还应当具备完备性证明）”同样也是不可行的。

如：中国古数学《道德经》记载的“道生一、一生二”，发展了“数学分析”的（不完整的）对称性之后，没有解决“二生三，三生万物”的：哲学、数学、物理学、经济学、生物学、人工智能算法，……等关键性问题。意味着，后人必须考虑采用目前没有的新数学方法，解决完整性的“共轭对称-偶数性”的“二生三”问题。即“偶数性的对称与不对称性“相容性-完备性”整合为“一体化”问题。

事实：“无量纲体系”是：无穷构造集特有的‘无穷公理’，以及“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容的”优越性。彻底解决：有量纲体系（指哥德尔定理所有的元素-对象，以下同）的“偶数性（内部、外部）”不完整性，转换为“无量纲体系”的“偶数性（内部、外部）”完整性机制，满足“相容性-完备性一体化”，组成了完整性“共轭对称-偶数性”的平衡交换机制，这是当前传统数学和哲学所没有的。

圆对数构造集在把“元素-对象”转换为无量纲圆对数，以无量纲构造集特有的“偶数性”（即共轭平衡互逆对称性），具有随机与不随机可确定性的对称与不对称的平衡交换机制，属于逻辑上无量纲‘无穷公理’的“没有具体元素干扰”的自证“真伪”的优势，并且以第三方身份带动验证其它系统“元素-对象”真伪。

1.1.8、无量纲构造集偶数性的平衡交换组合与真理性

今天的认知与事实：所说的“系统”的“偶数性-共同对称性”存在“对称与不对称性”二种抽象内容。传统数学的“公理化”系统，都不具备完整的相容性，都不能直接平衡交换组合”。无量纲系统通过圆对数及性质属性，把“传统数学体系的偶数性对称与不对称性”统一转换为“无量纲构造的偶数性的对称性”以及圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点），带动“元素-对象”的“元素-对象”进行随机平衡与交换组合机制，证明了传统数学“公理化”系统自身的不完整性不能平衡与交换，只能在“无量纲构造系统”的‘无穷公理’机制带动下进行。这就是集合公理化和希尔伯特数论公理化“系统”为什么需要通过第三方构造“无量纲构造证明的原因。

连续统假设问题还提出了超穷基数(2ω)，即中心零线（临界线）-中心零点（临界点）对应的“特征模”其特有的“偶数性”对称性中心零点（临界线）为最大超穷基数(2ω)，即“圆对数中心零点”，对应最大的、最稳定性数值特征模，即“圆对数中心零点为最大“等于 1”，左右二侧分别小于 1”，证明了“连续与离散可以一体化”描述，即离散型与连续型的“连续统假设”问题。

这里，第三方无量纲构造通过“无量纲圆对数公理化”，包含了递归法集合，无穷公理的紧致性、同构性、同态性、同调性、同伦性、紧致性对应的中心零线（临界线）中心零点（临界点）成为包括对称与不对称以及随机与不随机定义的完整性为“无穷公理”的“偶数性”随机平衡交换组合一体化，以及无量纲系统的“偶数性”完整对称性和完备性的一体化，反过来证明无量纲系统的“自身”是“偶数性”随机平衡交换组合的确定性的与可判定性的。

无量纲完整性，还可以验证哥德尔的不完备定理指出的传统数学“有量纲”体系的不完整性是正确的，而且还具有“充分性”的证明。

无量纲构造圆对数中心零点“偶数性”不对称的随机交换过程：以无量纲圆对数中心零线（临界线）系列：（适应特征模外部）（后面有证明，略）

$$A=\{^{(3)}\sqrt{X}\}^{(1)}=(1-\eta_{[A]}{}^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{(1)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=+1)}]\bullet\{D_0\}^{(3)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[A]}{}^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{(1)}+(1-\eta_{[BC]}{}^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}^{(2)}$$

$$=(1-\eta_{[BC]}{}^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{D}\}^{(2)}=BC;$$

交换的简写： $A\leftrightarrow(ABC)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(B+C)$；

其中：这个平衡交换组合在‘无穷公理’的中心零点内部就已经进行。

无量纲体系具有高强度的“偶数性、稳定性、零误差性、可靠性，最高算法、最高算力的零误差精确度达到了 10^{222} 次方宇宙级别。这个级别下宇宙世界成为物理学家们所说的的“高混沌汤堡”来形容。

无量纲构造集描述了：

（1）、无量纲圆对数带动世界对称与不对称的平衡与转换的‘无穷公理化’。

（2）、新的哲学和数学公理化的完整性的新数学基础。

（3）、完整性“对称逻辑”和辩证逻辑发展的真正的最高级、最抽象、最基本的数学体系。

可见，无量纲‘无穷公理’证明了圆对数“真理性”，真理性的集合才能成为“真理”，真理性是客观公理经过验证，存在的永远性进步。包括自身与自身内外部环境的自动的、自觉的、随机与不随机的改造、改革、改变。

1.2、无量纲圆对数构造与哲学空间

传统的空间概念（space concept）是指人脑对物体在空间内的存在形式产生的间接的、概括的反映。涉及形状、大小、远近、深度、方位，以及无量纲语言定义的抽象圆对数等。在空间知觉的基础上建立起来的，是对空间知觉的抽象与概括。它不但依赖群体与个体从生活经验中获得的各种空间（内外部）表象，同时也依赖各种表示空间关系的词语。

无量纲空间，从哲学角度来讲，是具体事物的组成部分的“空间”，一般是指包含数学、哲学、物理、精神世界建立的数学模型、人工智能算法的“程序语言”，是人们从具体事物中分解和抽象出来的认识对象，是绝对抽象事物和相对抽象事物、元本体和元实体等等，对应由无量纲语言定义的“一一对应”的“对象（含数字分析和逻辑分析）”组成的偶数性共轭对称与不对称的互逆转换的平衡交换统一抽象体，是存在于世界宏观与微观集体之中的，不可被人感到但可被人知道的普通群体和个体（内外部）成员，是人体感观可以直接感受或仪器观察、测定到的具体事物，都可以转换为处在大自然规则中，一定心态与形态的“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的，具有无量纲形式的位置-序列中的具体事物，都具有无量纲“空间”的具体性规定，没有“空间”规定的具体或抽象事物的描述是根本不存在的。空间与时间是对立统一体；空间有宇宙空间、信息空间、网络空间、思维空间、物理三维空间、人类大脑的抽象分析，以及数学-物理-思维上的有量纲转换（平衡交换）为无量纲圆对数空间等，都属空间的范畴，都有其内在与外在的特定含义，统一称呼为无量纲语言定义的数学-哲学的“圆对数构造与空间”。

所说的哲学，哲学的逻辑有形式逻辑和辩证逻辑。形式逻辑即关于定义、分类、判断和推理的一套规则。辩证逻辑则是指一种哲学，即辩证法的别称，其主要内容为黑格尔的三大哲学命题：对立统一，量变质变，否定之否定。所说的形式逻辑，"形式逻辑"就是指传统逻辑，狭义指演绎逻辑，广义还包括归纳逻辑。由于本质上"形式逻辑"是知性逻辑，所以现代数理逻辑没有超出"形式逻辑"即传统逻辑的范畴。亚里士多德的工具论是形式逻辑发展的基础，可以说没有工具论就没有形式逻辑。

传统的哲学逻辑往往讲究“二元”的对称性，没有哪个哲学家提出“三元”存在的“对称与不对称”，以及如何转换为对称性的展开。也就是说，传统哲学依赖于传统数学的不完整体系建立的，同样存在“不完整性”。

限于历史条件，不能或没有看到无量纲特有的“‘无穷公理’对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，遇到了“三元”不对称分布，进行“回避”，还说“没有三元数”，可是“回避”解决不了现实问题。有人提出“神”的作用以蒙圈“信徒”。有些哲学家，数学家说什么“物理后面是数学、数学后面是哲学，哲学后面是神”。如牛顿等数学家后来进入修道院，这样的方式能“回避”世界发展前进的规律吗？

现在我们以实事求是的观点大胆地说：“物理后面是数学、数学后面是哲学，哲学后面是无量纲构造”看起来无量纲圆对数构造是“虚无渺茫”，其实它们严格地“一一对应”大自然的现实世界和精神世界。

这个大自然规则具有无量纲特有的“‘无穷公理’偶数性对称与不对称、随机与不随机的正中反互逆性的

平衡交换组合机制”，无量纲构造描述了宇宙世界万物永恒的“平衡转换组合”。整个宇宙世界是在无量纲圆对数带动下“元素-对象”进行随机与不随机的“平衡交换”。这才是大自然界的魅力，也是自然界最抽象、最深刻、最基本的规则。也就是说，哲学与数学一样都存在着“与时俱进”，不断发展真理性的数学-哲学问题，反馈物理和现实世界。

1.2.1、三段论法。

三段论(syllogism)的基础是亚里士多德在《分析前篇》中奠定的。他专门研究了所谓的直言三段论，即由简单陈述句及其包含必然和可能这类模态词的变体所构成的三段论。后来斯多葛派的逻辑学家研究了三段论推理的其他形式，特别是属于命题逻辑的那些形式。成为西方逻辑的推理式，逻辑演算的一种，用形式化方法处理逻辑推理，特别是哲学、数学中所用推理，由于形式化了的推理过程与代数演算具有相似性，这类推理的正确性仅依赖于它们的形式，而与内容无关。在这里，概念、推理等被分解为最基本的元素，推理过程被表示为由开始公式出发根据某些具体规则而做的形式变形。其目的在于成就一向前的推理，或由因以成果。

由于在传统公理化的三段论系统中的推导完全依赖于符号联结的操作原则，而不依赖任何直观或对这些符号意义的理解，因此在现代技术的意义上，可以把它看作一个形式的演绎系统。这样一个系统应具有内部一致性、独立性和完备性。

亚里斯多德的逻辑和他的三段论理论，对西方思想史产生了无与伦比的影响。它并不一直保持这种地位。康德(Kant)认为亚里士多德发现了关于逻辑的一切知识，逻辑史学家潘特尔(Prantl)得出了这样的推论，即亚里士多德之后的任何逻辑学家所提出的新事物，实际是困惑，愚蠢或不正当的。

所说的，三段论,是指大前提，小前提和结论。逻辑学上严谨的反驳必须要经过这三步。其符式为：大前提：凡 M 是 P 小前提：凡 S 是 M。

结论：凡 S 是 P。通俗地说，如 M 包含 P，P 包含 S，P 不存在，则 S 也不存在。

无量纲圆对数验证：可以发现亚里斯多德的逻辑和他的三段论理论存在重大缺陷——没有发现三段元素内部之间存在“偶数性”的对称与不对称的平衡与转换机制。

如，亚里斯多德三段元素{M,P,S}，内部之间存在“偶数性”的对称与不对称，在某个特定条件下，可以产生随机的平衡与转换关系。如 M 包含 P，那么 P 不存在，则 S 也可以是存在的。表现为数学采用无量纲圆对数的三维复分析，揭示了这个三段论系统中（内部和外部存在不对称性）的推导完全依赖于符号联结的操作原则，仍然必须遵守哲学对象内部存在的平衡与交换机制。

以无量纲第三方身份，发现三段元素{M,P,S}有内在的相互作用关系，推翻了传统数学哲学应用的亚里斯多德的不完整性逻辑的亚里斯多德三段论关系：

$$\mathbf{P(S)（\rightarrow=）\leftrightarrow M\leftrightarrow（\rightarrow=）S(P)；\quad P(S)（\rightarrow=）S(P)；}$$

其中：（→=），（↔）表示称态射、映射、投影、转换的偶数性对称与不对称的“平衡交换”机制。

1.2.2、 无量纲圆对数与数学分析

迄今，400 年来欧洲建立的数学体系有各种学派和计算理论，归纳起来主要是“有量纲”的自然语言（包含质量）定义的“数值分析”体系和近代逻辑语言定义的“逻辑分析”二种传统数学体系。

（1）、数值分析基于自然语言定义的有限元素的函数分析，从一元二次方程（含一元三次的对称性特例）对称解开始，建立于对称性分析数学基础，数值计算符号用（+、-、×、÷、√、∫ 、=、…）等运算进行加、减、乘、除、乘方、开方、微积分的分析与平衡计算。出现空间定义，有希尔伯特空间、欧几里得空间、巴拿赫空间、酉空间、辛空间、……等分析方法。可是，基于不完整的相容性系统，不能证明相容性自身（哥德尔第二定理），根源在于“不对称性不能转换为对称性的随机平衡与交换环境”，反映数学基础不牢固性。甚至二元素之间的关系也没有搞清楚，即二元数个体数对称分布存在“数值、颜色等”不对称性。至于三次方程一般解以上方程一般解都不能零误差地处理。

（2）、逻辑分析以逻辑基于逻辑语言定义的无穷分析，运算符号（∈，∩、∪、→、…）等，（属于、

并集、交集、合集、态射、……）等进行数学分析。逻辑语言没有严格的平衡分析。如传统数学的“态射、映射、平衡”怎么证明它们成立？

根源在于“偶数性的不对称性，不能转换为偶数性的对称性的随机平衡与交换环境”，反映了逻辑数学基础不完整性。目前，离散型对称性假设的公理性基础，主题任务是概率性的统计工作量采用计算机，替代人类体力劳动。同样二次以上拓扑方程的函子，顾了外部态射，没有解决内部的平衡，都不能零误差地处理平衡。

（3）、众所周知，算术-代数的“四则运算”里没有“乘（除）与加（减）”的互逆性转换；逻辑代数没有“交集与并集”的互逆性平衡。这种至关紧要的（数值-位值）“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能解决随机的平衡与交换，造成数学体系本身先天性缺陷。许多世纪性数学难题都被这种广泛、普通的、缺一不可的数学本身的“乘组合与加组合”、“平衡与交换”互逆性关系所难倒。

传统的数学体系，普适性存在不对称互逆性的“偶数性”的转换为对称体系。虽然它们各种学派、计算方法都有各自的优越性和局限性，不能满足日益发展的科学计算需求，以及传统数学本身自己都不能满足关联性（物理学称纠缠相互作用）的分析困难。特别是面临着如何模仿人类大脑（解析、组合、判断、评估、……）分析的困难。

在康托尔的“实数集与自然数集”，或“几何平均值与算术平均值”，用“相对性原理”发现一个新的无量纲定义语言的第三种“无穷圆对数构造集”；提出“（群组合）圆对数公理化假设“自身除自身不一定是 1”，区别于集合论的公理化假设“自身除自身一定是 1”；所说的“自身”是指“不完全是考虑符号的元素”之间的关系。

所说的，算术平均值是全部数据的算术平均，又称“均值函数”，符号为 M（Mean）。算术平均数是集中趋势作主要的测度值，在统计学中具有重要地位，使进行统计分析和统计推断的基础。它主要适用于“加组合”（并集）总和时数值型数据，但不适用品质数据，表现为“概率和拓扑”加特征模单元体，以及不同“元素-对象”的加组合。

所说的，几何平均值是对各变量值的连乘积开项数次方根，求几何平均值的方法叫做几何平均法。如“元素-对象”总水平、总成果等于所有阶段、所有环节水平、成果为“乘组合”总和时，求各阶段、各环节的一般水平、一般成果，要使用几何平均法计算几何平均数），表现为“乘特征模”单元体，不同元素的乘组合（交集）。

数学分析的内涵有“数值-位值”二大重要部分。目前表现的成果是：“数值”解决数字具体的平衡计算，不能交换，“逻辑”解决交换关系，不能数字平衡计算。也就是说，数学分析有数值分析与逻辑分析二个不可分割的部分，仅仅单一方面分析是不够的，必须实现数值与位值以及完备性与相容性的一体化统一分析。

圆对数对数百年的传统数学进行了重整、重验、重塑、归纳，把传统数学的“数值分析与逻辑分析”整合为简单整体的无量纲语言定义的一个圆对数公式，进行逻辑化算术零误差的分析。

无量纲圆对数巧妙地、也有运气的成分，应用无量纲语言体系，破解了当前一大批世纪性遗留下来的数学困难和难题，以第三方构造集身份成为一种新的数学体系“圆对数空间”，可以验证其它系统的数学体系。

无量纲圆对数数学体系特征：完美的阐释了古中国数学的“道生一，一生二，二生三，三生万物”哲学原理。证明了“皮亚诺公理、集合论公理化”，把各种“对称与不对称、均匀与不均匀、等式与不等式、离散与连续，概率与拓扑空间，分别提取不变的“数值特征模”（正中反均值函数）和计算时间同构一致的“位值圆对数”，实现零误差的逻辑化算术零误差计算。

也就是说，圆对数传承了古今中外数学经典，把现有不完整的“数值-逻辑”分析，进步到完整的、整体性的（群体与个体）“无量纲”圆对数分析。统揽现有数学分析领域的“算术（数论）-代数-几何-群组合”整合为一个整体，用无量纲一个简单公式实现数学大统一。

1.2.3、 无量纲圆对数数学计算与逻辑

圆对数数学体系：是“自然是与实数之间”存在的一种新的无量纲无穷圆对数构造集，证明无穷集的任意

二个（多个）不同的，或不对称、不均匀的“数字、函数、空间、群组合”都存在“偶数性”（即共轭互逆对称与不对称性），转换为数值特征模和位值圆对数和共享幂函数及正中反性质属性，通过圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）对称性，描述其特征模外部之间完备性跳跃过渡方式，以及特征模内部相容性的连续过渡方式的平衡与转换关系。在第三方无量纲圆对数带动、控制下，实现“随机的平衡与交换”的统一。

具体计算方法：以无量纲语言定义的（+、-、×、÷、√、∫ 、=、…）等运算进行加、减、乘、除、乘方、开方、微积分的分析与平衡计算。分别有“元素-对象、特征模”外部与内部二种关系的不同内容的计算步骤：

（1）、位值中心零点与周围独立元素的同步变化，进行整体性的无量纲圆对数中心零线计算。

（2）、数值中心零点与周围独立元素之间关系，以无量纲圆对数中心零点对称性精确解析各个元素。

也就是说，圆对数整合了所有群组合-函数-空间分析，以无量纲语言的（数值-位值）圆对数一体化，在{0,1}数域内，进行逻辑化算术的零误差运算。

目前，任意函数以解析度为“2”（即“偶数性”），分解（或组合）成为二个$\{2\}^{(2n)}$互逆不对称性群组合-函数（空间、数值、子集合群）”运算。其前提是（人为假设的公理、没有数学可靠证明）。

对称性-离散型假设进行二元论（二维）复分析，相当于圆对数的“自身除自身等于 1”。遇到元素-对象-特征模（外部、内部）的不对称性分析，产生很大的误差，

对于三元数不对称性复分析，仍然以行列式迭代法形式的$\{2\}^{(2n)}$为基础的互逆对称性近似计算，不能适应$\{3\}^{(2n)}$为基础的三维不对称性的计算。

圆对数在三维复分析中，以“自身除自身不一定等于 1”的无量纲圆对数空间进行直接分析。也就是说，任意群组合-函数以无量纲定义语言、符号的分解（或组合），把“共轭偶数性”互逆不对称性，转换为圆对数“共轭偶数性”对称性的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）为中心的共轭对称性，实现‘无穷公理’的随机与不随机平衡与交换。一旦撤销圆对数，恢复原命题的不对称性，不能平衡与交换。

所说的“三元数不对称性表现为解决“不同数值组合的一个元素与一个元素的加组合”与“二个元素与二个元素的乘组合”之间平衡交换的困难。三元数不对称性”解决了“二生三”从$\{2\}^{(2n)}$进步到$\{3\}^{(2n)}$。

无穷中任意有限的元素-对象可以提取不变性的数值特征模和不变的同构的位值圆对数，通过中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的对称性，处理“不对称性转换为对称性”关系，成为无量纲圆对数带动“元素-对象”的加组合，满足结合律、交换律、排中律，进行三维共轭互逆对称性的随机平衡与交换。一旦撤销圆对数，立刻会自动恢复原来不对称性、不能平衡交换的特征。

特别的，任意群组合-函数的数值都不能直接进行平衡交换。逻辑代数著名的范畴论也仅是群组合离散型外部的同步交换，没有解决连续型内部交换的数学问题。困难在于：群组合多变量元素存在“乘组合函数（几何平均值）与加组合函数（算术平均值）之间的一一对应比较小于或等于 1”，以及“群组合特征模不仅有外部的同步变化，还有内部的中心点与周围元素-对象解析”没有解决，反映了传统数学基础体系的先天性不足。

这些，本来属于 18-20 世纪的数学问题，看起来好像初等数学问题，被拖延到 20 世纪末-21 世纪初，由于中国圆对数团队发现了“无量纲圆对数构造集”，完整性描述了“无关数学模型、没有具体数值元素内容”的分析，对应传统数学所说的：距离、程度、差距、测度、误差，位值、位置、序列、相对论、量子论，……，以及以圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的共轭对称互逆性的“平衡与交换”关系。

圆对数数学基础阐述中，经常反复用到一些无量纲圆对数语言和概念，这些语言和概念成为理解、分析、拓展、应用圆对数的工具箱。

1.3、 群组合-函数与集合-集合平均值

集合，简称集，是数学中一个基本概念，也是集合论的主要研究对象。集合论的基本理论创立于 19 世纪，关于集合的最简单的说法就是在朴素集合论（最原始的集合论）中的定义，即集合是“确定的一堆东西”，集合里的“东西”则称为元素。现代的集合一般被定义为：由一个或多个确定的元素所构成的整体，经典数学表现为“乘组合（拓扑、映射）与加组合（概率）的互逆性不对称性的平衡与交换”。

圆对数在集合论中表现元素-对象的集合：

（1）、确定性：多个元素给定一个集合，称群组合“自身”，任给一个元素属于该集合，自身表示与计算符号无关的数学模型。如三元数乘组合{abc}对应“2-2 组合”不重复排列{ab}^{K}，{ba}^{K}；{ac}^{K}，{a}^{K}，{b}^{K}；{c}^{K}，不重复的 6 种排列方式(K=+1,`0,-1)具有确定性。

（2）、互逆性：一个圆对数集合中，“子项”每个元素在组合中不重复地出现一次。任何两个（多个）元素组合都认为是不对称性的，有圆对数互逆定理证明。如：二元素的乘组合，可以是二个共轭不对称性，如乘组合与加组合具有互异性：三元数乘组合{abc}对应不重复排列{ab}与{ba}；{ac}与{ca}；{bc}={cb}不重复的 3 种排列方式数值都不相同。

例：{3・4・8}=96 对应“2-2 组合”不重复组合

$$\{D_0\}^{(2)}=\{3\cdot 8=24\}+\{4\cdot 8=32\}+\{4\cdot 3=12\}=68/3;$$

各个组合子项数值不相同。

其中：特征模：“2-2 组合”68/3=22.67 替代$\{5\}^{(2)}$=25,表明“组合”概念不等于“自乘”概念。

（3）、封闭性：圆对数的群组合空间的不重复排列的多项式乘组合子项或者几何空间的总边界函数不变的不同变形的拓扑条件下，组成数值特征模（正中反平均值），具有严格的封闭性，（即组合或拓扑）变化中，不能改变其总元素，否则圆对数的概率“1-1 组合”拓扑“2-2 组合”的圆对数展开得不到平衡，计算机中通过“自动监督”发现，进行“自动调整”的“深度学习”具有更封闭的抽象性，位值分析可靠地排除内部、外部具体元素、信号的干扰。

（4）、无序与有序性：一个集合中每个元素地位都是相同的，其元素的“乘组合与加组合”是无序的。“除组合与减组合”是有序的。特别是复分析则有严格的定义为有“序关系”，定义了“序关系”后，元素之间就可以按照“序关系”排序。如复分析三维哈密顿-汪一平四元数的“左手法则”规定了虚数{**JIK**}的安排规则。

（5）、唯一性：基于解析方程式，只要已知“边界函数 **D**、特征模 $\mathbf{D}_0$、无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$”三个要素中的任意二个，就可以进行无量纲圆对数分析。如根据“乘组合，加组合”对应的边界函数和特征模，获得唯一性的圆对数和通过中心零点获得唯一性的解。也就是说，计算中根据已知的二个变量函数，确定了各个项序（内部、外部）“一一对应”的圆对数中心零点，获得唯一性解。

✹定义 1.1 群组合-函数的集合，集合是一堆元素的的集体，包含无穷多元素的集合，称群组合-函数集。或无穷中任意有限的群组合-函数-空间。其中元素可以是自然数、整数、分数、有理数、实数、无理数、复数，以及所有可数字化的对象。

定义无穷数(群组合)集合：

$$\{\cdots(a_1a_2a_3\cdots a_S)\cdots\}^{K(Z)}=\{A^{K(Z\pm S)}\};$$

其中：选择数$\{\ldots(a_1a_2a_3\ldots a_S)\ldots\}^{K(Z\pm S)}=\{A^{K(Z\pm S)}\}$的集合的元素，即{A}为 A 数值的集合。

无穷数中任意有限(群组合)的集合在三维空间的微积分动态展开：

$$\{a_1a_2a_3\cdots a_S\}^{K(Z\pm S)}=\{A_{[jik]}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3,\ \cdots\text{整数})/t};$$

其中：幂函数：n=K(Z±S±(Q=3)±(N=0,1,2)±(q=0,1,2,3,…)/t 依序列分别表示:性质属性(K=+1,-1,±1,±0)；(Z±S)无穷数中任意有限(群组合)的集合；(Q=3)与$\{A_{[jik]}\}$表示三维空间展开；(N=0,1,2)微积分的零阶、一阶、二阶；(q=0,1,2,3,…无穷自然数整数)元素组合形式，/t 为一维时间。

✹定义 1.2 群组合-函数的子集，一堆元素的不重复组合，集合成为子项，称群组合-函数。

如，集合{B}中的每个元素也都是集合{A}的元素，那么集合{A}就是集合{B}的子集，记作{B}就是集合{A}超集。如：数$\{A\}^{K(Z\pm S)}=\{1,2,3\ldots S\}^{K(Z\pm S)}$的集合，数 1 属于{A}={1,2,3,4…}表示 1 是{A}的元素。

✹定义 1.3 群组合-函数组合集合（包含乘组合与加组合的集合），

✹定义无穷数中任意有限数(群组合)S 个数乘组合：

$$\cap\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}=\prod_{j=S}\{a_1a_2a_3\ldots a_S\}=\{A^{(Z\pm S)}\};$$

如：无穷数中任意有限数字 S 个数乘组合：

$$\cap\{1,2,3,4\ldots\}=\prod_{j=S}\{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\ldots\}=\{D^{(Z\pm S)}\};$$

✹定义(群组合-函数)概率集合：表示“1-1 组合”加组合形式：

$$\cup\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}=\sum_{j=S}\{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_S\};$$

如：概率集合：表示“1-1 组合”加组合形式：

$$\cup\{1,2,3\ldots a_S\}=\sum_{j=S}\{1+2+3+\ldots+a_S\};$$

✹定义(群组合-函数)拓扑集合：表示“2-2 组合”加组合形式：

$$\cup\{\cap(a_1a_2),\cap(a_2a_3),\ldots,\cap(a_Sa_1)\}=\sum_{j=S}\prod_{i=2}\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\};$$

如：拓扑集合：表示“2-2 组合”加组合形式：

$$\cup\{\cap(1,2),\cap(2,3),\ldots,\cap(S,1)\}=\sum_{j=S}\prod_{i=2}\{1\cdot 2+2\cdot 3+\ldots+S\cdot 1\};$$

定义(群组合-函数)超拓扑集合：表示“P-P 组合”加组合形式：

$$\cup\{\cap(a_1a_2\ldots a_p),\cap(a_2a_3\ldots a_p),\ldots\}=\sum_{j=S}\prod_{i=P}\{1\cdot 2\cdot\ldots P+2\cdot 3\cdot\ldots P+\ldots+P\cdot\ldots S\cdot 1\};$$

✹定义 1.4 特征模：(群组合-函数)单元体$\{X_0^{(S)}\}^K$：为不重复组合形式与组合系数建立关系，成为正中反平均值。组合系数分别：

$$(A=1)，(B=1/S)，(C=2/(S-0)(S-1)，\ldots，(P=(P-1)!/(S-0)!,$$

其中：定义包含逻辑代数语言与经典代数语言：（以下同）

1、逻辑语言：把 A 与 B 合并在一起组成的集合，没有平均值。并集：记作 A∪B，读作 A 并 B。交集：记作 A∩B，读作“A 与 B 的交集”。逻辑语言∩(并集)与(交集)强调“交换”，“交换”缺少可解释性，分母不可以是零，很难精确计算数值。

2、经典代数语言：为“加、减、乘、除”、乘方、开方、平均”。强调(乘组合)、(加组合)，分母可以是零，通过性质属性控制收敛性，但是数值不能交换。

它们分别对应的特征模：

如：“1-1”(群组合)组合平均值$\{X_0^{(1)}\}^K$：∩(并集)对应：

$$\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}=\sum_{j=S}(1/s)^K\{a_1+a_2+\cdots+a_S\}=\{X_0^{(1)}\}^K;$$

如：(群组合)全体乘组合单元体$\{X_0^{(S)}\}^K$：

$$\{\sqrt[(S)]{(a_1a_2\cdots a_S)}\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{\sqrt[(S)]{X^{(S)}}\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)};\quad（A=1）$$

如：“2-2”组合：(B=2/S(S-1))∩(交集)对应

$$\{a_1a_2,\cdots,a_Sa_1\}=\sum_{j=S}[(2!/(s-0)(s-1)]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_Sa_1\}=\{X_0^{(2)}\}^K;$$

如：“3-3”组合：(C=3!/(S-0)(S-1)(S-2)∪(交集)对应

$$\{a_1a_2a_3,\cdots,a_Sa_1a_2\}=\sum_{j=S}[(3!/(s-0)(s-1)(s-2)]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2a_3+\cdots+a_Sa_1a_2\}=\{X_0^{(3)}\}^K;$$

如：“P-P”组合：(P=(P-1)!/(S-0)!，∪(交集)对应

$$\{a_1a_2a_3a_P,\cdots,a_Sa_1a_2a_P\}=\sum_{j=S}[(P-1)!/(s-0)!]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2a_2a_P+\cdots+a_Sa_1a_P\}=\{X_0^{(P)}\}^K;$$

如：特征模$\{\sqrt[(S)]{(1,2,3\cdots 10)}\}^{K(Z\pm S\pm q=S)}$的全体集合的元素，

“1-1”组合平均值：

$$\sum_{j=S}[1/10]^K\prod_{i=2}\{(1+2+\ldots+10)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{55\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)};$$

如：三元数$\{\sqrt[(3)]{(3\cdot 4\cdot 8)}\}^{K(Z\pm S\pm q=S)}=\sqrt[(3)]{96}$ 的全体集合的元素，

“0-0”组合平均值：

$$\sum_{j=S}(1)^K\prod_{i=3}\{(3\cdot 4\cdot 8)\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)}=\{(\sqrt[(3)]{96})\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)};$$

“1-1”组合平均值：

$$\sum_{j=S}(1/3)^K\{(3+4+8)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)};$$

“2-2”组合平均值：

$$\sum_{j=S}(1/3)^K\{(3\cdot 4+4\cdot 8+8\cdot 3)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{22.67\}^{K(Z\pm S\pm(q=2)}\approx\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=2)};$$

其中：多项式第一项(P=1)组合系数 A=1,…，第(P-1)项的“P-P 组合”组合系数[(P-1)!/(S-0)!]，引入性质属性 K 控制函数的收敛性。

数值分析和逻辑分析这二种数学体系数学语言形式不同，基本的加减乘除原则是一样的。由于各自不同的优缺点很难统一，数学的发展和应用都受得了限制。数学家们猜想能否出现第三种数学构造集，把它们统一起来，充分发挥数学的功能。这就是本文讨论的对象。

✹定义 1.5 群组合-函数的性质属性，K 表示数-群组合-函数的性质属性，控制数-群组合-函数收敛、扩散、平衡、转换。分别称正向-幂群组合-函数。

性质属性：$K=[K=(+1,-1,\pm1,\pm0)]\cdot[Kw=(+1,-1,\pm1,\pm0)]=(+1,-1,\pm1,\pm0)$，

控制群组合-函数的正向、反向、平衡、转换；如：

外部 K=(+1)正幂函数：（适应群组合-函数外部之间关系）

$$(a^{(S)})^{(K=+1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=+1)}\cdot\ldots=\{a^{(S)}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

外部 K=(-1)反（负）幂函数：（适应群组合-函数外部之间关系）

$$(a^{(S)})^{(K=-1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=-1)}\cdot=\{a^{(M)}\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

内部 Kw=(+1)正向幂函数：（适应函数内部元素之间关系）

$$(a^{(S)})^{(KW=+1)}\cdot(a^{(Q)})^{(KW=+1)}\cdot\ldots=\{a^{(S)}\}^{(KW=+1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

内部 Kw=(-1)反（负）向函数：（适应函数内部子项之间关系）

$$(a^{(S)})^{(KW=-1)}\cdot(a^{(Q)})^{(KW=-1)}\cdot\ldots=\{a^{(M)}\}^{(KW=-1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

群组合-函数外部/内部之间的平衡：

$$(a^{(S)})^{(K=\pm1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=\pm1)}\cdot\bullet\bullet\bullet=\{a^{(M)}\}^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

适应群组合-函数外部/内部之间的转换、交换、态射、映射：

$$(a^{(S)})^{(K=\pm0)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=\pm0)}\cdot\bullet\bullet\bullet=\{a^{(M)}\}^{(K=\pm0)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)};$$

统一写成群组合-函数集合形式：$K=K\cdot Kw=(-1,\pm0,\pm1,+1)$

$$\{(a)^{K(S)},\ (a)^{K(Q)},\ \cdots\}^K\in\{a^{(M)}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm\cdots)};$$

其中：性质属性(K=+1)一般不标注。如果进行对比，则分别标注(K=+1)（正向幂函数）；(K=±0)（中性、转换、平衡幂函数）；(K=-1)（反向幂函数）；(K=±1)（平衡幂函数）。

✹定义 1.6 无量纲位值圆对数$(1-\eta^2)^K$：圆对数以一种群组合“自身除自身不一定是 1”的“自然数 N 离散型加组合（算术平均值）与实数 R 连续型乘组合（几何平均值）”之间一一对应比较，以及各种不等式之间的比较关系、距离、差距、……产生无量纲位值圆对数。无量纲圆对数构造为特有的、完整性的同构、同调、同态、同伦的“偶数性对称与不对称、随机与不随机控制的平衡交换机制”称“偶数性机制”。无量纲没有具有元素内容干扰，成为能够自证真伪的无量纲圆对数公理化。

$$\begin{aligned}(1-\eta^2)^K&=[\sqrt[(S)]{\{a_1,a_2,\ldots,a_S\}/\{D_0\}}]\\&=[\sqrt[(S)]{\{a_1,a_2,\ldots,a_S\}//\{D_0\}}]^{(q=1)}\\&=[\sqrt[(S)]{\{a_1,a_2,\ldots,a_S\}//\{D_0\}}]^{(q=2)}\\&=[\sqrt[(S)]{\{a_1,a_2,\ldots,a_S\}//\{D_0\}}]^{(q=p\ldots)};\end{aligned}$$

✹定义 1.7 无量纲圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）平衡对称性：

$$(1-\eta_C^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{0,1\};$$

✹定义 1.8 无量纲平衡交换规则：命题不变、特征模不变、同构圆对数不变，同构圆对数以及幂函数性质属性正中反的改变，实现平衡交换。前提是：无量纲的“平衡”，才有无量纲的“交换”。

特别的，传统数学没有“偶数性机制”，不能直接交换（包括应用皮亚诺公理的如：经典数学的加减乘除开方、乘方、投影…等；近代数学：并集、交集、映射、态射…等），必须在圆对数带动下才能进行平衡交换。

幂函数性质属性变化适应“乘组合”：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=0;$$

圆对数因子性质属性变化适应“加组合”：

$$\sum(1+\eta^2)^K+\sum(1\pm\eta_C^2)^K+\sum(1-\eta^2)^K=0;$$

其中：幂函数性质属性变化与圆对数因子性质属性变化同步，可以相互混用，也就是说，目前传统数学所有的计算符号对应无量纲圆对数没有区别，全部概念为性质属性正中反向的变化。

✹定义 1.9 平衡交换过程：数值本身不能直接交换，必须通过无量纲圆对数中心零点偶数性平衡交换机制，首先要求平衡，在对称相同的总圆对数才能交换。

在命题不变、特征模不变条件下，通过无量纲圆对数性质属性进行平衡交换

（1）、圆对数因子性质属性不变，改变圆对数幂函数性质属性转换：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

幂函数的组合或分解：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{0,2\};$$

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{0,1\};$$

（2）、幂函数因子性质属性不变，改变圆对数因子性质属性转换：

$$\sum(-\eta^2)^K\leftrightarrow\sum(\pm\eta_C^2)^K\leftrightarrow\sum(+\eta^2)^K;$$

圆对数因子组合或分解：

$$\sum(-\eta^2)^K+\sum(\pm\eta_C^2)^{(K=\pm1)}+\sum(+\eta^2)^K=\{0,2\};$$

$$\sum(-\eta^2)^K+\sum(\pm\eta_C^2)^{(K=\pm0)}+\sum(+\eta^2)^K=\{0,1\};$$

✹定义 1.10 无量纲圆对数平衡交换结果：“真命题”通过中心零点对称性的正中反向的转换成为“逆命题”。包含了经典数学平衡符号和逻辑代数、范畴论等等所有的运算符号。也就是说，传统数学（包括经典数学、近代数学）所有的运算符号，全部转换为无量纲性质属性正中反的改变，采用最原始的算术数值范围的运算符号“加减乘除乘方开方”，同样转换为无量纲构造集的运算“加减乘除乘方开方，以及{±0，±1}”。它们算术符号形式相同，但是，应用范围的“有量纲与无量纲”体系的内涵不一样。

如二元数：$\Delta=(\eta^2)^K=[^{(2)}\sqrt{\{a_1,a_2\}}/\sum_{j=1}(1/2)\{a_1+a_2\}]^{(q=0,1,2)}$;

(泛指元素分布对称性，数值不对称)。

其中：一元二次方程的韋达定理“b^2-4Ac”,写成

$$[\sqrt{\{a_1,a_2\}}/(1/2)b]^{(2)}，c=\{a_1,a_2\}，A=1。$$

如三元数：$\Delta=(\eta^2)^K=[^{(3)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3\}}/\sum_{j=1}(1/3)\{a_1+a_2+a_3\}]^{(q=0,1,2,3)}$

(泛指元素分布不对称性，数值不对称)。

✹定义 1.10 无量纲圆对数判别式确定数值性质属性：

无量纲圆对数判别式：

$\Delta^K=(\eta^2)^K\leq1$，性质属性：(K=+1)，函数收敛：

$\Delta^K=(\eta^2)^K=1$，性质属性：(K=±1)，函数平衡：

$\Delta^K=(\eta^2)^K\geq 1$，性质属性：(K= -1)，函数扩展：

$\Delta^K=(\eta^2)^K=0$，性质属性：(K=±0)，函数转换：

其中：判别式与圆对数 Δ^K 与$(1-\eta^2)^K$ 等价，仅表示坐标中心点的移动，不影响无量纲圆对数具体位值数。

[数字例 1]：

已知：三元数方程：乘组合为边界函数 **D=180**，

特征模：$D_0^{(1)}=(1/3)(5+4+9)=18/3=6$； $D_0^{(2)}=(1/3)(5\cdot 4+4\cdot 9+9\cdot 5)=101/3=6^{(2)}$,

要求进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\sqrt[(3)]{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\sum_{j=S}(1/3)\{a_1+a_2+a_3\}=\sqrt[(3)]{180^{(q=1)}}/6=180/6^3=180/216=0.8;$$

无量纲数值因子对称性：$\sum(\eta_\Delta^2)^K=0$，

圆对数中心零点对应圆对数数值因子$\sum_{j=1}\eta_{\Delta 1}=0$ 满足对称性。

无量纲圆对数中心零点数值因子：$(\eta_\Delta)\approx\pm 3/D_0$；（数值中心点与位值圆对数中心零点都在一个元素与二个乘元素之间，不一定重合）。

无量纲数值因子对称性：表示圆对数数值中心点“D_0”的二侧受到圆对数控制对称性展开实现交换：

$$[(1-\eta_{\Delta 12})+(1-\eta_{\Delta 2})]+(1+\eta_{\Delta 3})=0;$$

无量纲数值因子满足对称性：

$$(6-1)/D_0+(6-2)/D_0+(6-3)/D_0=0;$$

获； $a_1=(1-\eta_{\Delta 1})\cdot D_0=(6-1)=5$；$a_2=(1-\eta_{\Delta 2})\cdot D_0=(6-2)=4$； $a_3=(1+\eta_{\Delta 3})\cdot D_0=(6+3)=9$,

三元数复分析：

通过三维圆对数和中心零点的对称平衡实现对应平衡交换。

概率（投影轴线）分布：**j**5+**i**4+**k**9,

拓扑（投影平面）分布：

j5 对应(**ik** 4・9=36)； **i**4 对应(**kj** 9・5=45)； **k**9 对应(**ji** 5・4=20)；

验证：(5·4·9)=180，结合左手法则对应三维八象限空间满足题目要求。

平衡交换条件：数值本身不能直接交换，必须通过相同圆对数才能交换。有：

$(1-\eta_{\Delta 1})+(1-\eta_{\Delta 2})=(1+\eta_{\Delta 3})$；对应$(1-\eta_{12}^2)=(1-\eta_3^2)$；或: $(1-\eta_{xy}^2)=(1-\eta_z^2)$；

$(1-\eta_{\Delta 3})-(1-\eta_{\Delta 2})=(1-\eta_{\Delta 1})$；对应$(1-\eta_{32}^2)=(1-\eta_1^2)$；或$(1-\eta_{zy}^2)=(1-\eta_x^2)$；

$(1-\eta_{\Delta 3})-(1-\eta_{\Delta 1})_0=(1-\eta_{\Delta 2})$；对应 $1-\eta_{31}^2)=(1-\eta_2^2)$；或$(1-\eta_{zx}^2)=(1-\eta_y^2)$；

三维直角坐标系表示：平面拓扑投影与概率轴线投影具有共轭互逆对称性。

其中：圆对数结合律、交换律的平衡，满足哈密顿-汪一平三维四元数(八象限)交换律：

（**ji**k=-1），**ik**=-1(**j**)；**kj**=-1(**i**)；**ji**=-1(**k**)。

圆对数与三维圆对数复分析的转换：

即：平面拓扑投影（态射）法向线与轴线投影（态射）概率平行。

也就是说，三元数数值具有不对称性，对于圆对数则具有共轭互逆对称性，可以交换。（解析方法已经有证明，以下同，略）

[数字例 2]：

已知：三元数乘组合：**D=160**，

特征模：$D_0^{(1)}=(1/3)(4+5+8)=5.66$， $D_0^{(2)}=(1/3)(4\cdot 5+5\cdot 8+8\cdot 4)=30.66\approx 5.66^{(2)}$,

要求：进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\sqrt[(3)]{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\sum_{j=S}(1/S)\{a_1+a_2+a_3\}=\sqrt[(3)]{160^{(q=1)}}/5.66=160/181.32=0.8;$$

$(1-\eta_C^2)^K=0$；称中心零点对应特征模 5.66。

数值因子对称性：$\sum(\eta_\Delta^2)^K=0$，受到圆对数控制对称性展开，实现交换：

$$(-\eta_{\Delta1}/D_0)+(-\eta_{\Delta2}/D_0)+(+\eta_{\Delta3}/D_0)$$
$$=[(-1.66/D_0)+(-0.67/D_0)+(+2.33/D_0)]\cdot D_0=0;$$

圆对数中心零点数值因子的平衡对称性

$$\sum(\eta^2)^K=0,\ (\eta_\Delta)\approx\pm2.33/D_0,$$

三元数三个根数值，中心零点满足对称性，

有；$a_1=(1-\eta_{\Delta1})\cdot D_0=(5.66-1.66)\cdot5.66=4,$

$a_2=(1-\eta_{\Delta2})\cdot D_0=(5.66-0.67)\cdot5.66=5,$

$a_3=(1+\eta_{\Delta3})\cdot D_0=(5.66+2.33)\cdot5.66=8,$

三元数复分析：通过圆对数和中心零点的对称平衡实现对应交换。

概率（轴线）分布：**j**4+**i**5+**k**8,

拓扑（平面）分布：**j**4 对应（**ik** 5·8=40)；

i5 对应（**kj** 8·4=32)；

k8 对应（**ji** 4·5=20)；

验证：(4·5·8)=160，满足题目要求。

[数字例 3]

已知：三元数乘组合 D=120，

特征模：$D_0^{(1)}=(1/3)(3+5+8)=5.33$； $D_0^{(2)}=(1/3)(3\cdot5+5\cdot8+8\cdot3)=26.33\approx5.33^{(2)},$

要求：进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\sqrt[(3)]{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\sum_{j=S}(1/S)\{a_1+a_2+a_3\}$$
$$=\sqrt[(3)]{120^{(q=1)}}/5.33=120/151.4=0.78;$$

圆对数中心零点数值因子的平衡对称性

$$\sum(\eta_\Delta{}^2)^K=0,\ (\eta_\Delta)\approx\pm2.67/D_0$$

数值因子对称性：表示特征模为中心“5.33”的二侧受到圆对数控制对称性展开，实现交换：

$$(1-\eta_{\Delta1}/D_0)+(1-\eta_{\Delta2}/D_0)+(1+\eta_{\Delta3}/D_0)$$
$$=[(1-2.33/D_0)+(1-0.33/D_0)+(1+2.67/D_0)]/D_0=0;$$

有； $a_1=(1-\eta_{\Delta1})\cdot D_0=(5.33-2.33)\cdot5.33=3,$

$a_2=(1-\eta_{\Delta2})\cdot D_0=(5.33-0.33)\cdot5.33=5,$

$a_3=(1+\eta_{\Delta3})\cdot D_0=(5.33+2.67)\cdot5.33=8,$

三元数复分析：通过圆对数和中心零点的对称平衡实现对应交换。

概率（轴线）分布：**j**3+**i**5+**k**8,

拓扑（平面）分布：

j3 对应（**ik** 5·8=40)；**i**5 对应（**kj**3·8=24)；**k**8 对应（**ji** 3·5=15)；

验证：(3·5·8)=120，满足题目要求。

特别的，据圆对数中心零点的对称性分布特征，编制中国古数学的《999 乘法口诀与圆对数关系表》简称或查《999 表格》。可以建立新的芯片架构排列，以位值计算方法解决三元数以及高幂方程式的对称与不对称性解析，进行$\{3\}^{2n}$范围的无穷分析。

✹定义 1.11 概率圆对数集合：表示“1-1 组合”一个元素与一个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应概率变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_H{}^2)^K=\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a^{(1)}\}$$

$$=\sum_{j=S}\{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_S\}/\{a^{(1)}\}=1;$$

其中：∩(交集)，∪(并集)借用逻辑语言符号，表示“乘组合”、“加组合”与之连接。（以下同）

✹定义 1.12 拓扑圆对数集合：表示“2-2 组合”二个元素与二个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应拓扑变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_T^2)^K=\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a^{(2)}\}$$

$$=\sum_{j=S}\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a^{(2)}\}=\{0,\pm1\},$$

✹定义 1.13 超拓扑圆对数集合：表示“P-P 组合”P 个元素与 P 个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应拓扑变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_T^2)^K=\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a^{(P)}\}$$

$$=\sum_{j=S}\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a^{(2)}\}=\{0,\pm1\},$$

✹定义 1.14 概率圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1，0\}$对应“1-1 组合”特征模临界线$\{a_0^{(1)}\}$外部的位置，表示“1-1 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0^{(1)}\}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_H^2)^K=[\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a\}]^{(1)}$$

$$=\sum_{j=S}[\{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_S\}/\{a_0\}]^{(1)}=\{\pm1,0\},$$

✹定义 1.15 拓扑圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1，0\}$对应“2-2 组合”特征模临界线$\{a_0\}^{(2)}$外部的位置，表示“2-2 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0^{(2)}\}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_T^2)^K=[\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a\}]^{(2)}$$

$$=\sum_{j=S}[\{\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a\}]^{(2)}=\{0,\pm1\},$$

✹定义 1.16 超拓扑圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1，0\}$对应“P-P 组合”特征模临界线$\{a_0^{(P)}\}$外部的位置，表示“P-P 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0\}^{(P)}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_T^2)^K=[\cap(\text{交集})^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(\text{并集})\{a\}]^{(p)}$$

$$=\sum_{j=S}[\{(a_1a_2\ldots+a_P)+\ldots\}/\{a_0\}]^{(P)}=\{0,\pm1\};$$

✹定义 1.17 概率圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0^{(1)}\}$,表示“1-1 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0\}^{(1)}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

✹定义 1.18 拓扑圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0^{(2)}\}$,表示“2-2 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0^{(2)}\}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

✹定义 1.19 超拓扑圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0^{(P)}\}$,表示“P-P 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0^{(P)}\}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

[数字例 4]：

已知：三元数数值 **D=168**，三维空间一个矢量点$\{X\}^{(3)}$，其中：{X}包含角度、方向、权值等

乘特征模： $\{D\}^{(1)}=\sqrt[(3)]{168}$

加特征模： $\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(a+b+c)=18/3=6$，

$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(ab+bc+ca)=37$，

解析或组合是以多项式第二个项序概率组合最方便：

圆对数中心零线对称性：

$$[(\pm1)+(\pm2)+(-3)]\cdot\ \{\mathbf{D_0}\}^{(1)}=\{0,2\}\cdot\ \{\mathbf{D_0}\}^{(1)}$$

获得三个根：

$$a=(6-3)=3，b=(6+1)=7，c=(6+2)=8：$$

三元数复分析：

三维空间矢量的组合“3-3 组合”：$\{X\}^{(3)}=\mathbf{jik}(3\cdot7\cdot8)=168$,

空间位置的数值：$\{D_0^{(3)}\}=168$.

圆对数中心零线（临界线）临界线位置对应的特征模数值：$\{D_0\}^{(1)}=6$；$\{D_0\}^{(2)}=37$。

在平面上投影的拓扑“2-2 组合”：

$$\{X\}^{(2)}=\mathbf{ji}(3\cdot7=21)+\mathbf{ik}(7\cdot9=63)+\mathbf{kJ}(9\cdot3=27))=37，$$

圆对数中心零点（临界点）位置在（临界线）上的数值：$\{D_0\}^{(1)}=6$。

在轴线上投影的概率“1-1 组合”：$\{X\}^{(1)}=(\mathbf{j}3+\mathbf{i}7+\mathbf{k}8)$,

特别的，三维空间投影，平面拓扑的法向线数值与概率轴线数值组成“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能直接平衡与交换，转换为圆对数偶数性对称性条件下才能实现“偶数性‘无穷公理’的圆对数带动下平衡与交换。

（1）、中心零线“偶数性”对应特征模，对称性等价于$(\pm1)+(\pm2)+(+3)=\{0,2\}\cdot\{D_0\}^{(1)}$，

其中：{0}表示中心零线零平衡、减平衡、旋转平衡，{2}表示中心零线偶平衡、加平衡、进动平衡；位置对应{+1,2,-1}圆对数中心零线位置二侧的数值。

（2）、中心零点“偶数性”对应特征模，在中心零线的对称性等价于$(\pm1)+(\pm2)+(+3)=\{0,2\}\cdot\{D_0^{(1)}\}$；

其中：{0}表示中心零点的零平衡、减平衡、旋转平衡，{1}表示中心零点的偶平衡、加平衡、进动平衡；对应于{+1,0,-1}圆对数中心零线位置的数值上“三个方向”{0,(±1/2),1}圆对数中心零线位置的数值。（图 1.1）

其中：偶数性≠偶数，三元数不对称性分布与所在位置（方向）组成“偶数性”的“不对称性分布”，转换为圆对数中心零点“共轭对称性分布”

如：

$$[(+1)+(+2)+(-3)]=\{0\}\cdot\{D_0\}^{(1)}\text{（零对称）；}$$

$$[(+1)+(+2)+(+3)=\{2\}\cdot\{D_0\}^{(1)}\text{（偶对称）；}$$

其中：每个方程式（）考虑性质属性的计算大多有二种计算结果、表明了数值不能直接组合，必须通过圆对数中心零点的对称性平衡，带动“元素-对象”的组合。

1.4、无量纲圆对数及中心零线（临界线）中心零点（临界点、极限）

圆对数是“实数与自然数之间”的“一一对应”比较，产生的无量纲语言定义的“无穷构造集”。那么，“实数与自然数是不是一样多？”从数论研究整数的角度来说“若限制于整数特例的实数：实数与自然数一样多”。

从数学分析与逻辑来说：“实数 R（连续过渡方式、相容性）比自然数 N（跳跃过渡方式、完备性）“点”多。无量纲圆对数在这里表现为：边界函数（±1）与中心零点（±0）相同：“实数集 R 对应实心圆”“自然数集 N 对应空心圆”，满足自然数集与事数集的相同单元体的无量纲构造确保圆对数整数性、零误差展开，成为同构、同调、同态、同伦，随机平衡交换的无穷公理。

但是，“自然数整数是最小的构造集，自然数的整数之间空隙包着：有理数、无理数、超越数、复数、……，以及可以数字化的任意对象”与实数一起组成最大数集，通过共享幂函数性质属性（K=+1,-1,±0,±1）的控制，与实数集组成更广泛的、互逆性无量纲圆对数。

圆对数以“乘组合与加组合”、“并集与交集”的互逆性集合为基本单元体，任意数值分析-逻辑分析的对象，具有“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能平衡与交换，转换为圆对数中心零点控制“偶数性”的共轭互逆对称性，成为“无关数学模型，没有具体（质量）内容”的无穷构造集，以位值-位置方式在{0，1}的数域分析，具有自然数内部相容性与外部完备性，包含“无穷公理”的无穷构造集的“平衡与交换”。

基于任意群组合-函数都可以分别提取数值特征模和位值圆对数，其中特征模为总元素不变的组合，位值圆对数反映各个组合项序的无量纲距离、测度、位置、位值，与具体元素无关的变量函数的无量纲分析，这样，数学分析将进入“数值-位值一体化”分析的历史阶段。

下面的分析除注明外，一律以圆对数$(1-\eta^2)^K$作为变量单元体为载体进行的分析。表示任意群组合-函数集合{X},通过数值特征模$\{X_0\}$与位值圆对数“$(1-\eta^2)^K$、$(\eta^2)^K$、$(\eta)^K$、$((d\eta)^2)^K$、$((d^2\eta)^2)^K$、$(\int(\eta^2)dx)^K$、$(\iint(\eta^2)dx^2)^K$”的分析，反映数学整体性的群组合-圆对数集合

$$\{X\}\}^{(K=\pm1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$

之间包括微积分状态的分析，都是在圆对数控制带动下的平衡与交换（态射、映射）。

有关于数的一些事实将派上用场。

事实 **1**：任何群组合-函数 m/n 都可以化简为 m 和 n 不同的偶对序列(K=+1,0,-1)正中反形式转换。

事实 **2**：任何群组合-函数在解析度$\{2\}^{2(n)}$，都可以分解为以{2}为底 2(n)个（偶数）共轭互逆不对称性二个子项组合，或分解为以{3}（奇数）为底 2(n)个$\{3\}^{2(n)}$，共轭互逆不对称性三个子项组合。

圆对数以第三方构造集身份证明：所有的数值是不能直接交换，通过转换为圆对数控制其圆对数的“偶数性”的对称平衡共轭互逆对称性子项，才能交换。

其中：

（1）、二元数对称性各项对象，通过同构圆对数因子$(\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K=(1+\eta^2)^K$的偶数性平衡与交换。

（2）、三元数不对称性各项对象，圆对数因子相同$(1-\eta^2)^K=(1+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=[(1-\eta_B{}^2)+(1-\eta_C{}^2)]^{(K=-1)}$的奇函数，在无量纲‘无穷公理’随机平衡与交换。

（3）、自然数（包含可数字化的任意对象）的不对称性，产生组合的奇数组合、偶数组合，其内部、外部皆存在“偶数性”的不对称性分布，统一转换为圆对数因子对称性的“偶数性”。

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1+\eta^2)^K+\sum(1-\eta^2)^K;$$

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta^2)^K=\prod(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

的控制与带动“对象实现‘无穷公理’随机与不随机的平衡与交换。

✹定义 1.20 群组合-函数的圆对数中心零线（称极限线、临界线）对称性，在圆对数$(1-\eta^2)^K=\{0,2\}$条件下：$(1-\eta^2)^K=\{1\}$（临界线）。圆对数中心零线（称极限线、临界线）对称性，在圆对数$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0,1\}$条件下：$(1-\eta_C{}^2)^K=\{1/2\}$（临界点）对应外部、内部的最大理想、特征模（正中反均值函数）的分析。

证

根据传统数学熟悉的极限理论，没有区别群组合-函数外部、内部的极限，定义为：limf(x)=q,或者是当且仅当对于任意 ε≥0，存在：

$$\delta\geq0,\ \lim f(x)=\lim(1-\eta^2)=q,$$

使得:

$$|x-q|\leq\delta\Rightarrow|f(x)-q|\leq\varepsilon;$$

这个群组合-函数外部、内部不分的计算环境，没有确定的或不稳定的中心零点，容易产生模式坍塌和模式混淆，得不到零误差的分析结果。

这里以二元论的圆对数，证明中心零点的重要性。

如：已知：$\mathbf{D}=ab$，$\mathbf{D_0}=(1/2)(a+b)$；

判别式：$\Delta=(\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sqrt{AB}/\mathbf{D_0}=\{0,1\}$；

建立一元二次方程式，

$$X^2+BX+D=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}[(0,2)\cdot D_0]^2$$

获得根：

$$a=(1-\eta^2)^{(K=-1)}D_0，\ b=(1-\eta^2)^{(K=+1)}D_0;$$

此时圆对数对应 **D_0** 的对称性：

（1）、$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$；$\|(1-\eta^2)^{(K=-1)}\|$与$\|(1-\eta^2)^{(K=+1)}\|$为 $D_0=\{\pm1\}$二条边界线，称为中心零线（临界线）。

（2）、$(1-\eta c^2)^{(K=\pm0)}=0$,在临界线$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$ 的中心零线直线上的数值中心零点：

（3）、$|(1-\eta^2)^K|$与$|(1+\eta^2)^K|$为$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}$对应中心零线到二条边界特征模系列临界线上。

（4）、$|(1-\eta_\Delta^2)^K|$与$|(1+\eta_\Delta^2)^K|$为$(1-\eta_\Delta^2)^K=\{\pm1/2\}$对应中心零点到二条边界特征模临界点上。

（5）、整个圆对数对称性：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm2\};$$

整个圆对数位值中心零线（临界线）对应特征模 **D_0**：：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，2\},$$

整个圆对数数值中心零点（临界点）对应特征模点 **D_0**：

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=\pm0)}=\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{\pm1/2\}$$

中心零点（临界点）上建立圆对数联立方程：

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}-\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

获得圆对数数值中心零点：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{\pm1/2\}^{(Z\pm S)}。$$

对照：微积分中心零点（极限）证明：在微积分中，函数 y=f(x)在某一点 x_0 处连续,其实就是把图像从 x_0 处分成左右两段，左边段 x 趋近与 x_0，右边段 x 也趋近与 x_0，左右两段图像都会在 x_0 点处有极限（左极限和右极限）且极限值就是函数值 $f(x_0)$，

所以有右极限[lim+f(x)]=[左极限 lim-f(x)]=[$f(x_0)$]时就说明函数 f(x)在 x_0 处连续。

这个“极限、映射、态射、箭头、→”，在数值分析与逻辑分析都应用到。基于二侧数值以及分布的不对称性是“不能直接交换”，正式的随机平衡与交换应该是”通过圆对数中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的“偶数性”随机带动了“元素对象”的平衡与交换：

圆对数中心零线(临界线)对应特征模{0，2}，

$$[x\rightarrow(1-\eta^2)x_0]^{(K=+1)}\text{映射}\rightarrow[\lim+(1-\eta c^2)f(x)]^{(Kw=+1)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}=(+1);$$

$$[x\rightarrow(1-\eta^2)x_0]^{(K=-1)}\text{ 映射、态射}\rightarrow\lim-(1-\eta c^2)f(x)]^{(Kw=-1)}$$

$$=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\text{映射、态射}\rightarrow[x\rightarrow(1-\eta^2)x_0]^{(K=-1)}=(-1);$$

圆对数数值中心零点(临界点){0}对应特征模{D_0}：

$$(1-\eta c^2)^{Kw=\pm0)}=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}+\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}=0;$$

圆对数中心零线(临界线)在$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$ 处，$(1-\eta_\Delta^2)^{(K=\pm0)}=C=\delta=0$ 中心零点(临界点)处连续（也可以不连续）。

其中：性质属性：(K=±1)表示特征模外部完备性；(Kw=±1)表示特征模内部相容性。

特别的，方程式计算中获得的不对称性的数值 A≠B 不能直接平衡交换（映射、态射）。（逻辑代数的人为假设离散型、对称性的态射缺乏可解释性）。

当离散型不对称性分布，同样不能直接平衡交换（映射、态射）。在‘无穷公理’的相同圆对数因子条件下，任意不对称性数值、函数、群组合称“命题”，通过圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$实现随机平衡交换。

平衡交换（映射、态射）规则：原命题群组合不变 **D**，特征模不变 $\mathbf{D_0}$，圆对数$(1-\eta^2)$形式不变，仅仅改变圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$对应幂函数的（正中反）性质属性改变，实现 A↔B。即假设 A 为真，然后通过逻辑步骤推出 B 为真。

A↔B 交换过程通过无量纲圆对数描述：

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=+1)};$$

也就是说，有量纲不对称的“A 命题为真”不能直接平衡交换值，通过相同圆对数自身偶数性‘无穷公理’的随机平衡交换，带动了“B 命题为真”交换。具体的说成是相互之间具有互逆性的以“平衡”为前提的“交换（态射、映射、投影、运算）等”。一旦撤销圆对数，恢复“命题”不对称性数值（如 A≠B）。

上述过程还附加获得证明：

（1）、$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$是圆对数中心零线（临界线）对称性$\sum(1-\eta_i^2)^{(K=\pm0)}=1$ 对应最大理想、数值特征模 $\mathbf{D_0}$。描述了特征模为中心点与周围元素的同步变化。

（2）、$\sum(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=0$ 或$\sum(\eta_C)^{(K=\pm1)}=0$，表示圆对数中心零点（临界点）对称性，描述了特征模中心点 $\mathbf{D_0}$ 与周围独立元素之间的距离关系，解析根元素。

（3）、$\sum(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}\neq0$ 或$\sum(\eta_C)^{(K=\pm1)}\neq0$，表示这个新的层次圆对数中心零点不对称性。通过建立新的层次圆对数中心零点和层次特征模，继续上述（1）、（2）进行解析。包括新的层次特征模中心点 $\mathbf{D_{0(层次)}}$解析及周围个体元素与动态关系。

上述（1）-（2）二个问题具有不可或缺的（包括动态表现的微积分）分析环境，反映了传统微积分单变量，或泛函分析的多变量，以及逻辑代数范畴论，强调的是群组合-函数外部的连续性和完备性，但是，没有解决内部的中心点与周围元素的平衡与交换关系，造成了困境。

这个无量纲构造特有的‘无穷公理’中心零点的随机平衡交换组合（分解），改革并拓展了传统微积分和模式识别，都需要通过无量纲圆对数衔接的‘无穷公理’的随机平衡交换组合。

特别的，上述证明过程中还揭示了：“中心零点猜想”很难破解的根源：现在的传统数学构造体系的离散型对称性公理化假设，即“数值分析或逻辑对象存在“偶数性的不完整性”，数值分析不能直接交换；逻辑分析不能直接平衡”，只有采用新的数学无量纲构造的‘无穷公理’机制，圆对数中心零点对称性带动“元素-对象”的“对称与不对称的平衡与交换”，才能获得稳定、可靠的交换（转换、态射、映射、平衡等）的中心点，称黎曼函数中心零点（临界线、临界点、传统微积分称“极限”）。

2、无量纲圆对数与连续统及应用例

2.1、无量纲圆对数无穷构造集与连续统问题的衔接

1874 年格奥尔格·康托尔猜测在可列集基数和实数基数之间没有别的基数，这就是著名的连续统假设。它又被称为希尔伯特第一问题。在 1900 年第二届国际数学家大会上，大卫·希尔伯特把康托尔的连续统假设列入 20 世纪有待解决的 23 个重要数学问题之首。

逻辑分析的集合论-范畴论以及传统的数值分析都不能离开连续统问题：连续统是自然数集是最小的无穷集合，自然数集的势记作“阿列夫零”。康托尔证明连续统势等于自然数集的幂集的势。是否存在另外一个无穷集合，它的势比自然数集的势大，比连续统势小?

康托尔认为在 N 和 R 之间不存在其他无穷集合，但不能给出证明。

1938 年，K.哥德尔证明了 CH 对 ZFC 公理系统(见公理集合论)是协调的。1963 年，P.J.科恩证明 CH 对 ZFC 公理系统是独立的，是不可能判定真假的。哥德尔与科恩证明 N 和 R 之间可能存在其他无穷集合，不能给出证明。把 CH 不成立的集合论称为非康托尔集论。

2.1.1、连续统问题

所说的连续统：连续统是一个数学概念。当人们笼统地说：“在实数集里实数可以连续变动”，也就可以说实数集是个连续统；更严格的描述需要使用序理论、拓扑学等数学工具。这里连续是相对于离散的概念而言的。

所说的连续统假设，连续统假设中心是“连续性与离散性”之间能不能转换为统一体问题？

限于历史条件，康托尔-哥德尔-科恩争议“实数集与自然数集之间有没有新的构造集？即：不知道有无量纲语言定义构造集的事实”。

希尔伯特在 1900 年 8 月巴黎国际数学家代表大会上提出的最重要的数学问题。希尔伯特的 23 个问题分属四大块：第 1 到第 6 问题是数学基础问题；第 7 到第 12 问题是数论问题；第 13 到第 18 问题属于代数和几何问题；第 19 到第 23 问题属于数学分析。

怎样来解决 CH 问题，两人的意见是一致的，那就是必须重新考察集合论基础，后来有人提出“集合论公理化”。哥德尔认为：“这些问题的完全解决，只有通过对在它们中出现的词项(如‘集合’、‘一一对应’，等等)和支配这些词项的使用的公理进行(比通常所作的)更深入的分析，才能得到”。柯恩也认为，如果要来“发展我们的哪些公理应当被接受”，那“我们必须整个地放弃科学的计划并且返回差不多是本能的水平，即与人们最初开始思考数学问题时的精神状态多少相似的状态”，而且两人都猜测，CH 很有可能是不成立的，这样，在 ZFC 公理系统中，CH 是不可能判定真假的。这是 60 年代集合论的最大进展之一。

然而到了 21 世纪，前人的结论又开始被动摇了。CH 是不可能判定真假的，猜测“在自然数集 **N** 和实数集 **R** 之间是否存在第三种无穷集合？”，如果存在这种构造集，可以鉴定集合论是否成立，也可以鉴定经典数学组合是否成立。克莱因在《古今数学思想》说（新的公理化）“必须突破希尔伯特元数学范围，才有可能”。

1871 年，德国数学家康托尔第一次提出了实数的严格定义。任何一个非空（即连续性）有上界的集合（包含于 **R**）必有上确界。定义实数集实数集包括所有有理数和无理数以及超越数的集合，通常用大写字母 **R** 表示。无量纲圆对数定义它们为：无穷中任意有限的‘元素-对象’。

数学基础中最主要的问题就是如何处理自然数 **N** 和实数 **R** 的关系，即如何用离散的方法来构造连续统。

自从古希腊人发现这个难题以来，至今它仍未得到完全解决。如戴德金分割，这个算法仍然没有给我们提供任何途径来判定一个有理数 A 究竟位于 C 的左边或右边或者刚好等于 C。因此，我们将不能保证欧拉常数 C 是一个实数。非标准分析也给我们提供了这样一种印象，直线上的点其实是无限可分的。

这就说明，我们对连续统还所知甚少。数学归纳法是数学的基本方法，它是建立在自然数 **N** 基础上的，对连续统假设的否定性证明正好说明：人们可以用这种方法去无限逼近连续统，但却永远也不能达到其尽头。

当前传统数学（指数值分析系统和逻辑分析系统）都基于“公理”假设，没有严格证明的数学基础，如“离散型-对称性假设”、“皮亚诺公理 1+1=2？”、“选择公理”、“递归法”、“一一对应”等，遇到了“不对称性”、“连续型”问题，以及“系统的自身不能证明自身“真伪”，存在很大的“不确定性”，迄今为止没有满意的分析方法。

可是，人类总想要追求某种确定性，但却永远也抓不住，一不小心我们的整个基础就会分崩离析，而下面就是那无底深渊，深刻地反映了传统数学基础的不牢固性的现状。

✹定义 2.1 无量纲语言为：“无关数学模型”、“没有具体（质量）元素内容”的无穷构造集。这种第三种无量纲构造集仅仅表现“元素-对象”所在地的位值-位置，不代表具体数值元数。

无量纲构造还具有永恒的、特有的、完整性的“偶数性‘无穷公理’的对称与不对称的平衡交换机制”，自动判定系统中每一个程序自身的“真伪”，在分析中不受到系统外任意具体元素的干扰，验证“元素-对象”（指数值分析体系，逻辑分析体系），具有公正性、客观性、序列性、中心零点对称性，以及任意“元素-对象”在第三方圆对数构造的“无穷公理”条件下，圆对数带动“元素-对象”的“集合与分解”，统一称完整性偶数性的“平

衡与交换”机制，成为圆对数公理化假设。

这一段话什么意思？具体的说，无穷集的元素-对象进行不重复的组合形式，集合成为无限子项，每个子项都可以转换为无量纲圆对数以及性质属性存在的正中反之间的相互平衡交换。平衡与交换二者缺一不可。

✹**定义** 2.2 定义实数集：有理数和无理数或代数和超越数，为与数轴上的实数、点相对应的数，它与虚数共同构成复数。并且受到性质属性正中反的控制，通常用大写字母 **R** 表示。

✹定义 2.3 实数集 **R** 为与数轴上连续的实数、点（注：应该是对应的圆）相对应的数，是实数理论的核心研究对象，它与虚数共同构成复数。实数集的通常以“几何均值函数集”表示有理数和无理数以及超越数的集合，称无穷“乘组合”（含实数集 **R**、乘组合、交集、正圆模式、几何平均值，有理数、无理数，密码、信息、文字、自然语言、视频、音频、物理、化学、生物、思维、所有的可数字化的任意对象，……）”

✹**定义** 2.4 定义实数集{**X**}单元体：

$$\{\mathbf{X}\}=\prod^{K(s)}\sqrt{}\{a,b,c,d,\ldots s\},\ \cap\{X\}^{K(S)}=\{a\cap b\cap c\cap\ldots\cap s\};$$

表示实数组成多项式的连乘的组合形式给与开方，称乘组合特征模、几何平均值（乘组合、交集）

✹**定义** 2.5 自然数集 **N**：正整数集,整数集,可以有负数、可整数数字化的对象，并且受到性质属性正、中、反向**的控制，通常用大写字母 N 表示。**

✹定义 2.6 定义自然数自然数集 **N,**自然数集是全体非负整数组成的集合。自然数集有无穷的个数。非负整数包括正整数和零，是一个可列集。自然数集的通常以“算术均值函数集”表示有理数和无理数以及超越数的集合，称“加组合”（含自然数集 **N**、加组合、并集、特征模（正中反均值函数）、算术平均值）。

✹定义 2.7 函数-多项式：无穷“乘组合”元素不重复的组合集合，无限程序组合形式的子项“乘组合”组成函数-多项式。在函数多项式往往列于

第一项组合系数 A=1，第二项 B=(1/S)，第三项 B=(2!/(S-0)(S-1),……，第 P 项 B=(P-1)!/(S-0)！。“！”为阶乘。

其中：任意有限元素组成的函数-多项式其组合系数具有正则化分布形式。

✹**定义 2.8** 自然数集单元体：

$$\{X_0\}^{K(S)}=\sum[(p-1)!/(s-0)!]\{a+b+c+\ldots+s\},$$

或：

$$\cup\{X_0\}^{K(S)}=\{a\cup b\cup c\cup\ldots\cup s\}$$（加组合，并集）

表示自然数组成多项式的组合系数除元素连乘的组合形式，最简单的称“算术平均值（加组合、并集）”。

上述关于集的定义，比传统定义拓宽了，因为有无量纲语言定义的位值，在分析中不受到具体元素的干扰，位值仅表示元素所在地和位置，没有具体数值的含义。

✹定义 2.9 特征模：为无穷构造集元素不同形式组合的子构造集，当满足正则化组合系数与元素组合形式建立平均值关系，称特征模。

✹定义 2.10 无量纲圆对数：根据相对性原理，进行

实数集 R 与自然数集 **N**，以圆对数方式$(1-\eta^2)^K=\mathbf{R/N}$（包括各种组合单元体之间一一对应的比较），获得新的无量纲圆对数构造集。反过来又以无量纲$(1-\eta^2)^K$特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的对称性，自洽地带动实数集 **R** 与自然数集 **N** 的随机互逆性自证的平衡交换，称‘无穷公理’。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性面貌。

2.1.2、连续统问题的无量纲圆对数证明

证明目的：解决连续统问题：“离散型的点（含自然数集 **N**、加组合、并集、特征模、算术平均值）与连续型的线（含实数集 **R**、乘组合、交集、正圆模式、几何平均值）”，以无量纲圆对数构造集特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的共轭互逆对称性自洽地衔接起来。

从数学的分析与逻辑来说：“实数 **R**（连续过渡方式、相容性）比自然数 **N**（跳跃过渡方式、完备性）“点”多。传统数学在这个问题上不能获得整数性展开，几乎全体获得都有“余项”，很难处理。

使得传统数学被迫采用“逼近计算”。这也是传统数学以公理化组成的所有函数（称有量纲系统不能自洽，系统自身不能自证“真伪”）的不完备性根本原因，反映了传统数学不可靠性。

无量纲圆对数表现为：边界函数（±1）与中心零点（±0）相同：“实数集 R 对应实心圆”“自然数集 N 对应空心圆”，满足自然数集与事数集的相同单元体的无量纲构造确保圆对数整数性、零误差展开，成为同构、同调、同态、同伦，随机平衡交换的无穷公理。

但是，“自然数整数是最小的构造集，自然数的整数之间空隙包着：有理数、无理数、超越数、复数、……，以及可以数字化的任意对象”与实数一起组成最大数集，通过无量纲圆对数共享幂函数性质属性（K=+1,-1,±0,±1）的控制，与实数集组成更广泛的、互逆性无量纲圆对数。

特别是，N 和 R 自身系统转换为无量纲系统的“无穷集合与组合”，转换为无量纲构造集，无量纲系统“没有具体元数的内容”，以及特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，依靠圆对数中心零线（临界线），中心零点（临界点）的对称性，在命题不变条件下，圆对数中心零点对称性的“平衡交换”，带动了“对象——自然数集 N（离散型）、实数集 R（连续型）”以完整性的完备性与相容性为一体化，通过圆对数中心零点对称性，系统自身进行随机与不随机的可靠的无量纲“平衡交换”，带动有量纲进行可靠的“集合、组合、解析、分解”。一旦撤销圆对数，所有的“元素-对象”恢复原来的不对称性和不可平衡交换性。

✹定义 2.11 有量纲体系，指凡是根据公理化（没有数学证明）组成（加减乘除开方乘方、并集交集，各种高低幂次方程、微积分动态方程、任意几何空间向正圆模式的路径积分，……）等对应有形与无形的具体对象，以及各种计算符号组合的各种函数，统一称“有量纲体系”。由于有量纲系统的不完整性，系统自身不能“自证真伪”（指哥德尔不完备性定理）。‘无穷公理’将说明了传统数学基础不牢固。

✹定义 2.12 无量纲体系，指凡是根据无量纲特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”公理化，即圆对数公理化假设（有平衡交换数学证明）有（加减乘除并集交集）等组成合的各种“元素-对象”（指代数-几何-数论-群论-所有的可数字化的任意对象、信息、密码、语言、音频、视频、自然文字、物理、化学、生物、思维，……），能够组成合理的各种数学模型，都可以统一转换为“无量纲体系”进行零误差的算术分析。

无量纲系统的完整性表现为“完备性与相容性一体化”以及“同构、同态、同调、同伦的紧致性”确保圆对数中心零点稳定性、可靠性。

无量纲圆对数以“无关数学模型，没有具体元数内容干扰”和无量纲系统特有的“偶数性”机制，在圆对数因子相同条件下，自身概念具有封闭性的随机与不随机的自动进行平衡转换。具有可靠性、稳定性、权威性，以它作为第三方系统可以公正地验证有量纲体系的合理性。

这样一来，目前传统数学全部列入“有量纲体系”（指哥德尔不完备性定理的系统），属于数学基础不牢固。

同理、无量纲圆对数构造称“无量纲体系”。所有的“有量纲体系”（指代数、几何、数论、群组合理论系统）都可以转换为“无量纲体系”运算。

“有量纲体系”在“无量纲体系”以“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”和中心零点对称性带动下，简接地带动“有量纲体系的平衡交换”。这种平衡交换是暂时的一旦，撤销了圆对数，恢复仍然不能“有量纲体系的不能平衡交换”。

根据相对性原理，进行实数集 R 与自然数集 N，以圆对数方式$(1-\eta^2)^K=R/N$（单元体之间一一对应的比较），获得第三方的无量纲圆对数构造集。反过来又以第三方的无量纲$(1-\eta^2)^K$特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的对称性，自洽地带动实数集 R 与自然数集 N 的平衡交换。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性面貌。

✹定义 2.13 无量纲圆对数为实数集单元体除自然数单元体（或几何平均值函数集/算术平均值函数集）获得无量纲语言定义的无穷圆对数构造集：

证：

$$(1-\eta^2)^K=[\sqrt[K(S)]{\{a,b,\cdots s\}/\{D_0\}}]^{K(1)}+\{\sqrt[K(S)]{\{a,b,\cdots s\}/\{D_0\}}\}^{K(2)}+\cdots+\{\sqrt[K(S)]{\{a,b,\cdots s\}/\{D_0\}}^{K(p)}]^{K(Z\pm S)}$$

$$=(1-\eta_1{}^2)^{KP(N)}+(1-\eta_2{}^2)^{KP(N)}+\cdots+(1-\eta_S{}^2)^{K(S)}=\{0,2\};\quad (S=0,1,2,3,\ldots\text{无穷整数})$$

圆对数乘(除)形式：(K=+1,-1,±0,±1)(S)分别表示乘方、开方、转换、平衡，（对应圆对数幂函数计算），也就是说，传统数学的运算符号，在这里“没有实质性区别”统一转换为无量纲的运算。

$$\prod(1-\eta_S{}^2)^{KP(N)}=\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=+1)P(N)}+\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm0)P(N)}+\cdots+\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=-1)P(N)}$$

$$=\sum_{(Z\pm S)}\prod_{(Z\pm S\pm q)}(1-\eta_S{}^2)^K=\{0,1\};$$

圆对数加（减）形式：(Kw=+1,-1,±0,±1)(S)分别表示乘、除、转换、平衡，（对应圆对数因子的计算）

$$\sum(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm1)P(N)}=\sum(1-\eta_S{}^2)^{(K=+1)P(N)}+\sum(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm0)P(N)}+\cdots+\sum(1-\eta_S{}^2)^{(K=-1)P(N)}$$

$$=\sum_{(Z\pm S)}\prod_{(Z\pm S\pm q)}(1-\eta_S{}^2)^K=\{0,1\};$$

圆对数因子无穷对称性展开：

$$(\eta_S{}^2)^K=(\eta_S{}^2)^K+(\eta_S{}^2)^K+\cdots+(\eta_S{}^2)^K=\{0,1\};$$

或：

$$(\eta_S)^K=(\eta_S)^K+(\eta_S)^K+\cdots+(\eta_S)^K=\{0,1\};$$

这样，证明了无量纲‘无穷公理’具有无穷圆对数构造的对称性，无穷公理对应的每个子项都具有随机性的平衡交换条件。

✹定义 2.14 无量纲圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{0,\pm1\}$，对应特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$外部的平衡，描述中心零线（临界线）对称性。称圆对数“偶数性”。

$$\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm0)P(N)}=\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=+1)P(N)}+\prod(1-\eta_S{}^2)^{(K=-1)P(N)}=(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}=\{0,\pm1\}^{K(Z\pm S)};$$

$$\sum(1-\eta_S{}^2)^{(Kw=\pm0)P(N)}=\sum(1-\eta_S{}^2)^{(Kw=+1)P(N)}+\sum(1-\eta_S{}^2)^{(Kw=-1)P(N)}=(1-\eta_S{}^2)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}=\{0,\pm1\}^{K(Z\pm S)};$$

✹定义 2.15 无量纲圆对数中心零点（临界点）：$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=0$，对应特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$内部的平衡，中心零点（临界点）位置在中心零点（临界点）上，描述中心零点（临界点）对称性。

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\prod(1-\eta_{1C}{}^2)^{KP(N)}+\prod(1-\eta_{2C}{}^2)^{KP(N)}+\cdots+\prod(1-\eta_{SC}{}^2)^{KPP(N)}$$

$$=(1-\eta_{SC}{}^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{0\}^{K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\sum(1-\eta_{1C}{}^2)^{KP(N)}+\sum(1-\eta_{2C}{}^2)^{KP(N)}+\cdots+\sum(1-\eta_{SC}{}^2)^{KPP(N)}$$

$$=(1-\eta_{SC}{}^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{0\}^{K(Z\pm S)};$$

其中：乘组合与加组合，只要是总元数（几何称边界函数）不变，特征模组合（称“自身”）形式不变，在转换为无量纲圆对数之间没有实质性区别。

如果说：“区别”，仅仅是“加组合必须为圆对数因子变化，乘组合为幂函数因子变化”。可是，“圆对数因子变化与幂函数因子变化”具有同步性。

因此，说他们进行（加减乘除乘方、开方、微积分、并集、交集）运算。“没有实质性区别”，也就是说，数值分析和逻辑分析都可以转换为无量纲圆对数，圆对数把他们统一起来，称“无关数学模型”。

证：

设 1：**N** 为自然数集的集合，单元体（有属性属性控制正中反向）为算术平均值，称（加与并集）特征模，特征模依序有：

概率（等同一阶微积分）：$\{D_0\}^{K(1)}=\sum_{[S\pm(q=1)]}(1/S)(a+b+c+\cdots+s)$；

拓扑（等同二阶微积分）：$\{D_0\}^{K(2)}=\sum_{[S\pm(q=2)]}[(2!/(S-0)(S-1)]^K\prod_{[q=2]}(ab+cd+\cdots+sa)$；

超拓扑（等同 P 阶微积分）：$\{D_0\}^{K(p)}=\sum_{[S\pm(q=p)]}[(P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{[q=p]}[(abc\cdots p)+\cdots+(bc\cdots ps)]$；

其中：$\sum_{[S\pm(q=1)]}$, $\sum_{[S\pm(q=1)]}$下标表示任意有限元素的加组合“1-1 组合”“2-2 组合”，$\prod_{[q=2]}$,$\prod_{[q=p]}$下标表示任意有限元素的乘组合“1-1 组合”“2-2 组合”。

加组合与并集的特征模写成：

$$\{D_0\}^{K(1)},\ \{D_0\}^{K(2)},\ \cdots,\ \{D_0\}^{K(S)};\ （S=0,1,2,3,\cdots无穷整数）。$$

设 2：**R** 为实数集的集合，单元体（有属性属性控制正中反向）为几何平均值，称（乘与交集）特征模，元素为$\prod_{[q=S]}\{a,b,\cdots s\}$（加减乘除，并集、交集）最简单的称单元体，依序列有：

乘组合与并集的特征模写成：

概率（等同一阶微积分）：$\{D\}^{K(1)}=\{\sqrt[K(S)]{(a,b,\ldots s)}\}^{K(1)}$，

拓扑（等同二阶微积分）：$\{D\}^{K(2)}=\{\sqrt[K(S)]{(a,b,\ldots s)}\}^{K(2)}$，…，

超拓扑（等同 P 阶微积分）：$\{D\}^{K(p)}=\{\sqrt[K(S)]{(a,b,\cdots s)}\}^{K(S)}$；（S=0,1,2,3,…无穷整数）

设 3：圆对数的“偶数性”随机的平衡与交换：

$$(1-\eta^2)^K=\{\mathbf{R/N}^{(S)}\}^{K(Z\pm S)}\leq 1;$$

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=`1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]=\{0,2\}^{K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta^2))^{(K=`1)}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=`0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]=\{0,1\}^{K(Z\pm S)};$$

无量纲以特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，带动“**R** 与 **N**”的平衡交换平衡，成为圆对数公理化，称；“无穷公理化”，成为新的数学公理化基础，具有可靠、可行、安全、精确、公正等优越性。

目前，传统数学的运算，采用“固定数值除多元素连乘”得不到整数性展开，或留下了“余项”很难处理，只能“逼近计算”。

特别的，特征模展开等同于泰勒级数、欧拉级数、富立叶级数、勒让特级数、……，都可以被它们自身“元素-对象”组成的单元体所除，获得函数各个子项的转换为无量纲的整数性。并且函数（多项式）具有正则化特征的展开。这就是所说的“整数定理（霍奇猜想）”，在这里通过无量纲形式给与解决。

证【1】：

二元数的偶数性：“**R≠N**”，但是中心零点二侧的元素呈“对称性”(A，(中心零点 0)，B)分布。

如：“**R** 与 **N**”分别在解析度 2 条件下，中心点分解为二个共轭对称性分布子集为 A 与 B，选择 A 与 B 的均值函数，为“特征模$\{D_0\}^{K(2n)}=(1/2)(A+B)$”，转换为无量纲圆对数构造集$(1-\eta^2)^K$对应特征模。(n=1,2,3…整数，表示“R 与 N”系列分解为二个子集仍然保持相应的系列。

$$A\cdot B=(1-\eta^2)^{(K=\pm 1)}\cdot\{D_0\}^{K(2n)};$$

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(1)};\quad B^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{K(1)};$$

或：

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{(K=+1)(1n)};\ \eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}/B^{(K=-1)(1n)};$$

其中：

$$|(1-\eta^2)^{(K=+1)}|\leftrightarrow|\ (1-\eta^2)^{(K=-1)}|;$$

二元数圆对数“偶数性”中心零点对称性的随机与不随机交换过程：

交换规则：二个“元素-对象”命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，仅仅通过圆对数性质属性的正中反向的改变，真命题交换（改变、映射、态射）成为逆命题.

交换过程：

无量纲圆对数中心零线（临界线）系列：（适应特征模外部）

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}\leftrightarrow\{(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm 0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}=B,$$

$$A\leftrightarrow(AB)^{(K=\pm 0)}\leftrightarrow B;$$

无量纲圆对数中心零点（临界点）：（适应特征模内部）$\{ab\}\in\{AB\}$

$$a=(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0\}=\{(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=\pm 0)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=-1)}\}\{D_0\}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}=b,$$

$$a\leftrightarrow(ab)^{(Kw=\pm 0)}\leftrightarrow b;$$

满足无量纲圆对数同因子下的平衡，随机交换特征。特征模$\{D_0\}$强调中间媒介作用。

其中：$\{D_0\}^{(2)}$仅仅取得中间媒介的过渡作用，体现二元数（不对称性数值）的共同性质。

这里证明了 A 与 B(或 a 与 b)不能直接“组合”，只有圆对数平衡下带动 A 与 B 的交换，这就是‘无穷公理’的随机平衡交换的特征。

证【2】：

三元数的偶数性：“**R≠N**”，但是中心零点二侧的元素呈”(A↔(中心零点 0)↔BC)“不对称性分布。

如：“**R** 与 **N**”分别在解析度 2 条件下，中心点分解为二个共轭不对称性子集为 A 与(B,C)，有 A 与(B，C)的正中反均值函数，称“特征模

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C);$$

$$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)”,$$

转换为无量纲圆对数构造集$(1-\eta^2)^K$ 对应特征模。(n=1,2,3…整数，表示“**R** 与 **N**”系列分解为圆对数对应的三个子集，仍然保持相应的不对称性系列。困难在于“一“一个元数与二个乘组合”元数如何进行平衡交换？，这是涉及“不对称性解析问题”，传统数学许多数学问题都卡在这里。

现在，把三元数转换为无量纲圆对数，获得

$$A\cdot B\cdot C=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(3)};$$

$$A=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1)};\ BC=(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2)};$$

$$|(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}|=|(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}|;\quad |(-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}|=|(+\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}|;$$

其中：$BC=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)}$可以分解为：

$$BC=(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2)}$$

$$=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1)}$$

$$B=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)},\ C=(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}$$

进行技术整理：

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

$$B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

$$C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

三元数同圆对数因子（绝对值）对称相同条件下，产生随机与不随机的平衡交换组合（分解）。

交换规则：三个“元素-对象”命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，仅仅通过圆对数性质属性的正中反向的改变，真命题交换（改变、映射、态射）成为逆命题

交换规则：二个“元素-对象”命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，仅仅通过圆对数性质属性的正中反向的改变，真命题交换（改变、映射、态射）成为逆命题.

圆对数中心零点交换过程：

无量纲圆对数中心零线（临界线）系列：（适应特征模外部）

$$A=\{^{(3)}\sqrt{X}\}^{(1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(1)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{(3)}]$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{D}\}^{(2)}=BC;$$

$$A\leftrightarrow(ABC)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(B+C);$$

无量纲圆对数中心零点（临界点）：（适应特征模内部）$\{abc\}^{(Kw=\pm0)}\in\{ABC\}^{(Kw=\pm0)}$

$$a=(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0\}=\{(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=-1)}\}\{D_0\}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}=b,$$

$$a\leftrightarrow(abc)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(b+c);$$

满足无量纲圆对数同因子下的平衡，随机交换特征。特征模$\{D_0\}$强调中间媒介作用。

其中：$\{D_0\}^{(3)}$仅仅取得中间媒介的过渡作用，体现三元数（不对称性数值）的共同性质。

这里证明了 A 与 BC(或 a 与 bc)不能直接“组合”，只有圆对数平衡下带动 A 与 B 的交换，这就是‘无穷公理’的随机平衡交换的特征。

整体性交换过程：

$$X=\{^{(3)}\sqrt{X}\}^{(3)}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{D}\}^{(3)}=D;$$
$$X=ABC^{(K=-1)}\leftrightarrow(ABC)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow ABC^{(K=-1)}=D;$$

其中：当三元数没有组合分解，$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)$仅仅为性质属性改变，当三元数有组合分解在$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)$的性质属性改变中进行。$\{D_0\}^{(3)}$仅仅取得中间媒介的过渡作用，体现三元数（不对称性）的共同性质。

三个圆对数幂次相同，组成加结合律和交换律，克服了传统数学不能直接平衡交换的难题，或者说补充解决逻辑分析范畴论的不能直接态射、映射以及经典分析不能直接平衡的数学依据。

其中：三元数（不对称性分布）交换方式必须通过圆对数中心零点对称性，在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

无量纲圆对数加结合律：适应不对称性三元数系列，以及圆对数的中心零点对称性的临界点的带动下成立。其中：三元数的乘组合通过圆对数转换为三个圆对数加方法结合律、交换律：

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

或：

$$(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=\{\pm0\};$$

圆对数加组合交换律：

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)};$$

圆对数因子加组合交换律，仍然满足“偶数性”的中心零点对称性：

$$(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}=(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_B{}^2)^{(K=-1)};$$

圆对数中心零线（临界线）对称性；

$$(+\eta_A)^K+(+\eta_B)^K+(+\eta_C)^K=\{\pm0\};$$

圆对数中心零点（临界点）对称性；$\{abc\}\in\{ABC\}$

$$(+\eta_a)^K+(+\eta_b)^K+(+\eta_c)^K=\{\pm0\};$$

其中：这里的$\{\pm0\}$属于无量纲位值，没有具体数值内容）；

$$(\eta_A)^K=(\eta_B)^K+(\eta_C)^K;\ (\eta_B)^K=(\eta_A{}^2)^K-(\eta_C)^K;\ (\eta_C)^K=(\eta_A)^K-(\eta_B)^K;$$

上述公式表示了无量纲圆对数因子相同条件下，表现为“元素-对象”特征模（外部）之间的中心零线（临界线）的随机平衡交换。以及“元素-对象”（内部）元素特征模之间的中心零点（临界点）的随机平衡交换。其中：中心零点“重合性（叠加性）”。或表现为“乘组合与加组合”、“几何平均值与算术平均值”，其“重合性”不能够“可叠加为一点”，只有无量纲圆对数控制$\{0,1\}$下，“叠加性才能共同的一点”，成为“同心圆”。

综上所述：乘组合、交集适应幂函数因子的描述；加组合、并集适应圆对数因子的描述，而幂函数因子与圆对数因子变化具有同步性，因此“加减乘除开方乘反、交集、并集等运算符号”在无量纲圆对数里没有实质性区别。无量纲圆对数对应的$\{\pm0,\pm1\}$是位值-位置关系，运算结果分别处于中心零点或边界。它们不同于有量纲自然数数值的$\{0,1\}$，表面上看，好像一样，但是概念和界定、应用的领域不同。

二元数（A≠B）泛指系统对称性分布，三元数（A≠BC）泛指系统不对称性分布，对应具有相同的圆对数因子(η)或$(\eta^2)^K$,以圆对数因子$(\eta$ 或 $\eta^2)^K$ 随机与不随机的平衡交换。一旦撤销圆对数，数值-对象恢复原来的不

对称性，不能继续进行平衡交换。

用中国俗语形象表述是“瞎猫逮到死老鼠”。遇到了连续性、不对称性计算环境，都被卡着了。传统数学研究到此为至，没有新的发展前景，包括计算机迈向超级计算机以及模仿人类大脑思维的步伐受到不应有的影响。意味着西方国家 400 年来建立的数学走了一段弯路。

这里，严格地证明了传统数学所说的“离散-对称”假设是不完整性的。至于现行分析为什么能够成立以及运算照样能够进行？那是属于历史性的“**运气与碰巧**”。只能应用是在“有限”范围内。如三元数就解决不了。

因此，如皮亚诺公理化、集合论公理化仍然需要数学证明的理由，有量纲系统不能自证“真伪”，所以称“不完备性”，数学基础不牢固。遇到了现实的“连续型、不对称性”不能平衡交换，过不了这一关，造成传统数学分析计算越来越复杂和“逼近计算”，失去了数学本来精确性计算的面貌。

在“实数集 **R** 与自然数集 **N**”以及所有传统数学的“数值分析逻辑对象”转换为无量纲‘无穷公理化’的圆对数的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）和共轭的“偶数性不对称性”，其“元素-对象”被无量纲圆对数‘无穷公理’带动平衡交换。反映了传统数学的数值分析和逻辑分析基础存在先天性，难以克服的缺陷。看来只有采用新的构造集才能解决。

这就是本文所说的：开启了以无量纲‘无穷公理化’的圆对数构造替代现有数学体系的不完整性“公理化”。

（1）、在数论中以自然数整数为单元体，以圆对数

的“实心圆（连续性）和空心圆（离散性）”精确地控制了实数集 **R** 与自然数集 **N** 同步的零误差，而任意函数转换为圆对数满足“整数性、精确性”展开，以及特征模与圆对数共享性质属性。以无量纲构造集特有的“偶数性随机平衡交换机制”，控制性带动着“有量纲”系统的“乘组合与加组合”正中反向平衡交换展开。

（2）、在数学中实数集大于自然数集整数，在自然数的整数空隙中，引入有理数、无理数、超越数、复数，……，以及有性质属性控制正中反向的“乘组合与加组合”，所有的可数字化的对象组成广义实数集，以选择公理化的“一一对应”，取得无量纲语言定义‘无穷公理’的圆对数（广义实数集）无穷构造集。

（3）、无量纲圆对数中心零线（临界线）适应系统系列的中心零线（临界线）和非平凡点的中心零点（临界点）的适应系统，都是对应特征模（正中反均值函数）中心点或正圆模式（均匀分布的几何空间）中心点，对应连续统所说的“超级基数 alf-(2ω)”成为最大数值、理想。无量纲圆对数中心零点可以保持“元素-对象”系列的稳定性，防止模式混淆、模式坍塌。

众所周知，现有的数学体系如“完备性与相容性”的矛盾不能克服，集合论以无穷公理递归法应付逻辑语言定义的逻辑运算，但是，逻辑运算不能解决平衡计算。其中拓扑最为明显，从 A 态射到 B,如何解决其“平衡”？数值分析的加减乘除的平衡，如何解决从 A 态射到 B 的交换。产生原因在于公理的不完整性。也就是说“公理”不是万能的解决数学运算问题。

作为第三方无量纲元素本身是没有具体元素内容的干扰，第三方无量纲构造集存在“偶数性机制”，具有严格性、封闭性、紧致性、同构性、同调性，以及中心零线（临界线）和中心零点（临界点）共轭互逆对称性等无穷公理构造，使得“无量纲”不能干扰“无量纲”，具有对称与不对称、随机与不随机的平衡交换概念，确保无量纲以第三方自身分析、验证的精确性。同时以“无关数学模型”确保验证其它任意数学构造集（有量纲系统）证明的公正性、权威性。这是比现有的任意各种数学结构的分析方法，最抽象、最深刻、最基本的构造集，成为第三方无量纲圆对数无穷构造集体系，获得广泛应用的理论和分析工具。

至此，连续统与无量纲圆对数进行了衔接，把离散型的数集与连续的数集整合为一个整体，满足无量纲圆对数外部的完备性过渡和内部的相容性过渡转换的一体化，统一在无量纲{0,±1}界定范围零误差的分析与运算。以无量纲构造形式解决康托尔的“连续统问题”的证明。一个新颖的无量纲圆对数数学体系诞生了，或者说“开启了无量纲圆对数构造的新数学时代”。

2.2、无量纲圆对数的分析与三维微积分方程的衔接

数学最终的目的，是要为实际工程与动态微积分方程联系解决应用问题。无量纲圆对数的分析与数值分析、逻辑分析方法的衔接，以完美性，零误差精确度，解决一系列一元高次方程式和具体工程应用问题，为方便理解，引入具体数字例。

2.2.1、三元数与无量纲圆对数微积分规则

三元数是指直角坐标系三个方向系列的任意高幂元素在三维空间微积分（动态）通过无量纲圆对数‘无穷公理’机制后，带动三元数应用于物理三维空间$\{3\}^{2n}$以及计算机的三维空间$\{3\}^{2n}$程序、芯片架构和操作。目前尚属空白。

如：已知三元数：边界函数：D，特征模：$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$，

其中:幂函数（N）中：（-N=0,1,2）为微分，（+N=0,1,2）为积分。

上述三个要素中，已知任意其中的二个，就可以进行分析。通过圆对数中心零点解析不对称性分布的三个根，成为三维复分析可靠的数学基础。

圆对数判别式：$\Delta=(1-\eta^2)^K=\{^{(3)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$，

方程式变量与圆对数：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$$

可见前述三元数复分析，通过无量纲圆对数可以顺利解决三元数的不对称性的平衡计算与对称交换问题：

这里推导到三元数一般式及微积分动态方程：

✵定义 2.13 三元数复分析中，各个轴线、平面方向有任意高幂次“P-P 组合（超拓扑、网络）”元素的乘组合单元体为$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}$：

推导 1：

设：三元数系列复分析的 P 组合微积分：

$$X_{[\mathbf{jik}]}^{(P)}\in\{X_{[\mathbf{J}]}^{(P)}=\mathbf{J}x_1x_2x_Px_S;\ X_{[\mathbf{i}]}^{(P)}=\mathbf{i}x_1x_2x_Px_S;\ X_{[\mathbf{k}]}^{(P)}=\mathbf{k}x_1x_2x_Px_S\};$$

（1）、组合形式为全体元素的乘组合的微积分方程，增加（微分：-N=0,1,2)/t）（积分：+N=0,1,2)/t）“/t”表示一维时间动态。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}=(^{(S)}\sqrt{(x_1x_2\cdots x_S)})^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

$$X_{[\mathbf{ijk}]}^{(P)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

（2）、组合形式为三个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(1)}=\sum(1/S)^K(x_1+x_2+\cdots+x_S)^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0\ 或\ S)/t};$$

$$\{X_{[\mathbf{j}]}^{(1)},\ Y_{[\mathbf{i}]}^{(1)},\ Z_{[\mathbf{k}]}^{(1)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0\ 或\ S)/t};$$

（3）、组合形式为一个元素与一个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(1)}=\sum(1/S)^K(x_1+x_2+\cdots+x_S)^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=1,2,3\cdots P)/t};$$

$$\{X_{[\mathbf{j}]}^{(1)},\ Y_{[\mathbf{i}]}^{(1)},\ Z_{[\mathbf{k}]}^{(1)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=1,2,3\cdots P)/t};$$

其中：$X_{[\mathbf{J}]}^{(1)}$对应 X 轴线,$X_{[\mathbf{i}]}^{(1)}$对应 Y 轴线,$X_{[\mathbf{K}]}^{(1)}$对应 Z 轴线上的投影。

（4）、组合形式为二个元素与二个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(P=2)}=\sum[(2!/S(S-1)]^K\prod_{ji=2}(x_1x_2+\cdots+x_Sx_1)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t};$$

$$\{X_{[\mathbf{ik}]}^{(2)},\ Y_{[\mathbf{KJ}]}^{(2)},\ Z_{[\mathbf{Ji}]}^{(2)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=2)/t};$$

（5）、组合形式为三个元素与三个元素的的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P=3)}=\sum[(3!/S(S-1)(S-2)]^K\cdot\prod_{jik=3}(x_1x_2x_3+\cdots+x_Sx_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=3)/t};$$

$$\{X_{[\mathbf{ik}]}^{(3)},\ Y_{[\mathbf{KJ}]}^{(3)},\ Z_{[\mathbf{Ji}]}^{(3)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=3)/t};$$

（6）、组合形式为 P 个元素与 P 个元素的的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P=3)}=\sum[(P-1)!/(S-0)!]^{K}\cdot\prod_{jik=P}(x_1x_2x_P+\cdots+x_Px_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)/t};$$

$$\{X_{[ik]}^{(P)},\ Y_{[KJ]}^{(P)},\ Z_{[Ji]}^{(P)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=P)/t};$$

其中：$X_{[jik]}^{(p)}$复分析，在 X,Y,Z 三个上的高 P 幂次投影。

推导 2：

几何空间微积分阶改变：

$$\{\mathbf{k}C_{[Z\ 轴]}^{(1)}对应\ \mathbf{ji}AB_{[\mathbf{xoy}]}^{(2)},$$

$$\mathbf{i}B_{[Y\ 轴]}^{(1)}对应\ \mathbf{kj}CA_{[\mathbf{zox}]}^{(2)},$$

$$\mathbf{j}A_{[\mathbf{x}\ 轴]}^{(1)}对应\ \mathbf{k}CA_{[\mathbf{kj}]}^{(2)}\}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t};$$

其中：$\mathbf{k}C_{[Z\ 轴]}^{(1)}$对应 $\mathbf{ji}AB_{[\mathbf{xoy}]}^{(2)}$表示在 XOY 平面上的投影的法向线与 Z 轴线共轭互逆，（余同）。

（7）、三维复分析“P 组合”的一阶微分：

$$\partial(1-\eta_{[jik]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\partial\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=-1)\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

三维复分析“P 组合”的二阶微分：

$$\partial^{2}(1-\eta_{[jik]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\partial^{2}\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

（8）、三维复分析“P 组合”的一阶积分：

$$\int[(1-\eta_{[jik]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}]dx^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\int\eta_{[jik]}dx)^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=+1)\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

三维复分析“P 组合”的二阶积分分：

$$\int^{2}(1-\eta_{[jik]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\int^{2}\eta_{[jik]}dx^{2})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t}$$

$$=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

微积分阶变化，同构圆对数符号不变：

$$d[1-(\eta_{[jik]})^{2}]=[1-(d\eta_{[jik]})^{2}]=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{(n=-1)};$$

$$\int[1-(\eta_{[jik]})^{2}]=[1-(\int\eta_{[jik]}dx)^{2}]=[1-(\eta_{[jik]})^{2}]^{(n=+1)};$$

（9）、三维空间微积分阶改变：

$\{\mathbf{k}C_{[\mathbf{z}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$ 对应 $\mathbf{ji}AB_{[\mathbf{xoy}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ji}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=2)}$,

$\{\mathbf{i}B_{[\mathbf{y}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$ 对应 $\mathbf{kj}CA_{[\mathbf{zox}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{kj}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=2)}$,

$\{\mathbf{j}A_{[\mathbf{x}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{j}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$ 对应 $\mathbf{ik}BC_{[\mathbf{yoz}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ik}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=2)}$,

$d\{\mathbf{k}C_{[\mathbf{z}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{ji}AB_{[\mathbf{xoy}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ji}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-1)\pm(q=2)}$,

$d\{\mathbf{i}B_{[\mathbf{y}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{kj}CA_{[\mathbf{zox}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{kj}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-1)\pm(q=2)}$,

$d\{\mathbf{j}A_{[\mathbf{x}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{j}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{ik}BC_{[\mathbf{yoz}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ik}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-1)\pm(q=2)}$,

$d^{2}\{\mathbf{k}C_{[\mathbf{z}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{ji}AB_{[\mathbf{xoy}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ji}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-2)\pm(q=2)}$,

$d^{2}\{\mathbf{i}B_{[\mathbf{y}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{kj}CA_{[\mathbf{zox}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{kj}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-2)\pm(q=2)}$,

$d^{2}\{\mathbf{j}A_{[\mathbf{x}]}^{(1)}=(1-\eta_{[\mathbf{j}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=0)\pm(q=1)}$对应 $\mathbf{ik}BC_{[\mathbf{yoz}]}^{(2)}=(1-\eta_{[\mathbf{ik}]}^{2})^{K}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm(N=-2)\pm(q=2)}$,

……;

无量纲圆对数的群组合微积分中，组合系数在微积分过程自动并入，因此，微积分阶变化，边界函数不变、特征模不变、同构圆对数不变的‘无穷公理’随机平衡交换组合分解，满足数学本性和演绎零误差的精确性。回避了传统微积分的“逼近计算”的困境。

微积分的根解析分二个步骤：

（a）、微积分中特征模圆对数中心零点与周围同步，仅仅反映阶变化。

（b）、解析圆对数中心零点的特征模与周围元素关系，分别解析概率单元根和拓扑双元根。

（10）、无量纲圆对数平衡交换组合分解规则：

不变命题$\{^{(S)}\sqrt{X}\}$、不变特征模$\{X_0\}$、不变同构圆对数$(1-\eta^2)$，仅通过性质属性$(K=+1\leftrightarrow\pm0\leftrightarrow-1)$正中反向的转换

使得（真命题）A↔B（逆命题）,有：

$$\text{（真命题）}A=(1-\eta_{[\mathbf{A}]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{X_{0[\mathbf{ABC}]}\}^{[1]}\in\{^{(S)}\sqrt{X}_{[\mathbf{ABC}]}{}^{(S)}\}^{(1)}\in\{^{(S)}\sqrt{X^{(S)}}\}^{(3)}$$

$$=[(1-\eta_{[\mathbf{A}]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{ABC}]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{BC}]}{}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{X_{0[\mathbf{ABC}]}\}^{[3]}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{BC}]}{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{X_{0[\mathbf{ABC}]}\}^{(2)}=BC\in\{^{(S)}\sqrt{X^{(S)}}\}^{(2)}\in\{^{(S)}\sqrt{X^S}\}^{(3)}\text{（逆命题）；}$$

（11）、三维复分析圆对数$(1-\eta_{\mathbf{C}[\mathbf{jik}]}{}^2)^K$ 中每个层次序列的中心零线（临界线）中心零点（临界点）保持一致不变：

$$(1-\eta_{\mathbf{C}[\mathbf{jik}]}{}^2)^{(K=\pm0)}=\{^{(S)}\sqrt{X/X_{0[\mathbf{jik}]}}\}^{(K=\pm0)(Z\pm S\pm(Q)\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}$$

$$=(1-\eta_{\mathbf{C}[\mathbf{jik}]1}{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta_{\mathbf{C}[\mathbf{jik}]2}{}^2)^{(K=\pm0)}+\cdots+(1-\eta_{\mathbf{C}[\mathbf{jik}]P}{}^2)^{(K=\pm0)}\bullet\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q)\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}=\{0\text{ 或}\pm1\}；$$

其中：幂函数写成：K(Z±S±Q±(N=0,1,2)±(q=0,1,2,3,…整数)，K 为性质属性；(Z±S)为无穷中任意有限元素；(±Q=0,1,2,3)为三维八象限空间，(±N=0,1,2)/t 微积分动态阶；(q=0,1,2,3,…整数)为元素“各种组合”形式。

✹定义 2.2.1 紧致性-同构性在一阶/二阶模型论，该含义是：一阶/二阶无量纲语言中一个命题集(形式理论)T 的任何有限子集都有模型，则 T 自身有模型。在非一阶/二阶无量纲语言中模型论中，紧致性-同构性定理同样成立，表示每个子项都有形式一致的紧致性和同构一致的计算时间，

✹定义 2.2.2 圆对数判别式确定区域：

$$\Delta=(\eta^2)^K=[\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}\leq1；$$

$\{^{(S)}\sqrt{X}\}\leq\{X^S\}$，$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{X_0\}$，k=+1 为收敛，或几何黎曼函数的抛物线型函数或正向区域；

$\{^{(S)}\sqrt{X}\}\geq\{X^S\}$，$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{X_0\}$，k=-1 为扩散，或几何黎曼函数的双曲线型函数或反向区域；

$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=\{X^S\}$，$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{X_0\}$，k=±1 为平衡，或几何黎曼函数的椭圆线型函数或平衡区域；

$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=\{X^S\}$，$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{X_0\}$，k=±0 为交换，或几何黎曼函数的中心零点函数或零点区域；

其中：n=(q=0,1,2,3…无穷整数)，替代传统数学的 n，微积分阶±(N=0,1,2)，根据分析对象在幂函数中可以包含更多的数学内容。

目前，所有的数值分析和逻辑分析方法，都不能胜任具有共享互逆不对称性的平衡与交换。也就是说，平衡计算不能交换，逻辑交换不能平衡计算。引入第三方的无量纲‘无穷公理’机制的位值圆对数带动“元素-对象”的平衡交换组合分解及随机自证的一体化分析。

【数字例 5】

（1）、数值对象：(+为加组合，•为乘组合)

已知：三元数 **D**=abc=96：特征模：平均值 $D_0=\{5\}$，二个变量函数就可以分析。但是必须通过偶对称性的圆对数和特征模和通过圆对数中心零点对称性才能平衡交换，获得解析：

圆对数：$(1-\eta_{[abc]}{}^2)^K=96/125=0.768$,

一阶微分方程-概率组合：

$$\partial\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{(1)}=\sum(1-\eta_{[abc]}{}^2)^K\bullet\{\mathbf{5}\}^{(N=-1)}$$

$$=[(1-(d\eta_{[a]})^2)^{(Kw=+1)}+(1-(d\eta_{[b]})^2)^{(Kw=-1)}+(1+(d\eta_{[c]})^2)^{(Kw=-1)}]\bullet\{\mathbf{5}\}^{(N=-1)}$$

$$=[(1-2/5^{(1)})^{(Kw=+1)}+(1-1/5^{(2)})^{(Kw=-1)}+(1+3/5^{(2)})^{(Kw=-1)}]\cdot\{\mathbf{5}\}^{(N=-1)}$$
$$=\{\mathbf{j}3+\mathbf{i}4+\mathbf{k}8\}^{(N=-1)},$$

二阶微分方程-拓扑组合：

$$\partial^2\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{(2)}=\sum(1-\eta_{abc}{}^2)^K\cdot\{5\}^{(N=2)}$$
$$=[(1-(d^2\eta_{[ab]})^2)^{(Kw=+1)}+(1-(d^2\eta_{[bc]})^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta(d^2\eta_{[ca]})^2)^{(Kw=-1)}]\cdot\{5\}^{(N=-2)}$$
$$=[(1-2/^{(2)})^{(Kw=+1)}+(1-1/5^{(2)})^{(Kw=-1)}+(1+3/^{(2)})^{(Kw=-1)}]\cdot\{5\}^{(N=-2)}$$
$$=\{\mathbf{ik}(4\cdot 8)+\mathbf{kj}(8\cdot 3)+\mathbf{ji}(3\cdot 4)\}^{(N=-2)},$$

一阶积分方程-概率组合：

$$\int\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{(1)}=\sum(1-\eta_{[abc]}{}^2)^K\cdot\{\mathbf{5}\}^{(N=+1)}$$
$$=[(1-(\int\eta_{[a]})^2)^{(Kw=+1)}+(1-(\int\eta_{[b]})^2)^{(Kw=-1)}+(1+(\int\eta_{[c]})^2)^{(Kw=-1)}]\cdot\{\mathbf{5}\}^{(N=+1)}$$
$$=[(1-2/5^{(1)})^{(Kw=+1)}+(1-1/5^{(2)})^{(Kw=-1)}+(1+3/5^{(2)})^{(Kw=-1)}]\cdot\{\mathbf{5}\}^{(N=+1)}$$
$$=\{\mathbf{j}3+\mathbf{i}4+\mathbf{k}8\}^{(N=+1)},$$

二阶积分方程-拓扑组合：

$$\int^2\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{(2)}=\sum(1-\eta_{abc}{}^2)^K\cdot\{5\}^{(N=+2)}$$
$$=[(1-(\int^2\eta_{[ab]})^2)^{(Kw=+1)}+(1-(\int^2\eta_{[bc]})^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta(\int^2\eta_{[ca]})^2)^{(Kw=-1)}]\cdot\{5\}^{(N=+2)}$$
$$=[(1-2/^{(2)})^{(Kw=+1)}+(1-1/5^{(2)})^{(Kw=-1)}+(1+3/^{(2)})^{(Kw=-1)}]\cdot\{5\}^{(N=+2)}$$
$$=\{\mathbf{ik}(4\cdot 8)+\mathbf{kj}(8\cdot 3)+\mathbf{ji}(3\cdot 4)\}^{(N=+2)},$$

其中：圆对数对应的是特征模平均值，传统微积分产生组合系数变化，这里同样存在组合系数变化，但是，它们随机融入特征模里，因此特征模在微积分里不产生变化，圆对数由于具有同构性，在总元数不变条件下，圆对数形式不发生变化，仅对应幂次变化的特征模。

（2）、逻辑对象：(∪为并集{A∪B∪C}，∩为交集{∩ABC})

如：集合{∩ABC}∈{R_0}；

函子$(1-\eta_{abc}{}^2)^K$={∩ABC}/{A∪B∪C}

$$\{\cap ABC\}=[(1-\eta_a{}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_b{}^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_c{}^2)^{(Kw=-1)}]\cdot\{R_0\}^{(3)}$$
$$=[(1-A/\{R_0\})^{(Kw=+1)}+(1-B/\{R_0\})^{(Kw=-1)}+(1+C/\{R_0\})^{(Kw=-1)}]$$
$$\cdot\{R_0\}^{(3)}](\text{态射})\leftrightarrow\{A\cup B\cup C\}\leftrightarrow\{jA\cup iB\cup kC\},$$

其中：几何空间平均值$\{R_0\}^{(q=3,2,1)}$,代数空间平均值$\{D_0\}^{(q=3,2,1)}$,

圆对数中心零线(临界线)对称性：

$$(1-\eta_A{}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_C{}^2)^{(Kw=-1)}=0;$$

其中：$(1-\eta_{[B]}{}^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_{[C]}{}^2)^{(Kw=-1)}=(1-\eta_{[BC]}{}^2)^{(Kw=-1)}$;

圆对数中心零点对称性带动命题整体性平衡交换过程：

$$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=\pm 0)}\leftrightarrow(1+\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=-1)};$$

或：$$(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(Kw=+1)}=[(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=\pm 0)}\leftrightarrow(1+\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=-1)}]=(1-\eta_{[BC]}{}^2)^{(Kw=-1)};$$

其中：$\{5\}^{(3,2,1)}$,$\{R_0\}^{(3,2,1)}$,$\{D_0\}^{(3,2,1)}$表示元素-对象可以有“3-3、2-2、1-1”的组合与集合。

上述通过第三方无量纲圆对数构造集严格证明“数值对象不能直接交换（相加或相乘），逻辑对象不能直接态射（交集或并集），必须通过圆对数和圆对数中心零点的对称性才能交换（投影、映射、态射、平衡），否则出现模式混淆或坍塌，克服了数值分析和逻辑分析“数值加与乘之间的组合与分解”、“逻辑对象态射的并集与交集”的核心基础问题。

目前，所有的数值分析和逻辑分析，都没有明确指明它们有外部、内部分析的中心零线、中心零点。也就是说，所有的自然数学与集合论分析都没有发现或遗漏了一个重要的“平衡与交换”条件或‘无穷公理’规则，所以没有牢固的数学基础，不能自证成立。

同理：“选择公理化”也需要在无量纲圆对数带动“数值、逻辑”的平衡与交换，给与选择公理化成立的证明。

证明中还发现：实数集与自然数集之间的无量纲语言定义的新的无穷圆对数构造集，成为数学组合与集合的基本性原理。进一步证明：连续统的“离散性的集合转换为特征模分别有(外部、内部)的“平衡与交换”。

许多世纪性数学难题（包括对称与不对称性性分布多项式方程、计算机算法、组合、解析）被卡的难关就是这个偶数的“不对称性”如何转换为“对称性”。

圆对数以无量纲形式，把对称与不对称性数学问题整合为一个无量纲圆对数整体，圆对数中心零点带动了数值、对象的交换。称共轭互逆平衡对称性以及‘无穷公理’的随机“平衡与交换”的数学基础。

2.3、无量纲圆对数与三维向量空间衔接

传统微积分是实分析的工具。在二元分析中出现“虚数”$(\sqrt{-1})=i$，哈密顿提出了“四元数交换规则”，解决了二元数交换问题，有二维向量复分析 a+b**i**，引入实向量是“有序数集”。

但是，三元数分析中出现“虚数”$(\sqrt[3]{-1})=\mathbf{jik}$ 产生了“一维实向量与二维实向量”出现不对称性组合交换的困难，不能直接实现三维复分析采用二元的叠加$\{2\}^{2n}$。许多数学家进行探索，无果，至今“三元数”还是空白。

为了解决实向量复分析的困难，克服“数值之间不能直接交换”，通过圆对数特有的“偶数性的对称与不对称的平衡交换机制”，建立了“三维哈密顿-汪一平四元数交换规则”，即“圆对数$(1-\eta_{[jik]}^2)=\{\mathbf{0}，\pm\mathbf{1}\}$”对应的

三维空间八象限（$\mathbf{jik}=\pm1$，$\mathbf{ik}=\pm\mathbf{j}$，$\mathbf{kj}=\pm\mathbf{i}$，$\mathbf{ji}=\pm\mathbf{k}$）

解决三元数交换问题，即：通过圆对数带动了三维“元素-对象”的一维/二维/三维实向量的平衡交换组合（分解）问题，填补了三维复分析计算的空白域。

其中：平面投影拓扑组合的法向线与轴线投影具有共轭互逆性。引入三维实向量是“有序数集”。这些向量构成二维/三维欧几里得空间。

✺定义 2.12 $\mathcal{K}$ 维（即 Q=0,1,2,3 维方向的展开），向量是一个有序集，复分析在这里的“序排列”很重要。

如：$\{X\}^{\mathbf{K}}=(x_1,x_2,\ldots x_{\mathbf{K}})$，下标序列符号对应着二维空间、三维空间的序列。

复分析完成：$(x_1,x_2,\ldots x_{\mathbf{K}})$可以分解为一维/二维/三维空间，并且有序表现：

$$a\neq b,b\neq c,c\neq a；\ ab\neq ba,bc\neq ca,ca\neq ab；\ abc\neq bca,\ldots,$$

数值的编码根据左手法则”大拇指向上，四指并弄向手心握紧，四指为顺时针方向为“+”，反之“-”。

$\{X\}^{\mathbf{K}}=(x_1,x_2,\ldots xs)$分别提取单元体：$\{\sqrt[(S)]{X}\}^{\mathbf{K}}$

数值特征模$\{\mathbf{D_0}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$

位值圆对数$(1-\eta^2)$，

向量：标量只有数值，没有方向，方向是有角度表示的，可以并入标量组成“聚类集”的元素-对象，建立：一元三次方程转换为圆对数解析根元素。

概率圆对数与数值复分析：

$$\{X_0\}^{K(1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)D_0^{K(1)};$$

$$\mathbf{j}a=(1-\eta_{[j]}^2)D_0^{(1)};\ \mathbf{i}b=(1-\eta_{[i]}^2)D_0^{(1)};\ \mathbf{k}c=(1-\eta_{[k]}^2)D_0^{(1)};$$

拓扑圆对数与数值复分析：

$$\{X_0\}^{K(2)}=(1-\eta_{[jik]}^2)D_0^{K(2)};$$

$$\mathbf{j}a=(1-\eta_{[ik]}^2)D_0^{(2)};\ \mathbf{i}b=(1-\eta_{[kj]}^2)D_0^{(2)};\ \mathbf{k}c=(1-\eta_{[ji]}^2)\mathbf{D_0^{(2)}};$$

圆对数的概率-拓扑交换关系：

$$(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)};\ (1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)};\quad (1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)};$$

其中：平面法向线与轴线平行，方向相反。二元数连乘，转换为二个圆对数相加，组成三个圆对数带动三元数的加结合律、交换律。

特别的，复分析对于非欧几里得空间、辛空间、酉空间、希尔伯特空间、任意函数空间，以及逻辑分析的对象，都可以通过圆对数可解释对应投影、映射、态射到三维空间的轴线圆对数概率、平面拓扑的圆对数，解决平衡计算与对称交换问题。特别的，这个交换必须在“相同圆对数因子”条件下进行，解释了数值分析与逻辑分析，所缺少的“不同数值或对象之间不能交换”的根源。

2.3.1、三元数与圆对数计算规则

首次解决三元数一般式，通过圆对数解决不对称性的平衡计算与对称交换问题：

已知：边界函数：D，

特征模：$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$，

圆对数判别式：$\Delta=(1-\eta^2)^K=\{^{(3)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$，

上述三个要素中，已知任意其中的二个，就可以进行分析。通过圆对数中心零点解析不对称性分布的三个根，成为三维复分析可靠的数学基础。

所说的三元数是指直角坐标系三个方向系列的任意高幂元素在三维空间的展开。

✵定义 2.13 任意高幂元素“P-P 组合（超拓扑、网络）”的单元体为$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}$：

（1）组合形式为全体元素的乘组合的微积分方程，增加（微分：-N=0,1,2)/t）（积分：+N=0,1,2)/t）

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}=(^{(S)}\sqrt{(x_1x_2\cdots x_S)})^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots P)/t};$$

$$X_{[ijk]}^{(P)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

（2）组合形式为一个元素与一个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(1)}=\sum(1/S)^K(x_1+x_2+\ldots+x_S)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)/t};$$

$$X_{[i]}^{(1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)/t};$$

其中：$X_{[i]}^{(1)}$在 Y 轴线上的投影。

（3）组合形式为二个元素与二个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(P=2)}=\sum[(2!/S(S-1)]^K\prod_{ji=2}(x_1x_2+\ldots+x_Sx_1)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t};$$

$$X_{[ji]}^{(2)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t};$$

其中：$X_{[ji]}^{(2)}$在 XOY 平面上的投影。

（4）组合形**式为三个元素与三个元素的的微积分方程。**

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P=3)}=\sum[(3!/S(S-1)(S-2)]^K\cdot\prod_{jik=3}(x_1x_2x_3+\ldots+x_Sx_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=3)/t};$$

$$X_{[ijk]}^{(3)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=3)/t};$$

其中：$X_{[jik]}^{(3)}$复分析，在 X,Y,Z 三个上的投影。

（5）组合形式为 P 个元素与 P 个元素的的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}=\sum[(P-1)!/(S-0)!]^K\cdot\prod_{jik=3}(x_1x_2x_3+\ldots+x_Sx_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=p)/t};$$

$$X_{[ijk]}^{(P)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=p)/t};$$

其中：$X_{[jik]}^{(p)}$复分析，在 X,Y,Z 三个上的高幂次投影。

（6）三维复分析“各种 P 组合”的“乘与加”组合关系：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots P)/t}=\{0,1\};$$

（7）三维复分析圆对数$(1-\eta^2)^K$中的序列是：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=\{^{(S)}\sqrt{X^S}\}^{(P)}\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}$$

$$=(1-\eta_{[jik]1}^2)^K+(1-\eta_{[jik]2}^2)^K+\cdots+(1-\eta_{[jik]P}^2)^K\{D_0^S\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t};$$

（8）无量纲圆对数平衡交换规则：

不变命题$\{^{(S)}\sqrt{X}\}$、不变特征模$\{X_0\}$、不变同构圆对数$(1-\eta^2)$，仅通过性质属性(K=+1↔±0↔-1)正中反向的转换

如：（真命题）A↔B（逆命题）,有：

$$（真命题）A\leftrightarrow\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{X_0\}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\{X_0\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{X_0\}$$

$$=\{^{(S)}\sqrt{X^S}\}\leftrightarrow B（逆命题）；$$

其中：幂函数写成：K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…整数)，K 为性质属性；(Z±S)为无穷中任意有限元素；(±Q=0,1,2,3)为三维八象限空间，(±N=0,1,2)/t 微积分动态阶；(q=0,1,2,3,…整数)为元素“各种组合”形式。

✹定义 2.14 紧致性在一阶模型论中，该定理的含义是:如果一阶语言中一个命题集(形式理论)T 的任何有限子集都有模型，则 T 自身有模型。在非一阶模型论中，紧致性定理同样成立，表示每个子项都有形式一致的紧致性和同构一致的计算时间，

满足判别式：

$$\Delta=(\eta^2)^K=[\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}\leq1；$$

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}\leq\{X^S\}，k=+1 为收敛；$$

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}\geq\{X^S\}，k=-1 为扩散；$$

$$\{^{(S)}\sqrt{X}\}=\{X^S\}，k=\pm0 为平衡交换；$$

其中：S=0,1,2,3…无穷整数，替代传统数学的 n，以便在幂函数中包含更多的数学内容。

目前，所有的数值分析和逻辑分析方法，都不能胜任具有共享互逆不对称性的平衡与交换。也就是说，平衡计算不能交换，逻辑交换不能平衡计算。为此引入第三方的无量纲‘无穷公理’位值圆对数分析，实现平衡计算与逻辑交换一体化分析问题。

2.3.2、二元数的一元二次一阶微分方程，微分(N=-1)；

【数字例 6】：

已知：二元数微分一阶（N=-1）

乘组合 $\mathbf{D}=ab=24=\{^{(2)}\sqrt{24}\}^{(2)}$，

特征模：$\mathbf{D}_0=\{5\}^{`}$； $\mathbf{D}_0^2=25$,

该方程：属于对称性分布的不对称性数值组成的一阶微分方程,当微积分符号併入幂函数时，与普通的方程式没有太大的群 区别。关键在于特征模对应的微积分阶值。但是，数值与对象都不能直接交换。

微分方程判别式：

$$d\Delta=(d\eta^2)=(\eta^2)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=0,1,2)/t}=24/25\leq1；(K=+1);$$

圆对数：

$$(1-\eta^2)=(1-(d\eta)^2)=(1\pm1/5)；\eta=\pm1/5；$$

方程式：

$$d\{x^2-7x+24\}=(1-(d\eta)^2)\{x^2-2\cdot3.5x+25\}$$

$$=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=0,1,2)/t}=0；$$

其中：$(1-d\eta^2)=(1-\eta^2)$具有同构不变性。不论微积分如何变化，圆对数形式始终不变，（以下同）。

二元数转换：圆对数因子(η^2)相同下，进行随机与不随机的平衡交换，形成可靠性的组合。

$$(a/5)^K=(1-\eta^2)^K=(4/5)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}\leftrightarrow(1+\eta^2)^K=(6/5)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}=(b/5)^K；$$

获得：微分的根元素：**a=4， b=6;**

二元数的共轭互逆对称性：**a↔b;**

二元数组合（乘组合、加组合）：

$$ab=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{(2)}$$

$$a=(1-\eta^2)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}；\quad b=(1+\eta^2)\cdot5=6^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}；$$

二元数概率复分析：

$$\mathbf{ji}\{ab\}^{(K=+1)}=\mathbf{j}\{a\}+\mathbf{i}\{b\}=\mathbf{j}\{4\}+\mathbf{i}\{6\};$$

其中：二维分析中，**j** 可以不标注。

在三维直角坐标系对应：$\mathbf{K}(c)^{(K=-1)}=\mathbf{ji}\{ab\}^{(K=-1)}$,

其中：$\mathbf{4}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ **与** $\mathbf{6}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ 分别表示二个元素的圆对数$\mathbf{(1\pm1/5)}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ 微分动态变化。

特别的，这里数值 a=4 与 b=6,不能直接交换，只有通过相同的圆对数因子(η=±1/5)为二个根元素共享因子，才能成为随机共轭互逆平衡对称性交换。

交换规则：**D**=ab=24 不变、数值特征模 $\mathbf{D}_0$=5 不变，位值因子(η=±1/5)不变条件下，才有（随机或不随机）出现“4 与 6”被圆对数(η=-1/5)↔(η=+1/5)带动二种互逆性状态的交换。

传统数学的二元论一直没有可解释性地讲清楚这个平衡交换的原因。

这是由于二个根元素是被圆对数偶数‘无穷公理’下带动了平衡交换。可解释性：**a** 态射到 **b** 必须通过圆对数，在相同圆对数因子条件下进行随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换。其中：如例“**4** 与 **6** 的相同因子为**(±1/5)**”。赋予了平衡计算交换的逻辑性和平衡交换计算的逻辑数值。

拓展：自然数尾数

$$\{(1\cdot9)=9,(2\cdot8)=16,(3\cdot7)=21,(4\cdot6)=24,(5\cdot5)=25\},$$

自然数尾数特征模{**5**}不变条件下，分别通过圆对数：

$$(\eta=\pm4/5),(\eta=\pm3/5),(\eta=\pm2/5),(\eta=\pm1/5),(\eta=\pm0/5),$$

进行平衡交换，解决素数不规则分布，转换为四个圆对数的对称性不对称性分析，创建新的素数分布基础。

2.3.3、三元数的一元三次二阶微分方程，微分(N=-2)；

【数字例 7】：

已知：三元数“二阶微分”（N=-2）方程

乘组合：**D**=abc=112，$\mathbf{D}_0^{(1)}=\{5\}^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]}$;

加特征模：

$$\mathbf{D}_0^{(1)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t}=5$$

$$\mathbf{D}_0^{(2)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t}=25$$

$$\mathbf{D}_0^{(3)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=3)/t}=125,$$

获得判别式：

$$(d^2\mathbf{\Delta}/\mathbf{dx^2})=\{(d^2\eta/dx)^2\}=(\mathbf{D}/\mathbf{D}_0)^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t}=112/125=0.8\leq1;$$

圆对数总和： $\Sigma(1-\eta^2)^K=\{0.2\}$,

二阶微分方程式：

$$\begin{aligned}&\partial^{(2)}\{x^3\pm15x^2+72x\pm112\}/dx^{(2)}\\&=d^{(2)}\{x^3-3\cdot5x^2+3\cdot24x-112\}/dx^{(2)}\\&=(1-(d^2\eta/dt^2)^{(2)}\cdot\{x\pm5\}^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]}\\&=(1-\eta^2)\cdot[(0,2)\cdot\{5\}]^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]};\end{aligned}$$

二阶积分方程式：

$$\begin{aligned}&\int^{(2)}\{x^3\pm15x^2+72x\pm112\}/dx^{(2)}\\&=\int^{(2)}\{x^3-3\cdot5x^2+3\cdot24x-112\}dx^{(2)}\\&=(1-(d^2\eta/dt^2)^{(2)}\cdot\{x\pm5\}^{K[(S=3)\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t]}\\&=(1-\eta^2)\cdot[(0,2)\cdot\{5\}]^{K[(S=3)\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t]};\end{aligned}$$

其中：$(0,2)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$分别表示方程式的加组合$(2)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$与减组合$(0)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$，它们的运算与微分方程没有实质性区别，仅仅在于幂函数上以：微分方程（N=-1）；积分方程（（N=+1），

基于选择特征模为基础，包含了微积分中的组合系数，因此特征模为不变性。$(1-\eta^2)^{K(N=-2)}$具有同构不变性。表示不论微积分如何变化，圆对数与特征模始终不变，（以下同）。

圆对数位值因子$(d^2\eta)$与数值因子$(d^2\eta_\Delta)$关系： $\eta^2=2\eta_\Delta$（基于圆对数数值中心点与位值中心零点不一定重合，有时需要反复试探，一直到满足圆对数数值中心点对称性平衡为止）；

数值因子平衡对称性：

$$(1-\eta_\Delta{}^2)^{(KW=\pm1)}=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(KW=+1)}+(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{(KW=-1)}$$
$$=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(KW=+1)}+[(1-\eta_{\Delta b}{}^2)+(1-\eta_{\Delta c}{}^2)]^{(KW=-1)}$$
$$=(1+2/5)^{(KW=+1)}+(1-1/5)^{(KW=-1)}+(1-1/5)^{(KW=-1)}=(0);$$

获得圆对数数值因子： $\pm(d^2\eta_\Delta)^2=\pm2(d^2\eta_\Delta)D_0/D_0=\pm2/5;$

三元数转换：圆对数因子(η^2)相同下，进行随机与不随机的平衡交换，形成可靠性的组合。

$(a/5)^K=(1-\eta^2)^K=(4/5)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}\leftrightarrow(1+\eta^2)^K=(6/5)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}=(b/5)^K;$

三元数组合（乘组合、加组合）：

$$abc=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{(3)}$$

获概率“1-1 组合”根元素被圆对数带动平衡交换：

$$\mathbf{j}a=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)\cdot5=(1+2/5)\cdot5=7^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t};$$
$$\mathbf{i}b=(1-\eta_{\Delta b}{}^2)\cdot5=(1-1/5)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t;}$$
$$\mathbf{k}c=(1-\eta_{\Delta c}{}^2)\cdot5=(1-1/5)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t};$$

其中：圆对数数值因子等价于(+2-(1+1)=0)；满足结合律、交换律、排中律。

三元数概率复分析：（轴线投影）

$$\mathbf{jik}\{abc\}=\mathbf{j}\{a\}+\mathbf{i}\{b\}+\mathbf{k}\{c\}=\mathbf{j}\{7\}+\mathbf{i}\{4\}+\mathbf{k}\{4\};$$

获拓扑“2-2 组合”根元素被圆对数带动平衡交换：

$$\mathbf{ik}bc=4\cdot4=16^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};\ \text{对应-a;}$$
$$\mathbf{jk}ac=7\cdot4=28^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};\ \text{对应-b;}$$
$$\mathbf{ji}ab=7\cdot4=28^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};\ \text{对应-c;}$$

三元数拓扑复分析：（平面投影）

$$\mathbf{jik}\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(2)}=\mathbf{ji}\{ab\}+\mathbf{ik}\{bc\}+\mathbf{kj}\{ca\}$$
$$=\mathbf{ji}\{28\}+\mathbf{ik}\{16\}+\mathbf{kj}\{28\};$$

三元数交换规则:

D=abc=112 不变，数值特征模{**5**}不变，位值因子$((d^2\eta_\Delta)=\pm2/5)$不变，出现概率组合“**7、4、4**”与拓扑组合“**16、28、28**”三种状态，被圆对数$(\eta=+2/5)\leftrightarrow(\eta=-2/5)$，以及$(\eta=+2/5)\leftrightarrow(\eta=-1/5)\leftrightarrow(\eta=-1/5)$。

三元数概率-拓扑复分析与平衡交换：

$$ik\{16\}\leftrightarrow j\ \{7\}\text{对应 }ik\{bc\}\leftrightarrow j\{a\};$$
$$kj\{28\}\leftrightarrow i\ \{4\}\text{对应 }kj\{ca\}\leftrightarrow i\{b\};$$
$$ji\{28\}\leftrightarrow k\ \{4\}\text{对应 }ji\ \{ab\}\leftrightarrow k\{c\};$$

其中：轴线-平面投影的共轭互逆不对称性,通过无量纲圆对数偶数性带动数值的平衡交换。

验证：$\{7\cdot4\cdot4\}=112$；$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(7+4+4)=5$,$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(16+28+28)=24$ 以$\{5\}^{(2)}$表示。

特别的，数值{a=7，b=4，c=4}，以及{bc=16、ac=28、ab=28}之间不能交换，只有通过圆对数因子**$(\eta=\pm2/5)$**为一个（概率、粒子）根元素与二个（拓扑、波函数）根共享圆对数因子，成为圆对数偶数性的对称与不对称的随机与不随机的互逆对称性，实现平衡交换。

这就是传统数学三元数不能直接平衡交换的原因。

2.3.4、三元数的二阶积分方程及复分析

【数字例 8】：

已知：三元数乘组合 **D**=abc=96，二阶积分：(N=+2)；

特征模：

$$\mathbf{D}_0^{(1)}=\{5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=1)/t}=5,$$

$$\mathbf{D}_0^{(2)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t}=25,$$

$$\mathbf{D}_0^{(3)}=\{5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t}=125,$$

判别式： $\iint\Delta^{(N=-2)}dt^2=\{^{(3)}\sqrt{abc/D_0}\}^{(N=-2)/t}=[\iint(\eta^{(N=-2)}dt^2)\cdot D_0]/D_0\}^{(3,2,1,0)}=96/125=0.7$；

圆对数： $(1-\eta^2)=(1-0.7)=0.3$,

三元数积分方程式：

$$\int^2\{x^3\pm15x^2+68x\pm96\}dx^2$$
$$=\iint^2\{x^3-3\cdot5x^2+3\cdot22.67x-112\}dx^2$$
$$=[1-(\iint\eta dt^2)^2]\cdot\{x\pm5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t}$$
$$=(1-\eta^2)\cdot[(0,2)\cdot\{5\}]^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t};$$

其中：同构圆对数表示圆对数不论什么状态，它们的形式始终不变。

$$(1-(\int^2\eta dt)^2)^{(N=+2)/t}\rightarrow(1-(\int\eta dt)^2)^{(N=+1)/t}\rightarrow(1-\eta^2)^{K(N=+2)};$$

圆对数不论微积分如何变化，同构性保持不变。$(0,2)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$ 二阶微分方程的动态中：

加组合$(2)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$，减组合$(0)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$。

圆对数位值因子与数值因子关系：$\eta^2=2\eta_\Delta$;

数值因子：$\pm\eta_\Delta=\pm\mathbf{2}\eta_\Delta\mathbf{D}_0/\mathbf{D}_0=\pm2\cdot0.3\cdot5/5=\pm3/5$；

数值因子平衡对称性：

$$(1-\eta_\Delta{}^2)=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)+(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)$$
$$=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)+(1-\eta_{\Delta b}{}^2)+(1-\eta_{\Delta c}{}^2)$$
$$=(1+3/5)+(1-3/5)$$
$$=(1+3/5)+(1-2/5)+(1-1/5)=(0);$$

圆对数数值对称性等价于：（+3-2-1=0）；

获根元素：

$$a=(1+3/5)\cdot5=8;\ b=(1-2/5)\cdot5=3;\ c=(1-1/5)\cdot5=4;$$

这里，a=8 与 b=3,c=4,不能交换，只有通过圆对数因子$(\eta_\Delta{}^2)=\pm3/5)$为一个（概率、物理称粒子）根元素与二个（拓扑、物理称波函数）根元素共享因子，成为随机互逆对称平衡性实现平衡交换。

也就是说，**D**=abc=96 不变，位值因子(±3/5)不变，随机出现“**8** 与 **3** 与 **4**”（1-1 组合）或“**8** 与（**3**·**4**）”“**3** 与（**8**·**4**）”“**4** 与（**3**·**8**）（2-2 组合）”四种状态。

如：三元数通过圆对数中心零点$(\eta_\Delta{}^2)$实现交换，

为三维复分析空间。例自然数尾数{1,2,3…10}组成三元数乘组合 **D**,特征模 $\mathbf{D_0}$={5}；

判别式：$\mathbf{\Delta}=(\eta^2)=(^3\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D}_0})^{K(3,\ 2,\ 1,\ 0)}$;

圆对数位值因子与数值因子关系：$(1-\eta^2)^K=2(\eta_\Delta)\mathbf{D}_0$；或：$\mathbf{\Delta}=2(\eta_\Delta)\mathbf{D}_0$;

或查：《999 乘法与圆对数口诀表》：

圆对数数值因子：

$$(\eta_\Delta)=\pm(0.4/D_0),\pm(0.3/D_0),\pm(0.2/D_0),\pm(0.1/D_0,\pm(0/D_0);$$

圆对数的结合律、交换律与复分析。

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=\mathbf{J}(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(Kw=+1)}+\mathbf{ik}(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{(Kw=-1)}$$

$$=\mathbf{J}(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{(Kw=+1)}+\mathbf{i}(1-\eta_{\Delta b}{}^2)^{(Kw=-1)}+\mathbf{k}(1-\eta_{\Delta c}{}^2)^{(Kw=-1)};$$

其中：圆对数表示了轴线（概率）与平面（拓扑）的圆对数数值因子的共轭平衡互逆对称性，可以平衡交换，组成三维空间分析：$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(Kw=\pm1)}=(\sqrt[3]{D/D_0})^{K(3,2,1,0)}$

表示三元数通过无量纲圆对数位值中心零点共轭互逆对称性形式，带动三元数“元素-对象”系列平衡交换。

2.3.5、裴波那契数列(K=+1)与圆对数衔接

【数字例 9】

已知：裴波那契数列：**A+B=C；B+C=D；…,**（前面二个数等于后面一个数），

设：边界函数：{X}=(abc)， 特征模：$D_0=(1/3)(a+b+c)$

（1）、一元三次裴波那契数列不对称性分布：

已知：乘组合：$\mathbf{D}=(abc)=(\sqrt[(3)]{\mathbf{D}})^{(3)}=520$；

特征模：$D_0=\mathbf{(1/3)(a+b+c)}=B/3=26/3$；

圆对数： $(1-\eta^2)^K=(1-\sqrt[(3)]{\mathbf{D}}/\mathbf{D_0})=0.20119\leq1$；

满足圆对数平衡条件；

圆对数判别式：

$$\Delta=(\eta^2)=(\sqrt[(3)]{\mathbf{D}}/\mathbf{D_0})=((\sqrt[(3)]{\mathbf{520}})/(520/3)^{(3)}\approx0.79881\leq1;$$

属于收敛型实数计算；

圆对数对称性平衡因子(中心零点)：

$$(1-\eta_C{}^2)=(1-0.79881)=(\sqrt[(2)]{0.20119})\approx(0.45)^{(2)};$$

解析：裴波那契数列中三个数。

（2）、裴波那契数列运算：

裴波那契数列的一元三次方程：

$$X^{(3)}+BX^{(2)}+CX^{(1)}+D$$

$$=X^{(3)}+3\{D_0\}^{(1)}X^{(2)}+3\{D_0\}^{(2)}X^{(1)}+D=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0{}^{(3)}+3\{D_0\}X_0{}^{(2)}+3\{D_0\}^{(2)}X_0+\{D_0\}^{(3)}]$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0+\{D_0\}]^{(3)}$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot[(2)\cdot\{D_0\}]^{(3)};$$

则：$X^{(3)}=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{(3)}$；

根据：已知 **D** 或裴波那契数列，引入圆对数规则，求解特征模$\{\mathbf{D_0}\}$

$$(\mathbf{D_0})=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(\sqrt[(3)]{\mathbf{D}})=0.45\cdot(\sqrt[(3)]{\mathbf{D}})=26/3\approx9;$$

中心零点圆对数对称性：

$$(a+b+c)/D_0=[(1-\eta_a{}^2)+(1-\eta_b{}^2)]^{(K=+1)}+(1-\eta_c{}^2)=0;$$

$$\{[(1-\eta_{ab}{}^2)^{(K=+1)}-(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\}\cdot(D)=0;$$

圆对数对称性不限于裴波那契数列，任意三元数不对称性分布也可以适应。

（C）、裴波那契数列解析根：

求根解：有二种方法：

其一，三元数圆对数一般性计算：

圆对数中心零点：$(\eta_C)=(\sqrt[(2)]{0.20119})\approx(0.45)\approx(13/26)$；

试探选择：裴波那契数列强调取整数：$(\eta)=(9\pm4)/26$；

圆对数中心零点对称性，满足圆对数因子平衡；

$$[(-\eta_a)+(-\eta_b)]+(+\eta_c)=((1+4)/26+(5-1)/26=0;$$

解析根：

$\eta_a=(9-4)/26=5/26$； $a=(1-\eta_a)B=(1-5/26)B=5$；

$\eta_b=(9-1)/26=8/26$； $b=(1-\eta_b)B=(1-8/26)B=8$；

$\eta_c=(9+4)/26=13/26$； $c=(1+\eta_c)B=(1+13/26)B=13$；

其二，裴波那契数列圆对数对称性计算：

根据中国数学家华罗庚经典公式（0.618）与（0.382）得裴波那契数列分布：

在已知 B=2C 条件下：已知任意一个裴波那契某个数，如（B=26），或根据 **D** 与 $\mathbf{D}_0$，计算圆对数中心零点$(\eta_C)=0.50$。

圆对数对称性：$(1-\eta_a^2)+(1-\eta_b^2)=0.5$；$(1-\eta_a^2)=0.5$；中心零点在(ab)与(c)的等号上。

$\mathbf{a}=(1-\eta_a^2)(\mathbf{c})=0.382(13)=5$；

$\mathbf{b}=(1-\eta_b^2)(\mathbf{c})=0.618(13)=8$；

$\mathbf{c}=(a+b)=(1-\eta_{ab}^2)(\mathbf{c})=1.50000(13)=13$；

2.4、三维网络圆对数复分析

2.4.1、三维网络与无量纲圆对数的衔接

三元数复分析**[Q=jik]**圆对数对应三维网络的每个一维线性轴线概率、二维曲面的拓扑（包含三维网络**[Q=jik]**）的数值特征模和位值圆对数和共享的时间序列展开。

三元数数学空间：节点表征数值特征模，具有不对称性数值；节点之间联系为位值圆对数，具有相对对称性信息传递。

（a）、 三维网络一元一次的线性映射：在三维空间有：

{±X；±Y；±Z}6 个轴线方向；

（b）、三维网络一元二次的平面映射：在三维空间有:

平面(YOZ)对应±X 轴；

平面(ZOX)对应±Y 轴；

平面(XOY)对应±Z 轴；

其中：轴线与平面组成三维空间 8 个象限；

（c）、三维网络一元五次空间：在五维空间有[jik]有 **48 个方位**：

{(YOZ)对应±X 轴线；

(ZOX)对应±Y 轴线；

(XOY)对应±Z 轴线}；

（d）、三维网络圆对数：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(\pm1,\pm0);$$

除了在三维坐标共轭原点 O 为“一个中心点”；

以四元数八象限 **jik**=±1,**ik**=±1，**kj**=±1，**ji**=±1，

解决乘法置换可逆性，成为三维复空间，并且满足圆对数中心零点的偶数对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}]=0;$$

其中：复分析平衡交换律：数值分析产生平面垂直法向线与轴线为共轭互逆不对称性，通过无量纲圆对数中心零点带动下，数值被进行平衡交换。

（e）、交换规则：

不变原命题，不变特征模、不变同构圆对数形式，仅依靠圆对数幂函数性质属性正中反的变化，真命题转换为逆命题实现平衡交换。

$$(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}$$

$$(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}$$

$$(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)};$$

（f）、无量纲圆对数中心零线（临界线）对称性：对应特征模系列，

$$(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}]=\{0,\pm1\};$$

（g）、无量纲圆对数中心零点（临界点）对称性：对应特征模系列，

$$(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}]=\{0\};$$

（h）、复分析交换符号：

三维网络一维概率轴线投影空间：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{K}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)};$$

三维网络二维拓扑投影平面、曲面：（第一象限）

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{K}=(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=+1)};$$

三元数系列复数，坐标原点 **O** 为中心,以左手法则制定的八象限.“左手法则”大姆指向上，四个手指向手心，以它为顺时针导向为“+”，反之为“-”。

$$\{\mathbf{Ji}K=\pm1;\ \mathbf{i}K=\pm1;\ \mathbf{KJ}=\pm1;\ \mathbf{Ji}=\pm1\}。$$

(1),三元数复分析数线性数值：

$$\mathbf{j}x_a=(1-\eta_{[j]})D_{0(Q=j)}{}^{K}\text{ 对应 X 轴线；}$$

$$\mathbf{i}x_b=(1-\eta_{[i]})D_{0(Q=i)}{}^{K}\text{ 对应 Y 轴线；}$$

$$\mathbf{k}x_c=(1-\eta_{[i]})D_0{}^{(Q=k)}\text{对应 Z 轴线；}$$

(2),三元数复分析数复平面数值：

XOZ 平面法向线对应 X 轴线； $\mathbf{jk}X_{[bc]}=(1-\eta_{[jk]})\mathbf{D}_{0(Q=ik)}{}^{K}$；

ZOX 平面法向线对应 Y 轴线； $\mathbf{ki}X_{[ca]}=(1-\eta_{[ki]})\mathbf{D}_{0(Q=kj)}{}^{K}$；

XOY 平面法向线对应 Z 轴线； $\mathbf{ij}X_{[ab]}=(1-\eta_{[ij]})\mathbf{D}_{0(Q=ij)}{}^{K}$；

(3),三元数平衡交换规则：

不变命题，不变特征模，不变同构圆对数形式：

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0{}^{(K=+1)}$$

$$=[(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=-1)}]D_0{}^{(K=0)}$$

$$=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0{}^{(K=-1)}=B^{(K=-1)}$$

传统数学中，原来的哈密顿乘法不能平衡交换，范畴论则认为可以交换（态射）没有严格数学证明，通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称随机性‘无穷公理’的随机平衡交换机制”，在圆对数带动下满足三维复分析的乘法可平衡交换，由此拓展二维空间建立三元数系列的三维八个象限空间。称三维哈密顿-汪一平四元数交换规则。

这里，证明了基于没有‘无穷公理’机制，范畴论不能直接态射的数学原理。

2.4.2、三维网络的微分阶(-N=0,1,2)动态分析

基于已知条件：{X}=(a,b,c,d,e,f,g), (-N=0,1,2) ；

$$\text{a 系列}=(x_{a1},x_{a2},\ldots x_{as});$$

$$\text{b 系列}=(x_{b1},x_{b2},\ldots x_{bs});$$

$$\text{c 系列}=(x_{c1},x_{c2},\ldots x_{cs});$$

可以产生一维线性、二维平面、曲面分析的五维涡旋空间（即三维进动(jik)+二维旋转(uv)）。

三元数（7 幂次动态方程）复分析[Q=jik+2・uv]：考虑二个旋转 2・[uv]的共同作用，成为五维双旋转空间。

其中：一维（线性、曲线）线性方程(j 方向可以重合或不重合)[Q=jik+juv 对应{**Jik，uv**}]，二维（平面、曲面）非线性方程平面投影{**YOZ,ZOX,XOY**}以及平面法向线的三元数在三维直角坐标{**X,Y,Z**}。旋转函数

2・(uv)跟随着(jik),(uv)法线方向一致为五维涡旋空间，若不一致的为六维涡旋空间（如卡拉比-丘成桐空间）。

推导：一元七维次方程

1900 年希尔伯特提出“已知二个变量函数(笔者注：变量函数要求满足正则化分布条件)，要求一般解”，目前没有解决。

这里，已知二个变量函数为边界函数（乘组合）**D** 和加组合特征模 $\mathbf{D}_0$，进行三维网络复分析，

幂函数为“K(Z±[Q=3=jik+uv]±(S=7)±(N=0,1,2)”；表示三维空间，微积分为零阶、一阶、二阶动态方程。

一元七维次方程一般是进行涡旋动态空间(三维进动+二个二维旋转)或其它动态空间：中心零点在“三维与二个二维之间”(a,b,c,(O),d,e,f,g)

边界函数数值乘组合：$\mathbf{D}^{(Q=3)}=(\sqrt[(7)]{\mathbf{D}})^{K[Z\pm[Q=3=jik+uv]\pm(S=7)\pm(N=0,1,2)}$；

组合系数：1：7：21：35：35：21：7：1，总和：128；

加特征模函数：

$$D_0^{(1)}=(1/7)(a+b+c+d+e+f+g);$$

$$D_0^{(2)}=(1/21)(ab+bc+\ldots+fg);$$

$$D_0^{(3)}=(1/35)(abc+bcd+\ldots+fga);$$

其中：[Q=3=(jik+2・uv)]表示 7 个根元素分解为三个元素进动和二对旋转元素，三维空间中，进行五维空间的 7 幂维次空间运动。

7 个元素中心零点在：{abc,O,de,fg}（本例）。也可以是{abcd,O,efg}、{ab,O,cde,fg}、{a,O,bc,de,fg}，{ab,（O=c）,de,fg}（一个中心粒子，周围有三对旋转粒子）、{abc,（O=d）,efg}、{abcd,（O=e）,fg}等状态。

三维网络分别对应阶微积分(±N=0,1,2)（零阶、一阶、二阶）对应相应的边界数值；因为无量纲圆对数对于微积分阶变化，仅仅反映在幂函数中，其它运算公式没有明显变化，这里可以合并一起运算。也就是说，方程式转换为无量纲圆对数的分析计算方法相同，区别仅仅在幂函数以及解析根个数的数值不同。

(1) 、三维的 7 维空间 微积分(N=0,±1,±2)动态方程(**j** 方向重合)，对应三维序列 {**(J,i,k)+2・(uv)**}，表示一个三维（三元素）进动+二个二维（二元数）围绕三维中心零点旋转。

(2) 、计算第一步：特征模中心点与周围 7 个根元素具有同步性变化。这是解析方程的第一步的步骤。其中：三维（三元素）进动与二个二维（二元数）的速度、加速度、能量、作用力相同，在同圆对数因子条件下，具有‘无穷公理’随机平衡交换的功能。

在公式中可以导入具体数字例满足正则化分布的运算。

$$\{X\pm(\sqrt[(7)]{D})\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0\pm(D_0]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot[(0,2)\,(D_0)]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,\ldots7)/t};$$

判别式：

$$(1-\eta_{[jik+uv]}{}^2)^K=[(\sqrt[(7)]{D})/D_0]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,2,\ldots7)/t}$$

$$=(1-\eta_{[j+uv]}{}^2)^K\cdot X+(1-\eta_{[i+uv]}{}^2)^K\cdot Y+(1-\eta_{[k+uv]}{}^2)^K\cdot Z$$

$$=\{0\text{ 或[0 到(1/2)到 1]}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(S=1)\pm\mathbf{(N=-0,1,2)}\pm(q=0,\ldots7)/t};$$

获得：（圆对数表示特征模中心点与 7 个根元素微积分(N=±0,±1)同步变化）

$$(\sqrt[(7)]{D})\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2\pm(q=0,\ldots7)/t};$$

$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\};$$

式中：$(1-\eta_{[jik+uv]}^2)^K$={-1 或(0)或+1}表示以三维空间特征模（7 个元素）中心零点{0}为中心，在{0,1}之间跳跃过渡

形式。$(1-\eta_{[jik+uv]}^2)^K$={-1 或(0)或+1}表示以中心零点{0}为中心在{-1,+1}之间连续过渡形式。

(3) 、计算第二步：三维的 7 维空间微积分**(N=0,±1,±2)**动态方程**(j** 方向重合)，对应三维序列{**(J,i,k)+2 • (uv)**}，表示一个三维（三元素）进动+二个二维（二元数）围绕三维中心零点旋转。根据中心零点在“三维与二个二维之间”(a,b,c,(O),d,e,f,g)，特征模$\{\mathbf{D_0}\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2\pm(q=0,\ldots7)/t}$；通过圆对数中心零点解析 7 个根元素。（笔者另有数字例证明与解析，略）。

2.4.3、三元数复分析数字例

一元三次方程有卡尔丹（对称性分布）公式或华罗庚（裴波那契数列）经典公式，皆属于特例，没有破解一元三次方程一般解，不能进行复分析。只有解决了三元数一般解（对称与不对称性）才能建立三维复分析。圆对数满足实数与复数的平衡与转换规则，是根据三维哈密顿-汪一平四元数及交换规则进行。

【数字例 10】

（A）、一元三次方程式（周期性方程）：

已知：(S=3)；代数空间 **D**=3646；几何空间则：**R**=3646

边界函数：$D=3646=3430+(\sqrt[(3)]{216_{[jik]}})^{(3)}$；

特征模：$D_0=7$，$D_{0[jik]}^{(3)}=343=(7)^{(3)}$；3430 为 $7^{(3)}\cdot 10$，表示三维空间的周期性。$(\sqrt[(3)]{216_{[jik]}})^{(3)}$为乘组合单元体

组合系数：1：3：3：1，系数总和：$\{2\}^3=8$；

实数与复数转换规则：下标字母依照左手法则顺时针方向为“+”，反之为”-“；

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1+\eta^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}$$

其中：**D**=3646 表示 n=10 周期性特征模 $\mathbf{D}_{0[jik]}^{(3)}$,共享一个基本复数 $216_{[jik]}=(\sqrt[(3)]{216_{[jik]}})^{(3)}$。

判别式： $\Delta^2=(\eta_{[jik]}^2)^2=216/343=0.62973\leq 1$；

$$(216)/343)^{(K=-1))}\leq 1,\ D_f=(\sqrt[3]{216})^{(K=-1)(3)};$$

其中：剔除周期性数值，进行三维复数计算，数值为$\{216_{[jik]}\}$。

圆对数复数计算：

$$\begin{aligned}(D-D_{[jik]})/D_0&=\{[3430+(\sqrt[3]{216})]/343)\}^{(K=-1)}\\&=\{[10+(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}]\cdot D_{0[jik]}^{(3)}\}^{(K=+1)}\\&=\{[10+0.62973]\cdot 343_{[jik]}\}^{(K=+1)};\end{aligned}$$

圆对数条件下：（K=-1），

$$\{X_{[jik]}\}^{(K=-1)(3)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}\mathbf{D}_{0[jik]}^{(K=-1)(3)}$$

$$\mathbf{D}_{0[jik]}^{(K=-1)(3)}=X_{0[jik]}^{(K=-1)(3)}=(1/3)^{(-1)}[(x_1^{(-1)}+x_2^{(-1)}+x_3^{(-1)})]^{(K=-1)};$$

一元三次复数方程运算：

通过$(\sqrt[3]{216})$很容易获得三个根解：$\{X_1X_2X_3\}$。

复数根求解：根据实数与复数转换规则：在三维直角坐标系组成八象限空间。

（B）、三元数复分析运算：

$$\begin{aligned}(X\pm\sqrt{D})^{(3)}&=x^{(3)}\pm Bx^{(2)}+Cx+D\\&=x^{(3)}\pm 3(7)x^{(2)}+3(7)^{(2)}x\pm(\sqrt[(3)]{216})^{(3)}\\&=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot[x_0^{(3)}\pm 2(7)x_0^{(2)}+2(7)^{(2)}x_0\pm(7)^{(3)}]^{(K=-1)}\\&=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(X_0\pm D_0)^{(K=-1)(3)}\\&=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot[(0,2)\cdot\{7.0\}]^{(K=-1)(3)}\\&=\{0\leftrightarrow 8\cdot(3430+216_{[jik]})\}^{(K=-1)}\end{aligned}$$

其中：**3430** 表示($\mathbf{D}_0$=343 特征模不变性的 **D**=216 共享复数基本根)周期性循环 10 次。

（C）、三元数复分析：

（**1**）、概率线性（轴线）

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}=J[(1-\eta_{[x]}^2)^{(Kw=+1)}+i\,(1-\eta_{[y]}^2)^{(Kw=+1)}++k[(1-\eta_{[z]}^2)^{(Kw=+1)};$$

（**2**）、拓扑线性（曲面、或平面投影）组成三维坐标八个象限，

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jk]}^2)^{(Kw=+1)}\cdot X+[(1-\eta_{[kj]}^2)^{(Kw=+1)}\cdot Y+(1-\eta_{[ji]}^2)^{(Kw=+1)}\cdot Z;$$

（**3**）、复数计算规则：

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1+\eta^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}$$

对应一个共享基本边界条件 $D=216_{[jik]}$；

（**4**）、圆对数零点极值：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}=\{-1\text{ 或}[-1\text{ 到}(0)\text{到}+1]\text{或}+1\}^{(K=+1)};$$

式中：（0）表示三维周期性循环中心点 O 正反向转换点,对应边界的{`1}起终点.

（D）、根解析：

（1）、中心零点对称拓扑圆对数：

根实际数值计算：$(1-\eta^2)=216/343=0.62793$；

对称中心零点： $(1-\eta_C^2)=0$ 在(x_1,x_2)与(x_3)之间；

$$(1-\eta_{[jik]}^2)(D_0)=0.62793\cdot 10.50=7/21;$$

圆对数数值中心点对称性：

$$(1-\eta_\Delta^2)(D_0)=[(-4/7)+(-1/7)=(+5/7)=0;$$

（2）、复数概率数值：$\mathbf{J}x_1+\mathbf{i}x_2+\mathbf{k}x_3=\mathbf{J}3+\mathbf{i}6+\mathbf{k}12$；

对应中心零点$\{\mathbf{D_0}\}^{(1)}=\mathbf{\{7\}^{(1)}}$；

$\mathbf{j}x_1=(1-\eta_{[j]})\mathbf{D}_0=(1\text{-}4/7)\cdot(7)=\mathbf{j3}$；对应 **X** 轴线；

$\mathbf{i}x_2=(1-\eta_{[i]})\mathbf{D}_0=(1\text{-}1/7)\cdot(7)=\mathbf{i6}$；对应 **Y** 轴线；

$\mathbf{k}x_3=(1-\eta_{[k]})\mathbf{D}_0=(1+5/7)\cdot(7)=\mathbf{k12}$；对应 **Z** 轴线；

[验证 1]：$\{\mathbf{J}3\cdot\mathbf{i}6\cdot\mathbf{k}12\}=216_{[jik]}$。复数根满足要求。

（3）、复数拓扑数值：

$$\mathbf{J}x_{[23]}^{(2)}+\mathbf{i}x_{[31]}^{(2)}+\mathbf{k}x_{[12]}^{(2)}=\mathbf{J}72+\mathbf{i}36+\mathbf{k}18;$$

中心零点对应特征模；$\{\mathbf{D_0}\}^{(2)}=\{7\}^{(2)}$；

三个根在复数中，根据平面映射及中心零点角度转换，平面数值的组合相应改变；

其中： **XOZ** 平面法向线对应 **X** 轴线；**ZOX** 平面法向线对应 **Y** 轴线；**XOY** 平面法向线对应 **Z** 轴线；

$\mathbf{jK}X_{[23]}=(1-\eta_{[jk]})\mathbf{D}_0=(1\text{-}1/7)\cdot(1+5/7)\cdot(7)^{(2)}=6\cdot12=\mathbf{j(72)}$；

$\mathbf{Ki}X_{[31]}=(1-\eta_{[i]})\mathbf{D}_0=(1\text{-}4/7)\cdot(1+5/7)\cdot(7)^{(2)}=3\cdot12=\mathbf{i(36)}$；

$\mathbf{ij}X_{[12]}=(1-\eta_{[i]})\mathbf{D}_0=(1\text{-}4/7)\cdot(1\text{-}1/7)\cdot(7)^{(2)}=3\cdot6=\mathbf{k(18)}$；

[验证 2]：

（a），$X^{(3)}=(3430)+[j72+i367+k18]=3430+(3\cdot6\cdot12)=3430+216=3646$；

（b），$X^{(3)}\pm Bx^{(2)}+Cx\pm216=216\pm3\cdot216+3\cdot216\pm216=\{0\text{ 或 }8\cdot(216)\}$，

满足复数 10 个[343]带着一个共享[216]基本周期性平衡。

特别的，任意方程计算结果都有四种计算结果。

一元三次方程有四种计算结果

（零平衡、旋转、相减）； $(X-\sqrt[(3)]{\mathbf{D}})^{K(3)}=(1-\eta^2)^K\cdot[\{0\}\cdot\mathbf{D}_0]^{K(3)}=\{0\}^{K(3)}$；

（偶平衡、进动、相加）；$.(X+^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{K(3)}=(1-\eta^2)^K\bullet[\{2\}\bullet\mathbf{D}_0]^{K(3)}=\{2\}^{K(3)}\cdot\mathbf{D}$；

（涡旋空间展开）；$(X\pm^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(3)}=[(1-\eta^2)^K\bullet[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{K(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}\}^{K(3)}\bullet\mathbf{D}$；

（涡旋空间的平衡与转换）；$(X\pm^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(K=0)(3)}=[(1-\eta^2)^K\bullet[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{K(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}\}^{K(3)}\bullet\mathbf{D}$；

2.4.4、一元三次方程复分析交换规则

（1），三元数复数数值本身仅仅是共轭不对称性，只有在圆对数带动下才能进行平衡交换。类似正圆下数值与角度，通过三角函数公式之间的转换。

（2），三元数复数规则：下标字母，按照左手法则排列顺序“+”：右手法则“-”：

组成三维直角坐标系八象限。

第一象限：

$\{\mathbf{jik}\}=+1$；$\{\mathbf{kj}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{i}\}$；$\{\mathbf{ik}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{J}\}$；$\{\mathbf{ji}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{k}\}$；

第七象限：

$\{\mathbf{kij}\}=-1$；$\{\mathbf{jk}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{i}\}$；$\{\mathbf{ki}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{J}\}$；$\{\mathbf{ij}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{k}\}$；

中心零点位置：三维直角坐标系中心原点 O：

如：三维轴线复分析（第一象限）：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{X}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{Y}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{Z}\ ;$$

三维平面、曲面复分析（第七象限）：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{X}+(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{Y}+(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{Z};$$

无量纲圆对数三维空间共轭互逆对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{X}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{Y}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)}\bullet\mathbf{Z=0};$$

$$(1-\eta_{C[jik]}^2)^K=(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{X}+(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{Y}+(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}\bullet\mathbf{Z=\{0,1\}};$$

（3），三维复分析的平衡交换规则：三维直角坐标系中心原点 O 为共轭中心：

原命题不变，特征模不变、同构圆对数不变，仅仅同构圆对数幂函数性质属性正中反向的改变，进行平衡交换：

$$(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}\bullet X\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}\bullet X;$$

$$(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)}\bullet Y\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}\bullet Y;$$

$$(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)}\bullet Z\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}\bullet Z;$$

（4），三次方程创新点：

目前，传统数学建立的三维复分析，都是建立在卡尔丹对称解的基础，适应（对称性）几何级数$\{2\}^{2n}$（n=0,1,2,3,…整数）。无量纲圆对数构造带动下，三元数复分析通过无量纲圆对数的偶数性的对称与不对称性平衡交换机制计算，建立了三元数（一般解）复分析和三维网络析，适应（对称与不对称性）几何级数$\{3\}^{2n}$（n=0,1,2,3,…整数）。

从三次方程一般的求解方法可以推广到三维空间的任意高幂对称与不对称性高维方程一般解，零误差精确度达到 10^{222} 宇宙级别。

2.5、一元四次方程-四色定理与无量纲圆对数的衔接

2.5.1、一元四次方程

【计算例 11】

一元四次方程运算（一般例）

已知：边界函数：**D**，特征模：$\mathbf{D}_0^{(4)}$二个变量函数就可以分析。

$$X^{(4)}\pm BX^{(3)}+CX^{(2)}\pm DX^{(1)}+\mathbf{D}$$

$$=X^{(4)}\pm(4\mathbf{D}_0)X^{(3)}+(6\mathbf{D}_0^{(2)})X^{(2)}\pm(4\mathbf{D}_0^{(3)})X^{(1)}+\mathbf{D}$$

$$=(1-\eta^2)^K[X_0^{(4)}\pm(4\mathbf{D}_0)X_0^{(3)}+(6\mathbf{D}_0^{(2)})X_0^{(2)}\pm(4\mathbf{D}_0^{(3)})X_0^{(1)}+\mathbf{D}_0^{(4)}]$$

$=(1-\eta^2)^K[X_0\pm\mathbf{D}_0]^{(4)}$

$=(1-\eta^2)^K[(0,2)\{\mathbf{D}_0\}]^{(4)}=0$;

$(1-\eta^2)^K=\{0$ 或 $(0$ 到$(1/2)$到 $1)$或 $1\}^K$;

或： $(1-\eta^2)^K=\{-1$ 或$(-1$ 到(0)到$+1)$或$+1\}^K$;

其中：“或”表示离散型跳跃过渡，“到”表示连续型平滑过渡。坐标移动，对应圆对数域值不受到影响。

2.5.2、一元四次方程计算结果

一元四次方程有四种计算结果

零平衡、旋转、相减；$(X-\sqrt[(4)]{\mathbf{D}})^{(4)}=(1-\eta^2)\cdot[\{0\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{0\}^{(4)}$;

偶平衡、进动、相加；$(X+\sqrt[(4)]{\mathbf{D}})^4=(1-\eta^2)\cdot[\{2\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{2\}^{(4)}\cdot\mathbf{D}$;

涡旋空间展开；$(X\pm\sqrt[(4)]{\mathbf{D}})^{(4)}=[(1-\eta^2)\ [\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(4)}\}\mathbf{D}$;

涡旋空间的平衡与转换）；$(X\pm\sqrt[(4)]{\mathbf{D}})^{(K=0)(4)}=[(1-\eta^2)[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(4)}\}\mathbf{D}$;

2.5.3、一元四次方程根解析

一元四次方程的解析根：

上述是群组合根的整体运算，

第一步：建立于“特征模与周围元素同步变化”，获得圆对数之后才能有第二步，

第二步：建立于特征模中心点与周围四个元素的关系，通过圆对数中心零点，进行根解析。

在一般解的根四个元素中$\{x_1x_2x_3x_4\}$，中心点分解有二种形式：

$\{(x_1)\neq(x_2x_3x_4)\}$； $\{(x_1x_2)\neq(x_3x_4)\}$；

通过概率-拓扑圆对数及中心零点，可以获得二种圆对数对称性展开：

$\{(\eta_1)=(\eta_2\eta_3\eta_4)\}$； $\{(\eta_1\eta_2)=(\eta_3\eta_4)\}$；

获得根解析：

（1）、第一种类型解析： $\{(\eta_1)=(\eta_2\eta_3\eta_4)\}$（数值中心点在一个与三个连乘元素之间）

$x_1=(1-\eta_1^2)\mathbf{D}_0$;

$x_2=(1-\eta_2^2)\mathbf{D}_0$;

$x_3=(1-\eta_3^2)\mathbf{D}_0$;

$x_4=(1+\eta_4^2)\mathbf{D}_0$;

圆对数数值因子平衡对称性：（三个减与一个加）

$(-\eta_1^2)+(-\eta_2^2)+(-\eta_3^2)+(+\eta_4^2)=0$;

其中：第一种类型解析为不对称性解析，没有被应用，属于空白。

（2）、第二种类型解析： $\{(\eta_1\eta_2)=(\eta_3\eta_4)\}$； （数值中心点在二个与二个连乘元素之间）

$x_1=(1-\eta_1^2)\mathbf{D}_0$;

$x_2=(1-\eta_2^2)\mathbf{D}_0$;

$x_3=(1+\eta_3^2)\mathbf{D}_0$;

$x_4=(1+\eta_4^2)\mathbf{D}_0$;

圆对数因子平衡对称性：（二个减与二个加）

$(-\eta_1^2)+(-\eta_2^2)+(+\eta_3^2)+(+\eta_4^2)=0$;

其中：第二种类型解析为对称性解析，被应用于哈密顿四元数二维复分析。

2.5.4、四色定理背景

四色定理，又称四色猜想、四色问题，是世界三大数学猜想之一。四色定理的本质正是二维平面的固有属性，即平面内不可出现交叉而没有公共点的两条直线。许多学者纷纷发表自己的观点和方法。不少是有道理的，但都不完整，表现为没有解释不同颜色组成对称与不对称的各个层次，为什么可以实现平衡交换二实

现统一计算？若采用“公理化”仍然需要给与数学证明。

这里采用无量纲圆对数和特有的偶数性对称与不对称的平衡交换机制，适应四种颜色组成图块 N 的一元四次方程,转换为无量纲圆对数——一种无穷构造集，引入偶数性平衡交换机制，成为完整性（完备性与相容性一体化）的数学构造，带动各个层次（含内部颜色颜色）的层次和元素个数。虽然，计算机已经获得证明，但是，数学家们需要的是数学严格证明。由此，这里采用无量纲圆对数构造给与严格证明。

1976 年及 1994 年美国数学家 K.Appel 与 W.Haken 宣告借助电子计算机获得了四色定理的证明；通过计算机，历经 100 亿幂（幂维次）计算证明。数学家们期望传统的是严格的数学证明。

提出“任意四色不重复组合拼接的图块，外加一条最终封闭曲线”成为多项式，转换为“没有具体元素（颜色）内容的抽象的圆对数方程，进行算术四则运算。称圆对数“无关数学模型，没有具体元素内容的计算”。可靠、可信地数学证明四色定理，替代 1976 年美国计算机经 100 亿次计算的数学证明。

（1）、图块元素、层次、基本图块

✵定义 5.1 图形：无穷区域（平面、球面）(Z)范围内，任意四种颜色不重复和相邻图块不一样的组合集合，进行无空隙地拼接，最后以封闭曲线围成的图形包含规定的区域内的图块、图层，称图形 $\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}$。

✵定义 5.2 标准基本图块：基本图块为一组填满四种颜色元素不重复组合，(±N=1；±q=4)。

✵定义 5.3 标准基本图层：有基本图层四组标准基本图块的四种元素（颜色）不重复组合的图块，(±N=4；±q=16)。基本图层颜色元素个数{1,4,6,4,1}=2^4=16 个。

✵定义 5.4 各个图块、图层、图形的多项式，建立$\{x\pm\sqrt[(4)]{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}$,包含一个中心点，一条边界图层包络线，包络线内部满足图块、图层、图形的个数。中心点保证基本图层的稳定性。

✵定义 5.5 非标基本图块；标准基本图块其随机处于不完整组合的图块(±N=1；q=3,2,1）不同的一些不完整的组合。

✵定义 5.6 非标基本图层；每四个标准基本图块随机存在不完整组合的图块（非标基本图块）(±S=4N；q=3,2,1）不同的一些不完整的组合。

✵定义 5.7 任意图形：由任意的图块图层参加组成：任意图块(S=4N)、层次(N=1,2,3,4…无穷整数)、（包括非标基本图块通过“移动”（态射、映射）组成标准基本图块、图形、图块，不计空格项）幂函数写成$\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}$。组成一元四次方程。根据已知边界函数（颜色颜色数字化的乘组合函数）、特征模（函数均值）二个条件，根据多项式正则化规则可以解析四个根颜色元素（指四种颜色元素填满）。

（2）、图块与图形

四色定理在于无穷图块下，四种颜色元素进行无限不重复的组合成为图块层次，

各种图块内部存在随机的组合

“N=0： (0-1，0-2，0-3),1-1，2-2，3-1 组合”

（1）、标准图块类型,零个颜色元素有（3-1,2-2,1-3,0-4）四种颜色组合，

（2）、非准图块类型,一个颜色元素：

（0-3）三种颜色组合，

（3）、非准图块类型,二个颜色元素：

（0-2） 二种颜色组合，

（4）、非准图块类型,三个颜色元素：

（0-1） 一种颜色组合，

特别的，**4** 个图层中，“**4** 个颜色元素有 **7** 种组合”，分别为一种准图块类型和三种非准图块类型，具有不确定性的随机组合，若随机组合的不确定性，具有不稳定性，处理方法有三种：

（**1**）、完成任意有限的图块的直接统计，无穷条件下达不到这个要求。

（**2**）、数学证明：理想状态下，设定图块完全有四种颜色元素填满的标准图块，有边界函数（四种颜色元素以“数字化”替代，引入“乘组合”和“加组合”特征模平均值，采用多项式正则化分布作为标准图块计算，根据一元四次方程，解析四个颜色元素根。

（**3**）、数学证明：非理想状态下，有标准图块类型的均匀分布与非准图块类型不均匀分布混合，则要求“移动”填满非准图块类型有关颜色元素，以及调整标准类型图块，组成标准类型的图形、图层、图块均匀分布，是很容易计算的，再大的数据依靠计算机可以解决，实际在 1976-1994 年计算机已经解决。困难在于“非准图块类型不均匀分布”如何“移动”（转换、态射、映射）为“准图块类型均匀分布”。这个恰正是“四色定理”难度所在，成为世界近代三大数学难题之一。

2.5.5、四色定理实则是解决三个核心问题

（1）、解决图块的组合如何成为单元性问题满足图块、图层、图形的整数展开?

（2）、图块的边界如何满足各个图块之间的连续性密切衔接?

（3）、图块图层、图形内部元素不均匀分布，如何“移动”为对称性分布？

数学家们大多认为依靠现有的（公理化组成的）传统数学体系“移动”解决不了，至少是很艰难。

怎么办?

中国圆对数团队发现：无量纲圆对数构造集和无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，非标准类型的图形、图层、图块存在颜色元素的不均匀分布，无量纲圆对数通过圆对数“偶数性”中心对称性的平衡交换机制，把不均匀分布移动（态射、映射）填满或补充非标准的基本图形、图层、图块，采用前述的一元四次方程解决。

无量纲圆对数“偶数性机制”，把“不均匀分布转换为均匀分布”，称平衡交换规则：

原命题的非标准类型的图形、图层、图块不变，特征模不变、同构圆对数不变，仅仅通过同构圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，实现真命题“颜色元素”移动到“空缺部位”，反之也成立。

也就是说，公理化建立的颜色元素不能进行移动（态射、映射），一定要求在无量纲圆对数带动下，才能实现移动。

✹定义 5.8：图块内四种颜色元素数字化

$$(D_a,D_b,D_c,D_d)\in\{\sqrt[(4)]{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}$$

的组合系数除以相应的组合形式，成为图块称特征模（平均数值）

$$(1/C_{K(Z\pm S\pm 4N)})\cdot(D_a,D_b,D_c,D_d)\in\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}。$$

在多项式采用（移动后）其平均图块（函数、几何空间、数值）为计算基础。

其中：K（性质属性）；(Z±S)(无穷中任意有限的图形)；(±4N)图层单元体；±(q=1,2,3,4)四种颜色元素组合形式。当：图块填满四种不同颜色元素，建立一元四次方程。

✹定义 5.9：复合图块幂函数 K(Z±S±N±q)（四种颜色不重复地组合）成为层次（或复合层次）后再与相邻的其他不同颜色再继续组合成为新的复合层次。依此类推。

✹定义 5.10：基本图块（四种颜色不重复地组合）组成四个元素与中心零点(临界线、临界点)成为图块隔离线组成的图块为单元体：称图块层次(N=1,2,3,4…无穷)。

✹定义 5.11：非完整组合图块个数值：

$$\{\{\{2^4-q\}-q\ldots\}-q\ldots\}=\{N\cdot 2^4-q\}=\{N\cdot 4^2-q\}=\{N\cdot 16-q\};$$

图形满足的图块颜色个数。有正则化；

✹定义 5.12 基本图块有四种颜色的组合形式：一个层次 N 图块内填满四颜色元素(A,B,C,D)，

✹定义 5.13 颜色元素的组合分别有五种类型：

四个元素的全体组合：{(A,B,C,D)-0}；

$$Z=K(Z\pm S\pm N\pm(q=4);$$

系数 $C_{(S\pm N-4)}=1$；“图块中心点”

三个元素包围一个元素： {(A,B,C) -1} ； **Z=K(Z±S±N±(q=3)；**

系数 $C_{(S\pm N\pm 1)}=4$；“3-1 组合”

二个元素与二个元素： {(A,B)-(C,D)}； **Z=K(Z±S±N±(q=2)；**

系数 $C_{(S\pm N\pm 2)}=6$；“2-2 组合”

一个元素包围三个元素： {(A)-(B,C,D)}； **Z=K(Z±S±N±(q=1)；**

系数 $C_{(S\pm N\pm 3)}=4$；“1-3 组合”

图层组合系数总和：不变的颜色元素一个层次的个体颜色元素数 $C_{(S\pm N+4)}=16$（图层：包络线）为一个图层；表示图块内部四种颜色进行完整与不完整的不重复的组合，被一条封闭连续曲线包围，组成多项式的一元四次方程。

标准图层的总系数（与个数同步）：

$$C=\{1+4+6+4+1\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}=\{2^4\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm P)}\ ;$$

其中：(N=1)，q=0,1,2,3,4；在基本图块（称标准图块）都是填满下四颜色元素(A,B,C,D)分别表示四种颜色的组合和出现的概率具有正则化分布形式。

若出现非标准图块，通过无量纲圆对数把非标准图块转换为非标准图块，这样，每一个圆对数一一对应颜色元素的层次和个数。这样计算无量纲圆对数的层次、个数就可以对应知道图块的层次和颜色个数，甚至每一种{ABCD}颜色的个数。

2.5.6、四色定理必要性的证明

高速数字计算机的发明，促使更多数学家对“四色问题”的研究。1976 年 6 月，美国伊利诺斯大学的两台不同的电子计算机上，用了 1200 个小时，作了 100 亿判断，最终证明了四色定理，轰动了世界。但是，计算机证明并没有获得数学界普遍的认可。不少数学家并不满足于计算机取得的成就，要求有一种传统简捷快的书面证明方法来证明四色问题。

已知：（四种颜色元素数字化）的特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$；边界函数$\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$就可以计算。其中：设置{X}表示图块、图层、图形为各个层次序列的中心点或边界包络线。不影响已知$\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$的四种颜色元素的计算。

（1）、图块组合与级数

根据 Brouwer 中心不动点定理封闭性图块、图层、图形的边界函数$\{D\}^Z$与中心点函数$\{X\}^Z$同值，提出多项式（图块中表示边界曲线、中心点、线与图块元素）之间的组合图块（函数、多项式、几何空间）具有等价性。根据泰勒级数公式，建立四元定理的级数及特征模展开：

$$\begin{aligned}&\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}\\&=[\sum(1/C_{(S\pm N)})\{D\}+\cdots]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}\\&=(1)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=0)}\\&+(1/4)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1)}+(1/6)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2)}\\&+(1/4)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3)}+(1)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}\}\\&=\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}+\cdots+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}+\cdots+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm q)};\end{aligned}$$

（2）、图层（4N）组合与无量纲圆对数衔接：

当：$\{x\}^Z\neq\{D\}^Z$，应用相对性原理[6]，对未知与已知函数一一对应之比，实现相对对称平衡。得到没有具体元素内容的无量纲函数，称无量纲圆对数构造。

$$\begin{aligned}&(1-\eta^2)^K=\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(0)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(1)}\\&+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(2)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(3)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(4)}\\&=\{1+(1-\eta_1{}^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=1)}+(1-\eta_2{}^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=2)}+(1-\eta_3{}^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=3)}\end{aligned}$$

$$+(1-\eta_4^2)^{K(S\pm4N\pm(q=4)}+1\}\leq\{1\};\quad（N=0,1,2,3,…无穷整数）$$

其中：系数总和：$C_{(Z\pm S\pm P)}=\{1+4+6+4+1\}=\{2\}^{(4)}=\{16\}$，$\{16\}$与图块四种颜色元素与无量纲圆对数个数同步。

（3）、图层组成多项式与无量纲圆对数衔接

四定理色为什么要进行“一元四次方程？”

理由如下：

（1）、“一元四次方程”可以无穷展开，四个颜色元素以“乘组合”形式，除了可以按照正则化规则获得四种根元素的个数，还可以确保图块边界线与周围边界线的连续性连接以及图块中心与周围四个颜色元素稳定性。

（2）、设置{x}体现图层的中心点和边界包络线的连续无空隙的连接，不影响$\{D_0\}^{K(4)}=16$ 的统计。

已知：图层 S 包围四个图块(4N)次中全体元素 $D=\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4)}$，（指图块层次内部完全是四个颜色元素组成标准类型）。

这里，四种颜色颜色数字化获得“乘组合”和“加组合”的特征模，确保四种颜色元素的根解析。

标准图层（外部）全体元素组成层次的单元体：$\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4)}$，

标准图层（内部）特征模：$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=0,\ 1,2,3,4)}$；

其中：(q=0，1,2,3,4)表示四种颜色的不同组合

无量纲圆对数判别式：

$(1-\eta^2)^K=[\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=1,2,3,4)}\leq1$；

一元四次方程计算：

$$\begin{aligned}\{X\pm^{(4)}\sqrt{D})^{K(Z\pm S\pm4N)}&=\{1+\{^{(4)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=1))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3)}\\&+\{^{(4)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=2))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=2)}\\&+\{^{(4)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=1)}+1\}\\&=\{2\cdot(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=0)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=2)}\\&+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4)}\}\cdot\{X_0\pm D_0)^{K(Z\pm S\pm4N)}\\&=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N)}[(0,2)\cdot\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm4N)};\end{aligned}$$

方程式计算结果：平衡条件下：$\{X_0\}^Z=\{D_0\}^Z$；

（a）、表示图块、图层、图形中心点；$\{X-D\}^{K(Z\pm S\pm4N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N)}\{0\}\{D_0)^{K(Z\pm S\pm4N)}$；

（b）、表示图块、图层、图形包络线；$\{X+D\}^{K(Z\pm S\pm4N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm4N)}\{2\}\{D_0)^{K(Z\pm S\pm4N)}$；

四色定理图块颜色元素总个数：

（1）、标准类型图层个数统计（图层$\{D_0\}=4N=16$）个数展开：

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))}=(1-\eta^2)^{K\cdot}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))};$$

（2）、标准类型无量纲圆对数颜色元素的计算：

(a)、“1-1 组合”‘ABCD’分别为一种颜色元素的统计。

$$\{X_{[abcd]}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=1.4))}=(1-\eta^2)^K[(1)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=1,,4))};$$

(b)、“2-2 组合”‘ABCD’二种颜色元素的统计。

$$\{X_{[ab\text{-}cd]}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=2))}=(1-\eta^2)^K[(6)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=2))};$$

(c)、“1-3 组合”‘ABCD’一种包围三种颜色元素的统计。

$$\{X_{[a\text{-}bcd]}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3))}=(1-\eta^2)^K[(4)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3))};$$

(d)、“3-1 组合”‘ABCD’三种包围一种颜色元素的统计。

$$\{X_{[abc\text{-}d]}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3))}=(1-\eta^2)^K[(4)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=3))};$$

这里，任意有限标准图形（内部）元素个数计算：属于四种颜色元素的根解析,由于全部非标准图块已经通过无量纲圆对数“偶数性机制”，转换（移动、态射、映射）为标准图形、图层、图块，全体颜色元素个数可以计算。

2.5.7、四色定理充分性的证明

必要性证明是建立在假设所有的图块全部不重复、不相邻地涂满四种颜色条件下统计。实际操作并没有那么理想，出现的图块、图层、图形空缺，以及遇到了相邻时颜色重复如何调整？必要性证明中没有解决这些问题。

或许有人认为，这个很简单“移动”它们就可以了。事实并非如此，把非标准图块颜色元素填满或移动这个方法很简单，也很直观、公理化（不证自明）。

四色定理绝不是那么简单的“移动”。如采用集合论、范畴论等为基础的近代数学，称“态射、映射”可以编写计算机程序，如果这样，早在 1976 年已经有计算机证明结果。可是，许多数学家不认可。

数学家们要求数学证明四色定理：如果进行“移动、映射、态射”，需要证明。

这个四色定理被称为：世界近代三大数学难题之一。难度要求回答数学家们的二个问题。

（1）、证明可能出现新的“移动”的理由，

（2）、证明可能出现新的“移动”的方法。

按照数学家们的要求，调整相邻区域的颜色，以及填满空格问题意味着颜色之间不能直接“移动”，怎么解决？

现在，找到了无量纲圆对数构造集和无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的互逆性平衡交换机制”，称“偶数性机制”。引用圆对数“偶数性机制”把非标准图块填满，以及相邻同颜色的“移动”，在圆对数中心零点对称性下，圆对数带动了颜色素数进行平衡交换的“移动”填满空格或调整相邻区域的颜色问题。

（1）、标准基本图块遇到了相邻区域：涉及颜色的“移动”与非标准基本图块“移动”填满，道理一样，可以统一应用。可见非标准基本图块“移动”填满原理。（略）。

（2）、非标准基本图块：层次 N=1 的：q=3,2,1≤4,存在不完整性或不均匀分布的组合问题。

非标准基本图块颜色颜色分布具有不完整性，有：

三个元素组合缺少一个元素： {A,B,C -(0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-1)；

二个元素组合缺少二个元素： {A,B,-(0,0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-2)；

一个元素组合缺少三个元素： {A- (0,0,0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-3)；

图层、图形出现空缺四个元素：{A,B,C -(0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-4)；

非标准图形、图层、图块具有随机性的不均匀分布，统计中往往很难处理，成为不均匀分布的个数，通过“移动”或替代颜色元素把它们填满，确保中心零点的稳定性和方程式计算本身的精确度。

产生了图形、图层、图块分别的二个无量纲圆对数数值：

（1）、填满图形、图层、图块个数与原来图块个数的比例为无量纲圆对数：$(1-\eta_{(f)-\alpha}{}^2)^K$

（2）、空缺图形、图层、图块个数与原来图块个数的比例为无量纲圆对数：$(1-\eta_{(f)-\beta}{}^2)^K$

（3）、图形、图层、图块的填满与空缺产生二个无量纲系数： $(1-\eta_{(f)-\alpha}{}^2)^K+(1-\eta_{(f)-\beta}{}^2)^K=1$；

（4）、平衡交换规则：

平衡交换规则解决：

（a）、同一或非同一图块、图层、图形的标准图块不同颜色的位置“移动”调整。

（b）、非标准图块不同颜色的位置“移动”调整为均匀分布的标准图块计算问题。

图块层次内颜色元素命题不变，特征模（平均值）不变，同构圆对数不变，仅仅依靠圆对数的性质属性正中反的改变，由无量纲特有的“偶数性机制”带动颜色元素的移动进行平衡交换，组成标准类型的图形、图层、图块。

对称性二元数与不对称性三元数的平衡交换规则，即无量纲圆对数特有的“偶数性交换机制”，通过无量纲圆对数分别转换为单个颜色元素的平衡交换（四色定理中称移动、态射、映射），给与数学证明的理由。

（1）、二元数“偶数性”（指图块中有二个颜色元素分别为(K=+1)调整或移动填满空缺的颜色元素为(K=-1)的偶数性互逆平衡交换过程：

$$A \cdot B=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(2n)};$$

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

$$B^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

或：$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{(K=+1)(1n)};\ (1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}/B^{(K=-1)(1n)};$$

$$|(1-\eta^2)^{(K=+1)}|=|(1-\eta^2)^{(K=+1)}|;\quad |(-\eta^2)^{(K=+1)}|=|(+\eta^2)^{(K=+1)}|;$$

二元数同圆对数因子（绝对值）对称相同条件下，产生随机与不随机的平衡交换组合（分解）。

二元数交换原理：在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

$$A^{(K=+1)(n)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0\}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}=B^{(K=-1)(n)};$$

其中：$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}$为中心零点，$A^{(K=+1)(1n)}\neq B^{(K=-1)(1n)}$,不能直接交换，必须在无量纲圆对数的对称性‘无穷公理机制’平衡带动下进行。

（2）、三元数“偶数性”（指图块中有三个颜色元素，其中一个颜色元素为(K=+1)调整或移动填满空缺的颜色元素为二个颜色元素联系(K=-1)的偶数性互逆平衡交换过程：

$$A \cdot B \cdot C=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(3n)};$$

$$A=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};\ BC=(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)};$$

其中：$BC=(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)}$分解：

$$B=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)},\ C=(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

进行技术整理：

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};\ B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};\ C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

或：$$(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{K(1n)};\ (1-\eta_B^2)^{(K=-1)}=\{D_0\}/B^{K(1n)};\ (1-\eta_C^2)^{(K=-1)}=\{D_0\}/C^{K(1n)};$$

三元数（不对称性分布）交换方式通过圆对数中心零点对称性，在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

$$A^{K(n)}=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\{D_0\}=BC^{K(n)};$$

其中：$BC^{K(n)}$分解为二个圆对数加结合律，满足加交换律。

特别的：$A^{(K=+1)(1n)}\neq BC^{(K=-1)(n)}$,不能直接交换，必须在圆对数的加结合律控制下进行平衡交换。

也就是说，四色定理颜色元素的平衡交换（包括集合论、范畴论的移动、态射、映射），需要应用无量纲构造特有的“偶数性平衡交换机制”数学证明。传统的皮亚诺公理化“移动”原理的组合为“有量纲体系”，不能自证“真伪”（哥德尔不完备性定理）。

当：非标准类型组成标准类型的图形、图层、图块，全部转换为标准图块、图层、图形，计算中全部采用无量纲圆对数因子的统计：

$$(\eta)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))}=(\eta_a)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))}+(\eta_b)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))}+(\eta_c)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))}+(\eta_d)^{K(Z\pm S\pm4N\pm(q=4))};$$

式中：$(\eta)^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$与 $(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$ 具有完备性和相容性一体化，都可以在平面、球面上充分展开，同样可以获得无穷中任意有限图形全体颜色元素计算的个数。最后，理论上不要忘记加载的：各个图块中“转换（移动、态射、映射）”被扣除的$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{[f\text{-}\alpha]}{}^2)^K+(1-\eta_{[f\text{-}\beta]}{}^2)^K=1$，给与恢复颜色元素还原原来颜色元素的位置，但不影响计算的总颜色元素个数。

因此，四色定理的任意高幂(S=4N=16(q=1）的二项式(中心点与边界包络线系数展开中，得到任意幂次(Z±S±4N±(q=4)幂多项式的数学组合，精确计算无穷图块充满四种颜色和确保边界包络线与图形、图层、图块之间的密切联系。上述充分性证明了图形、图层、图块之间选择平均值后，相互之间具有不变特征模和同构圆对数与共享的幂函数，解除了层次内部不完整组合计算的困难。

特别的，{X}与$\{\sqrt[(4)]{D}\}$不一定平衡，引入无量纲圆对数，通过无量纲圆对数的偶数性对称与不对称、随机的平衡交换机制，带动图块数值的平衡交换。

最后，直观地，在平面上,球面、任意空间上，图层(S=4N)无量纲圆对数都可以映射为 S 个（特征模）点的网络的组合集合。在平面、球面、最小的四面体空间上为四个平面图块，平面、球曲面展开成为图层，每个图层有（外部）三条图层相邻边界曲线，以及每个图层有（内部）图块三条相邻边界曲线（如谢尔宾斯基地毯）组成空间的三棱锥（四面体）的空间图形-图块，或三棱（锥）体的顶点（图形图层、图块）映射（投影）互为邻边的网格图形。证明：三棱（锥）体平面、曲面上涂三种颜色不够，涂五种颜色过多，四种颜色足够。上述以充分性、必要性，以第三方身份的无量纲圆对数构造，没有具体颜色元素干扰，公正、完整、最基本的数学证明四色定理。

综上所述，四色定理中图块的集合可以是标准类型与不标准类型的多层次复合图块，存在串行组与并联的组合形成任意复合层次 K(Z±S±4N±(q=1,2,3,4)图形、图层、图块组成为满足四种颜色组成任意高幂维次多项式方程，以及满足够大的平面、球面区域。因为四种颜色元素在无穷图块中不重复的组合，可以实现图形的无穷区域四种颜色相邻颜色不一样的组合的计算，成为四色定理充分性、必要性、唯一性的证明。

2.5.8、四色定理证明的积极意义与讨论

（1）、根据无量纲构造数学证明的结果，认为：计算机上在四色定理模型有颜色元素随机的不确定、不均匀分布条件下，化了 1200 个小时，足够大的 $\mathbf{S}=\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1,2,3,4)}\geq 100$ 亿幂（维次）。这种“集合公理化的程序”计算结果是成功的。

（2）、传统计算机上证明四色定理程序语言，不知道“有没有考虑‘非标准图块’的计算？“非标准图块类型出现移动颜色元素组成标准类型图块的“移动”理由在哪里？”，如果没有或部分没有，作为严谨的数学证明要求，这样的计算机成功计算的理由仍然不足。

（3）、无量纲构造通过无量纲证明四色定理，验证了集合论、范畴论的“移动、转换、交集、并集、态射、映射”采用的（有量纲系统）“公理化”的不证自明的理由是“不充分的”，即哥德尔不完备性定理反映了任意系统采用皮亚诺“公理化”建立的函数、关系都是“不充分的”，无量纲‘无穷公理’证明能确保数学系统基础的“可靠性、牢固性”。

（4）、无量纲构造计算机证明四色定理，可以建立“5 进制存储器芯片架构”与配套的 10 进制计算程序。

（5）、无量纲构造“无量纲偶数性平衡交换机制”，不仅可以解决不对称、连续性计算，同时揭开了人类大脑思维的机制，为新的人工智能提供了一个新的数学基础。

3、哥德巴赫（零点）猜想与无量纲圆对数衔接

3.1、“哥德巴赫猜想”问题

1742 年，德国数学家哥德巴赫发现：“每一个大偶数都可以表现为二个素数之和，称 1+1=2”，后来有数学家提出“每一个大奇数都可以表现为三个素数之和，称 1+2=3”，称（强/弱）哥德巴赫猜想。三个世纪以来

一直没有破解，最好的成果有 1973 年中国的陈景润“1+2”“大偶数为一个素数与二个素数连乘的组合”。离“1+1”、“1+2”还有一步之遥。反映传统数学的计算方法已经达到了“天花板”，意味着没有新的方法，很难有满意的进展。

3.1.1、“哥德巴赫猜想”数学核心是什么？

“哥德巴赫猜想”的核心是二个，

其一：证明皮亚诺公理“不证自明”是否可靠？

其二：采用什么可靠的“公理”方法破解？

目前状态是：

（1）、二个/三个不对称性的素数的不能直接进行“组合”。如“公理化”没有数学证明不能成立。

（2）、本系统（指有量纲系统）“组合”（如加组合、乘组合，并集与交集）不能自证“真伪”。

哥德巴赫猜想涉及“数学基础”的根本，许多数学家提出，可能要求新的构造集或其它方法证明。因此而成为近代数学史上三大难题之一。

如果有人提出新的系统证明“哥德巴赫猜想”。这个号称是“数学皇冠上一颗可望不可及的‘明珠’”。必将引起 400 多来西方国家传统数学的“重整、重塑、重建”，或将开启一个数学新时代，具有现实的工程应用和深远的历史意义。

1900 年希尔伯特在世界数学大会上把“黎曼函数零点猜想、哥德巴赫猜想、孪生素数猜想”合并为一个零点猜想。圆对数后来发现“朗道-西格尔零点猜想”也属于黎曼函数零点猜想内容的一部分。哥德巴赫“足够大的二个素数之和为偶数”。“足够大的三个素数之和为奇数”。同理“孪生素数”之间也是“零点”猜想。通过零点猜想的证明，素数与偶数的产生是需要满足它们有一定条件下的随机与不随机的平衡与交换。也就是说:零点猜想不仅仅是解决“哥德巴赫猜想”，更是“皮亚诺公理”的数学证明，成为数学基础的“偶数性中心点”的平衡与交换等基础性问题。

也许有些人会说：“哥德巴赫猜想”是指“之和”为“偶数/奇数”，为什么会涉及“零点”？

这里涉及前面所说的的“数值分析或逻辑分析对象都不能直接实现平衡交换组合”。必须通过“第三种无量纲语言定义的圆对数”，通过圆对数中心零点（线）才有“偶数性”定义的共轭互逆平衡对称性，才能进行的“算术的加减乘除、逻辑的集合、并集、交集”运算的平衡与交换。

其中：解析度 2 下产生（对象-元素）数值“偶数性”的“数值的中心点”，不同于“圆对数中心零点”产生的“偶数性”。前者“偶数性”产生（对象-元素）数值“二个不对称性”子集不能平衡交换；后者无量纲“偶数性”产生的“二个对称性”子集可以平衡交换。因此，（对象-元素）数值对称条件下它们（限于对称性分布）有可能重合，产生的中心点二边同为{0,±1}，但是意义不一样。

众所周知，二个素数之和，广义地说“和”应该是“组合、集合”，有“加（减）-并集组合、乘（除）-交集组合”二种形式，逻辑分析没有“平衡机制”，带来了分析的不便或不完整，不能实现（对象的内部、外部）拓扑平衡，当然，不可能实现“平衡与交换”。

其中：这个“减与除组合”二种形式具有互逆性，圆对数把不对称性的“对象-元素”通过无量纲圆对数“加（减）组合”与“乘（除）组合”成为共轭互逆对称性规则的无量纲分析。因此，对于“组合”本身来说，“元素相同的组合”，“加减乘除，集合运算”没有本质上的区别，称对象（群组合）-元素的“自身”。

所说的“偶数性”有二种，偶数性的标准：存在共轭互逆“中心点”，

（1）、对象-元素的，指“二/三个/多个素数组合，解析度 2 分解为二个不对称性子集，不能平衡交换。

（2）、无量纲圆对数的，指“对象-元素”转换为具有无量纲共轭平衡互逆对称性子集，可平衡交换”。

其中：左右二侧圆对数对应“对象与元素”同步变化，具有特征模外部线性的“平衡与交换”平衡线，称“零线（临界线）”。左右二侧圆对数对应特征模中心点与周围元素之间的位置关系，在特征模线的内部元素平衡交换点的关系的对称平衡点，平衡点，称“中心零点零点（临界点）”。

对称性的圆对数因子的平衡与交换带动了对象与数值的简接交换。一旦撤销圆对数，恢复原来数值与对象的不对称性，不能平衡与交换。

也就是说，“数值平衡分析的组合与解析”，或者“逻辑态射分析的集合与分解”，首先解决的是如何找到特征模外部“偶数性”的中心零线和内部“偶数性”的中心零点。在无量纲圆对数控制（带动）下进行平衡与交换，才能获得“偶数或奇数”。这或许是哥德巴赫在黎曼函数基础上完整性的“零点”猜想。同时也是皮亚诺公理（1+1=2）与（1+2=3）的采用第三方构造集进行验证。

3.1.2、“哥德巴赫猜想”问题

1742 年 6 月 7 日哥德巴赫给欧拉的腾讯提出了二个问题：

（A）每一个不小于 6 的偶数都是二个奇数之和；即“偶数-1+1”。如

6=3+3；8=3+5；48=19+29；100=3+97；……；

（B）每一个不小于 9 的奇数都是三个奇数之和；即“奇数-$p_1+p_2+p_3$”。如

9=3+3+3；29=5+11+13；103=23+37+43；……；

他在信中说：我这个论断是不是正确？如果是正确的，希望你替我证明它。如果不对，希望你举出一个例子来。欧拉复信中写道“如果大于 6 的偶数都是二个奇数之和，虽然我还不能证明它，但是我确信无疑地认为这是完全正确的定理”。这就是哥德巴赫猜想。

一般地把命题（A）称为偶数哥德巴赫猜想，（B）称为奇数哥德巴赫猜想。二个猜想组成自然数“奇数与偶数”产生了数学基础，其中也自然地包括皮亚诺公理 1+1=2？需要的数学证明。

迄今为止，数学家都没有完成黎曼函数零点猜想、哥德巴赫（零点）猜想完整性的“零点”猜想，如果破解了这个问题，也解释了“公理化的数学基础”，一直成为国际上探索数学基础的敏感问题。

（A）、强哥德巴赫猜想：“足够大的二元素数{Q=2}之和为偶数”。

最好成果可能是中国数学家陈景润的“1+2 问题”，采用“陈氏定理的加权筛法”，证明“足够大的偶数为一个素数与一个自然数之和，后者仅仅是两个素数的乘积”，即“$\{X_1\}$与$\{X_2X_3\}$。

讨论：无量纲构造验证：“一个自然数”的选择有二个结果：

陈景润的“1+2”：其中的“2”为一个自然数。

“一个自然数”的选择有二个结果：

（1）、当自然数个数为（N=2）组合时，若“自然数为二个素数的连乘”，通过无量纲圆对数带动“可以拆分”，则为“三个素数”之和为“奇数”。（与本文的“三元复分析”中：一个素数与二个素数连乘（1+2=3）的三元数复分析结果相同）。

（2）、当自然数个数为（N=2）组合时，若“自然数为一个素数与一个偶数的连乘”，通过无量纲圆对数带动“可以拆分”，则为“二个素数（1+1=2）”加“一个偶数”仍为“偶数”。

也就是说，“一个素数与一个自然数之和：偶数（1+1=2？），奇数（1+2=3？）”还差“一步之遥”。在当时属于最好成果。

（B）、弱哥德巴赫猜想：“足够大的三元素数{Q=3}之和为奇数”。

最好成果可能是数学家陶哲轩采用“逻辑分析方法证明 1+1=2”，达到“六个素数之和”。

2013 年 5 月，巴黎高等师范学院研究员哈洛德·贺欧夫各特发表了两篇论文，宣布彻底证明了弱哥德巴赫猜想。采用计算机计算达到 2^{40} 次方。计算机证明还没有得到学界认可，数学家们期望的是数学证明。

无量纲圆对数以第三方构造集身份证明：任意个数的素数（包括数值分析或逻辑分析的素数）是不能直接平衡交换组合。看来，哥德巴赫猜想（强、弱）不能真正的找到素数直接“之和”。

3.1.3、“哥德巴赫猜想”采用什么新的构造集证明

许多数学家认为：采用现有传统数学方法，可能不行了，必须寻找或发现新的方法。

现在，哥德巴赫猜想的核心问题：有什么新的构造集证明：二个或三个素数存在的：数值不对称性和

数值分布的对称与不对称性，如何统一转换为“偶数性”的随机的对称性平衡交换组合。

通俗地说“3+4=7，3·4=12”、“交集 A∩B，并集 A∪B”为什么可以成立？如果成立，需要证明。同样，“数值等号=”平衡为什么不能交换？，“逻辑态射→”为什么不能平衡？也需要证明。

通过证明，可以了解数学整体性内涵是：“对象的偶数性”（即共轭互逆不对称性的正中反三种性质属性），但是，“偶数性”≠“偶数”，“对象的偶数性”存在不对称性的不能直接交换，或者说偶数的“平衡与交换”是有条件制约的。

无量纲圆对数以第三方无穷构造集身份，把“对象偶数性”的共轭互逆不对称性转换为圆对数，以及圆对数中心零点（临界线、临界点）共轭互逆对称性控制的“偶数性”才能“平衡与交换”。回过头来，让我们更深刻理解了现行的数学体系的不完整性。

目前，所有的数学猜想证明如果依靠自身体系，是不可能证明其“真伪”。最基本的皮亚诺公理，以及哥德巴赫猜想（包括黎曼函数零点猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想），以及数值分析体系和逻辑分析体系等，肯定需要寻找另外一种新的无穷构造集身份证明，并且可以带动共轭互逆不对称性“对象”的平衡与交换的方法，证明它们“组合与解析、平衡与交换”的“真伪”。

从数学角度来看：数百年来，国内外许多数学家对“猜想”的推导或证明，都可能缺少最后一步的证明：自然界存在“偶数性”规则——把“任意不对称性的数值（逻辑对象）转换为无量纲圆对数的“偶数性”成为共轭互逆对称性，带动素数进行平衡与交换”，形成自然数的“奇数与偶数”的方法。

如果做不到这点，那么所有的现在流行的数学体系证明都不能成立或不完整性成立。其中还包括数值分析的“微积分等理论”、逻辑分析的“范畴论等理论”。也有已经得到数学家认可的“怀尔斯的费马大定理”、“佩雷尔曼的庞加莱拓扑猜想”，以及有关相对论、量子计算的证明都没有完整性。根源在于当时历史条件限制——数学历史发展还没有到达“发现新的无穷构造集”哪一步的问题，不完整性现象或结论与数学家本身证明无关。我们应该承认他们对于数学发展的积极贡献，甚至由于他们的努力使得数学发展引导了发现新的、更抽象、更深刻、更基本数学构造集。但是，他们的数学成果能否接受新的“无穷构造集”鉴定和拓展，则又是另外一码事。

3.1.4、哥德巴赫猜想与无量纲圆对数

如果，哥德巴赫猜想离开最基本的皮亚诺公理(1+1=2？1+2=3？)。这个公理采用什么样的构造集证明或解释？这是当前数学界非常关注的数学基础问题。

按照康托尔-哥德尔的证明：“自身体系不能证明自身的真伪”。目前的数学体系所包含的公理，都是包含一部分，丢了另外一部分，一直成为“不完整性”的数学体系。如果需要完整性，那就要包含“无穷公理”的一种构造集。这里，新发现的“无穷公理”一种无量纲语言定义的圆对数无穷构造集，具有无量纲构造特有的“随机平衡交换组合”和“随机自证真伪”功能，自然数（素数）数值是不能直接平衡交换组合，在圆对数中心零点带动自然数（素数）进行平衡交换组合（分解），这样证明完全回避了皮亚诺公理(1+1=2？1+2=3？)，作为数学本性，数字（特征模）不变，是无量纲圆对数中心零点对称性的“平衡交换组合（分解）”的事实，带动了自然数（素数）证明（1+1=2，1+2=3），由此非自然数、素数本身（简接地）组成的偶数与奇数的数学与逻辑原理。

无量纲语言定义的圆对数无穷构造集的原理：任意“对象-元素”（指数值分析和逻辑分析以及可以素数化的为主题的元素），存在“偶数性”外部与内部的不对称性，即“对象-元素”的组合或分解，存在正中反三种共轭互逆不对称性，不能直接进行“平衡与交换”，表现为数值分析的平衡不能交换；逻辑分析的态射不能平衡，反映了现行数学体系不完整性。也是 1931 年哥德尔不完备性定理以来，没有发现新的无穷构造集，没有实质性进步的原因。

如果采用第三方的无量纲语言定义的圆对数无穷构造集，把任意不对称性二/三个/多个（系列）的素数“对象-元素”的各种组合，转换为共享的数值特征模（平均值）和无量纲位值圆对数，以及共享幂函数性质

属性和圆对数的中心零线、零点（临界线、临界点），通过圆对数把不对称性转换为共轭互逆对称性的“偶数性”，“对象-元素”在圆对数控制及带动下进行平衡与交换，进行组合与分解或者统一说“平衡与交换”问题。

根据皮亚诺公理，引入无量纲圆对数及圆对数中心零点控制了自然数与实数的“对象与元素”，转换为无量纲圆对数带动“对象与元素”，在圆对数中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的“偶数性”条件下，带动了“对象与元素”进行的平衡与交换，组成(1+1)、(1+2)的自然数“偶数和奇数”。

那么，无量纲圆对数本身能不能自证“真伪”？

事实：无量纲圆对数是在“实数集与自然数集之间”新发现的一种以无量纲语言的圆对数“无穷构造集”，其紧致性、对称性、同构性，包含了“无穷公理”。

其中：有“无穷公理”的：

（1）、圆对数中心零线（临界线）满足特征模对象外部的离散型跳跃过渡的“偶数性”完备性。

（2）、圆对数中心零点（临界点）满足特征模内部元素的连续型跳跃过渡的“偶数性”相容性。

在计算机中其封闭性可以发现或自动排除外来元素、信号的干扰），尽可能地实现高精确度、高算力。特别的，无量纲圆对数是“无关数学模型，没有具体（质量）元素干扰”。在运算、证明、验证中以

不受到具体的“对象元素”的干扰，无量纲自身不能干扰无量纲自身，确保“逻辑化算术零误差计算”。具有公正性、合理性、权威性。

[引理]：皮亚诺公理“1+1=2？”与无量纲圆对数衔接

这里，皮亚诺公理“1+1”采用自然数体系外的第三种无量纲语言定义圆对数无穷构造集证明。

定义自然数：所有以“1”为单元体的无穷构造都是自然数集。自然数通过“数学模型”组成平衡，或者用自身体系无法证明其“真伪”，不能自己进行交换，对应数论分析。如果通过第三种构造集证明成立，那么后面的解析、组合、运算、模型等都可以在第三方构造集控制下成立。

✹定义 3.1“对象与元素”，以可数字化的“1”为单元体的无穷系列“对象”（内容包括：自然数、有理数、无理数、实数、复数、超越数，以及可以素数化的单元体为“对象”，以中心点表示。单元体内部的组成为“元素”。

“对象与元素”系列通过数值分析的“加、减、乘、除、乘方、开方、等号=、$\sum$、$\prod$、$\int$、∂”方法及形式的组合；逻辑分析的“并集 A∪B、交集 A∩B、属于、态射”的组合，采用“对象-元素”自身体系无法证明其“真伪”的，不能进行直接平衡与交换。如果通过第三种构造集证明成立，那么后面的解析、组合、运算、模型等，都在第三方构造集控制下成立。对应数值分析和逻辑分析以及其它各种算法的分析。

✹定义 3.2“特征模”：为包含各种正中反向的具有连接、对比、对称、关系的对象与元素的组成，进行正中反平均值数值，称特征模。特征模有二种平衡形式：阐述：

（1）、“外部的中心零线（临界线）”表示对象特征模中心点与周围元素同步变化。

（2）、“内部的中心零点（临界点）”表示对象特征模中心点与周围元素的位置和关系。

✹定义 3.3 无量纲圆对数：二个“对象集（含实数集-自然数集）”之间的比较，产生无量纲语言定义的圆对数$(1-\eta^2)^K$无穷构造集，表示“对象”外部与内部所在地的位置和关系。圆对数本身是没有“逻辑、数值、元素、数字”的定义，不受到具体元素的干扰，确保第三方身份运算的可靠性与稳定性和公正性。

✹定义 3.4 无量纲圆对数的平衡与交换：圆对数因子具有“偶数性”（即：共轭互逆平衡对称性）条件下，以自身的平衡与交换形式带动“对象”的“平衡与交换”。然后“对象”转换为原命题和逆命题进行实现平衡与交换。

✹定义 3.5 平衡对称的“偶数性”：圆对数对应的特征模，以圆对数中心零点为中心的左右二侧，具有相同的圆对数因子的称“偶数性”，即：无量纲圆对数及圆对数因子的，具有共轭互逆对称性的随机与不随机地进行平衡与交换。

其中：偶数性不一定都是对称性（如三元数中分解为一个元素与二个元素），通过圆对数转换为对称性，满足中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的对称性，实现平衡与交换。

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)},\ \prod(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)},$$

其中：中心零线（临界线）$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=1$，对应对象（特征模）外部的左右（或正反向幂函数）对称性；

中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}=0$，对应对象（特征模）内部左右（或正反向幂函数）对称性；

特别的，任意“对象”之间，没有直接组成“偶数性”的，而自身系统又不能判断“偶数性”的“真伪”，由此不能直接交换。

在数值分析的自然数语义为基础的平衡计算，逻辑分析或计算机算法中以假设“离散型对称性”进行的“平衡与交换”，如：逻辑分析的态射不能平衡，数值分析的平衡不能“交换”。都是没有经过第三方构造集的验证“真伪”的，之所以能够进行计算，那是“运气与巧合”但是碰到了“连续型的拓扑不能平衡”，体现了当前数学基础的不完整性，没有可靠的数学基础。

平衡与交换的结果：

前面已经证明：$\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\prod(1-\eta^2)^{K}$ 对应“对象”和特征模，通过无量纲语言定义的圆对数转换为{0,1}范围的边界与中心{-1,0,+1}或{0,1/2,1}。

其中：坐标移动不影响圆对数位值对应的数值或逻辑对象。

加组合：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\},$$

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\},$$

其中：加组合以圆对数因子带动“对象”自身的平衡与交换（加减乘除，并集、属于）

圆对数乘组合：

$$\prod(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)\{0,2\}},$$

$$\prod(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\prod(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)\{1\}},$$

圆对数中心零线（临界线）对应特征模（外部）：$(1-\eta^2)^{K}=\{0,2\}\{D_0\}$：

对应特征模中心线的正反向对象的平衡与交换：$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1)\{D_0\}$：

圆对数中心零点（临界点）对应特征模（内部）的

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(1/2)，\text{适应}\{0,1\}。$$

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(0)，\text{适应}\{0,`1\}。$$

对应特征模中心点周围的正反向元素的平衡与交换。

其中：乘组合以圆对数因子带动“元素-对象”幂函数自身的平衡与交换（乘方、开方，交集、属于）。

对象与元素的平衡与交换：

原命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，通过共享的圆对数性质属性正中反向之间的平衡与交换，

实现了真命题与逆命题的平衡与交换。

“不变的对象与元素”转换为圆对数，在圆对数的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的“偶数性”（即共轭平衡互逆对称性）控制带动下“对象与元素”的平衡交换组合（分解）。

$$\{X\}(\text{真命题})=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet D_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\bullet D_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(0,2)\bullet D_0]^{(K=-1)(Z\pm S)}=\{D\}(\text{逆命题})；$$

其中：特征模满足“偶数性”≠“偶数”，“偶数性”内部包含了对称与不对称性二种状态。

当：“对象”转换为自然数 N，实数 R，其它的有理数、无理数，逻辑对象，以及可以数字化的任意对象、符号、信息、密码……，“对象”在无量纲圆对数控制下的平衡与交换，组合与解析。

若是加组合为自然数 **N** 则为“1”的无穷组合

（KN=0,1,2,3，…无穷整数）；

若是乘组合则必须为“1”的无穷幂函数组合的

（$\mathbf{N}=N^{K(0)},\mathbf{N}^{K(1)},\mathbf{N}^{K(2)},\mathbf{N}^{K(3\cdot}$ …无穷整数）；

其中：性质属性 K；

$$K=\mathbf{K}\bullet\mathbf{Kw}=(\mathbf{K}=+1,\pm1,\pm0,-1)\bullet(\mathbf{Kw}=+1,\pm1,\pm0,-1)=(+1,\pm1,\pm0,-1);$$

当：不变特征模$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)}$对应的“中心零线/中心零点”带动自然数为“奇数”。

$$(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=\pm1)}=[(0,1)\bullet\mathbf{D}_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)},$$

其中：“中心零线=(0,1)对应特征模线带左右区域的对称性·中心零点=(1/2)对应在特征模线上任意处的中心点对称性”

当：不变特征模$\{\mathbf{D}_0\}(K=+1)$对应的“中心零线/中心零点”带动自然数为“偶数”，

$$(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=\pm1)}=[(0,2)\bullet\mathbf{D}_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)},$$

其中：“中心零线=(0,2)对应特征模线带左右区域的对称性·中心零点=(1/2)对应在特征模线上任意中心点对称性（即中心零点在{0，±1}之间）”

这里，圆对数带动了对象与元素的 **1+1=2** 本身不是自然数直接相加或相乘,自然数是在圆对数带动下的平衡与交换，满足自然数的。

特别的，无量纲圆对数属于第三种构造集，兼顾完备性与相容性为一体的可判定“对象”组合（加减乘除或逻辑组合（并集 A∪B、交集 A∩B、属于、态射）的“真伪”，具有可靠性。也就是说，自然数、逻辑对象等，是依靠无量纲语言定义的圆对数，在“偶数性”的平衡与交换条件下进行的。“对象”通过无量纲圆对数的平衡与交换带动了对象的平衡与交换，同样“对象”也通过无量纲圆对数中心零点回归（解析）原来的数值或逻辑对象。一旦撤销无量纲圆对数，“对象（包括数值、逻辑对象）”恢复原来的不对称性，同样不能平衡与交换。

由此，数学证明“皮亚诺公理的“1+1=2”的成立，是建立于无量纲圆对数（正中反性质属性转换）组合的“平衡与交换”基础上。没有受到自然数自身元素的干扰。

3.1.5、无量纲圆对数特有的偶数性机制能自动地自证“真伪”

因为无量纲圆对数是第三方无穷构造集，可以证明系统外的“真伪”，具有公正性、合理性、权威性。但是圆对数系统本身是封闭型的“无关数学模型，没有具体（质量）元素的”逻辑化算术零误差的有序列分析，仅仅表示位值与位置的无量纲圆对数因子，没有具体元素干扰的内容，而且无量纲体系组合的特征模外部具有完备性，内部具有相容性，具有“无穷公理”的集合，无量纲不能干扰无量纲。

✵定义 3.1.1 二个“元素-对象”系列乘组合$\{X\}=\{x_1x_2\}$，特征模为对象系列平均值$D_0^{(n)}=[\{x_1x_2\}/2]^{(n)}$，

这里的元素-“对象”不一定都是数值，可以是其它可数字化的东西，元素-对象不能直接进行组合，即不能直接采用通常采用的加减乘除乘方开方形式的组合。解析度 2 条件下，分解为二个数值不同，对称性分布的二个子集，转换为无量纲圆对数，适应$\{2\}^{K(2n)}$计算范围。不对称性解析。

$$(1-\eta^2)^K=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(0)}=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(1)}=\ldots=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(2n)}=[0\text{ 到 }1],$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{[1]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[2]}{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[1,2]}{}^2)^{(K=0)};$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡交换组合(分解)：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K\cdot D_0^{(2)}=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[2]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)}$$
$$=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[2]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)};$$

✹定义 3.1.2 三个“元素-对象”系列乘组合$\{X\}=\{x_1x_2x_3\}$，特征模为对象系列平均值 $D_0^{(n)}=[\{x_1x_2x_3\}/3]^{(n)}$，这里的

“元素-对象”不一定都是数值，可以是其它可数字化的东西，对象不能直接进行组合，即不能直接采用通常采用的加减乘除乘方开方形式的组合。解析度 2 条件下，分解为三个数值不同，不对称性分布的三个子集，转换为无量纲圆对数，适应$\{3\}^{K(2n)}$计算范围。称不对称性解析。

$$(1-\eta^2)^K=[\{x_1x_2x_3\}/D_0]^{K(0)}=[\{x_1x_2x_3\}/D_0]^{K(1)}=\ldots=[\{x_1x_2x_3\}/D_0]^{K(2n)}=[0\text{ 到 }1],$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[2,3]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[2,3]}^2)^{(K=`0)};$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡交换组合(分解)：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K\cdot D_0^{(3)}=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[2,3]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(2)}$$
$$=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[2]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[3]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)};$$

✹定义 3.1.3 (S)个“元素-对象”系列乘组合$\{X\}=\{x_1x_2\cdots x_S\}$，特征模为对象系列平均值 $D_0^{(n)}=[\{x_1x_2\cdots x_S\}/S]^{(n)}$，

这里的“元素-对象”不一定都是数值，可以是其它可数字化的东西，对象不能直接进行组合，即不能直接采用通常采用的加减乘除乘方开方形式的组合。解析度 2 条件下，分解为三个数值不同，不对称性分布的三个子集，转换为无量纲圆对数，适应$\{S\}^{K(2n)}$计算范围。称对称与不对称性解析。

$$(1-\eta^2)^K=[\{x_1x_2\cdots x_S\}/D_0]^{K(0)}=[\{x_1x_2\cdots x_S\}/D_0]^{K(1)}=\ldots=[\{x_1x_2\cdots x_S\}/D_0]^{K(2n)}=[0\text{ 到 }1],$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡：

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta_{[1,3,5,\cdots\text{奇数}]}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{[2,4,6,\cdots\text{偶数}]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[S]}^2)^{(K=`0)};$$

无量纲偶数性‘无穷公理’平衡交换组合(分解)：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K\cdot D_0^{(3)}=(1-\eta_{[1,3,5,\cdots\text{奇数}]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(S)}+(1-\eta_{[2,4,6,\cdots\text{偶数}]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(S)}$$
$$=(1-\eta_{[1]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[2]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[3]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[42]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(1)}\cdots;$$

其中：表示所有的对象组合都在无量纲圆对数控制在封闭的[0,1]区间进行分析，幂函数（0,1,2,3，…n 无穷）表示 K 表示性质属性，控制对象收敛性

当：$\sqrt[(S)]{\{x_1x_2\cdots x_S\}}\geq D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=-1)}(K=-1)$,表示对象扩展，

当：$\sqrt[(S)]{\{x_1x_2\cdots x_S\}}\leq D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=+1)}(K=+1)$,表示对象收敛，

当：$\sqrt[(S)]{\{x_1x_2\cdots x_S\}}=D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}(K=\pm1)$,表示对象平衡、加（乘）的平衡组合(分解)，

当：$\sqrt[(S)]{\{x_1x_2\cdots x_S\}}=D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}(K=\pm0)$,表示对象交换、转换、旋转、减（除）组合(分解)，

其中：所有的圆对数对应特征模，性质属性扩展对象(K=+1，±1，±0，-1)三个（正中反、平衡交换）性质属性圆对数因子的收敛，中心零点稳定性。

✹定义 3.1.4 无穷公理：无量纲构造特有的“偶数性”的‘无穷公理’具有对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合机制，存在于无穷构造集的各个无限子项里，具有随机与不随机的互逆自证“真伪”，称“无穷公理”。

证：

无穷集展开为无限程序不重复的组合子项，可以转换为无量纲圆对数无穷构造集，选择其中任意有限“元素-对象”K(Z±S),转换为无量纲圆对数构造集，引入性质属性，具有正中反向，以及圆对数中心零点

“偶数性”随机平衡交换组合（分解）。基于不变特征模，不变同构圆对数，解析延拓在无量纲圆对数中进行。

无量纲圆对数具有的三个性质属性，在相同圆对数因子条件下可以进行平衡交换组合。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum_{(Z\pm S)}(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\sum_{(Z\pm S)}(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+\sum_{(Z\pm S)}(1-\eta^2)^{(K=-1)})=\{0,2\};$$

无量纲圆对数中心零线（属于特征模外部之间）的平衡对称性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{1\};$$

成为对应特征模的圆对数中心零线（临界线）

无量纲圆对数中心零点（属于特征模内部之间）的平衡对称性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

成为对应特征模的圆对数中心零点（临界点）

无量纲圆对数的平衡与交换：不变原来的命题（称真命题）、不变特征模、不变同构圆对数形式，仅仅同构圆对数对应的性质属性，进行正中反向的转换，成为与原来命题一致的“逆命题”，这个平衡与交换，在数学分析类似“等号”不能交换，逻辑分析类似“函子”不能平衡。

无量纲圆对数交换规则：

不变命题，不变特征模，不变同构圆对数形式，通过幂函数性质属性正中反向的转换，带动数值的平衡交换。如黎曼函数（K=-1）的正中反向平衡交换组合的演绎：

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}(\text{正向})]\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=\pm0)}(\text{转换点})]\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}(\text{反向}]=\{0\text{ 到 }1\};$$

无量纲圆对数的相加(相减)成为偶数性的零平衡与偶平衡，带动了对象（数值与逻辑）的交换：

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\pm(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(Z\pm S)}=(1\pm\eta^2)^K\{0，2\}\{D_0\}^{(K=\pm1)(K=-1)(Z\pm S)};$$

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(Z\pm S)}]=(1\pm\eta^2)^K\{0\}\{D_0\}^{(K=-1)(K=-1)(n)}，\text{称零平衡};$$

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(Z\pm S))}]=(1\pm\eta^2)^K\{2\}\{D_0\}^{(K=-1)(K=+1)(n)}，\text{称加平衡};$$

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(Z\pm S)}]=(1\pm\eta^2)^K\{0\leftrightarrow2\}\{D_0\}^{(K=\pm0)(K=-1)(n)}，\text{称平衡交换};$$

其中：性质属性控制的对象为 K=(K·KW)=(+1，±1，±0，-1)分别有外部、内部（正中反、平衡）性质属性圆对数因子的收敛、扩展和中心零点稳定性。因无量纲构造特有的‘无穷公理’具有随机互逆自证真伪功能，具有

特别的，有量纲系统对于“不对称性”素数（包含了加减乘除、并集、交集、属于、态射…等），以“公理”形式的组合，严格地说“不具备平衡交换机制”，不能适应交换，只有通过无量纲特有的“偶数性”机制和圆对数中心零点对称的“对称性”带动了全体素数的平衡与交换。没有具体元素干扰，无量纲圆对数自身自动以完整性的“偶数性”的对称与不对称的平衡交换自动证证“真伪”，具有第三方身份的权威性、公正性、零误差性优势，真正地成为公理化体系。

3.1.6、素数与无量纲圆对数关系

如：任意素数尾数{1,3,(5=0),7,9}选择“1-1 组合”，则为素数零点交换问题。“2-2 组合”，则有孪生素数零点交换问题。具体可见后面无量纲圆对数描述的“素数分布定理”，其内容是“素数不均匀分布，通过‘无穷公理’机制，带动素数移动，成为均匀的素数安排”，以不变的特征模“自然数尾数{5}”为圆对数中心零线（临界线）中心零点（临界点）的平衡与交换原理。

（1）、中心零线（临界线）证明：

独立的不对称性的周围素数与群组合-圆对数中心点（特征模）具有同步变化关系。其中二个/三个/多个独立的不对称性素数“组合”为数值特征模（正中反均值函数），包含“乘组合与加组合”的位值圆对数中心零线。

有:

特征模外部 $\zeta(S)^K$ 中性质属性线 K=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数外部的“收敛、转换、平衡、扩展”。确

保中心零线的稳定性和可靠性。

黎曼函数(K=-1)中心零点对应特征模=自然数尾数{5}表现为：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K \cdot \{5\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}=\{-1,0,+1\} \cdot \{5\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)};$$

或：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K \cdot \{5\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}=\{0,1/2,1\} \cdot \{5\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)};$$

都对应不变特征模$\{D_0\}$=自然数尾数{5}为圆对数中心零点线的互逆平衡交换线。

其中，坐标位置变化不影响圆对数中心零点的数值和位置。

（2）、**中心零点（临界点）证明证明：**

独立的不对称性的周围素数与群组合-圆对数中心点（特征模）变化关系。这个圆对数点称平衡互逆对称性的“临界点”，表现为圆对数中心零线（临界线）上处处存在中心零点对称点$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$。

特征模内部 $\zeta(S)^{Kw}$ 中性质属性点 Kw=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数内部素数之间的“收敛、转换、平衡、扩展”。确保中心零点的稳定性和可靠性。

也就是说，圆对数中心零点分别有外部与内部二种形式：

圆对数中心零线（临界线）对应特征模(外部)：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\};$$

圆对数中心零点（临界点）对应特征模(内部)：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

（3）、**交换规则：**

不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，圆对数中心零点对应的性质属性正中反向的转换，进行平衡与交换组合带动了二个/三个/（n）个素数共轭互逆不对称性素数的平衡交换组合。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)} \cdot \{D_0\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=\pm0)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0 \text{ 到 } 2\} \cdot \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)};$$

（4）、基于圆对数中心零线（临界线）

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=\{0 \text{ 到 } 2\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$$

圆对数中心零点对应特征模带动了素数平衡交换组合成为自然数，

其中：圆对数中心零点

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=\{0，2\} \cdot \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}\text{对应偶数，}$$

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=\{0，1\} \cdot \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}\text{对应奇数。}$$

也就是说，自然数的组合没有通过自然数本身的组合（加减乘除），

同理，皮亚诺公理“1+1=2”，是无量纲圆对数同因子条件下的平衡交换组合，带动了素数的交换，不是通过自然数的“一个接一个序列”直接组合。由此，数学证明皮亚诺公理化“不完整性”。

3.1.7、素数分布的移动与无量纲‘无穷公理’：

素数分布的不均匀性，在 10 位数内，有对称性分布和不对称性（包含孪生素数分布）。

定义纵向$(1-\eta_{[C]}^2)=1$ 对应特征模{5}（中心零线、临界线）；纵向$(1-\eta_{[C]}^2)=0$ 对应特征模{5}（中心零点、临界点）；

定义横向特征模$(1-\eta_{[C]}^2) \cdot \{5\}$（特征模点），即横向中心点二侧的四个素数尾数（含孪生素数）。

如：根据素数尾数定义的{1，3，(5=0)，7，9}，以自然数尾数{5}为不变的中心零线、中心零点。

圆对数纵向分布，每个以 10 为基本单元体的纵向层次存在圆对数中心零线和中心零点：对应素数尾数特征模{5}

$$D_0=\{5\}：(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=1；(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=0;$$

其中：（中心零点、临界点）在（中心零线、临界线）上，都是对应特征模{5}

素数与圆对数关系：

$$(1-\eta_4) \cdot 5=(5-4)=1;\ (1-\eta_2) \cdot 5=(5-2)=3;\ (1+\eta_2) \cdot 5=(5+2)=7;\ (1+\eta_4) \cdot 5=(5+4)=9;$$

或：$(1-\eta_4^2)\cdot 5=(5-4)=1$; $(1-\eta_2^2)\cdot 5=(5-2)=3$；$(1+\eta_2^2)\cdot 5=(5+2)=7$; $(1+\eta_4^2)\cdot 5=(5+4)=9$；

其中：圆对数因子个数等于素数个数。这里$(1-\eta_4)$与$(1-\eta_4^2)$等价，分别表示在轴线-平面或空间的位置。

圆对数中心零点：$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm 0)}=0$ 对应特征模{5}；

素数尾数{1，3，(5=0)，7，9}，有对称与不对称性分布二种形式：

（**1**）、对称性方式：以{5=0}为中心点的数值或对象分布空间位置对称

{1，3，(5=0)，7，9}，{0，0，(5=0)，0，0}，

{0，3，(5=0)，7，0}，{1，0，(5=0)，0，9}，

转换为对称圆对数中心零点描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_0)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

转换为对称圆对数中心零线描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=1$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

（**2**）、不对称性方式：数值或对象分布空间位置不对称。

{1，0，(5=0)，7，9}，{0，3，(5=0)，7，9}，

{1，3，(5=0)，7，0}，{1，3，(5=0)，0，9}，

{1，0，(5=0)，7，0}，{0，3，(5=0)，0，9}，

转换为不对称圆对数中心零点描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，[$(1-\eta_{[C]})=0$ 对应{5}]，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

转换为对称圆对数中心零线描述：

{$(1-\eta_4)=1$，$(1-\eta_0)$，[$(1-\eta_{[C]})=1$ 对应{5}]，$(1+\eta_2)=7$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)=3$，[$(1-\eta_{[C]})=1$ 对应{5}]，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)=9$}，

（**3**）、不对称性通过‘无穷公理’机制的随机与不随机的交换（移动）填满空格或调整素数，把素数分布空间位置不对称转换为对称性分布。

$(1-\eta_2)=3\leftrightarrow(1-\eta_0)$；$(1+\eta_2)=7\leftrightarrow(1-\eta_0)$；$(1-\eta_2)=3\leftrightarrow(1+\eta_4)=9$；……；

这里，通过素数尾数筛选获得真正的素数，以及通过‘无穷公理’机制移动调整后留下来，填满“空格”或“不适当”的素数（指素数重复现象）位置，称假素数，组成（充满空格）素数的均匀分布，确保中心零点对应的特征模位置稳定性。这个（移动）内涵类同于范畴论逻辑分析的“映射、态射”，不同点在于无量纲移动建立在“平衡的基础上，可以互逆性交换（移动），即“随机自证真伪”。表现了‘无穷公理’的完整性和充分性和合理性。

圆对数表示所在地（素数、可素数化的逻辑对象），不代表具体数值，中心零点{5}位置不变。这样，素数圆对数与完整性素数（指全体真正假素数）个数比较，成为素数圆对数密度：$(1-\eta_{[x]})+(1-\eta_{[y]})=(1-\eta_{[xy]})=(1-\eta_q)$，描述素数纵向横向的均匀分布，可以方便计算素数个数及具体位置所在地的素数数值。

基于$(1-\eta_q^2)^K$分别考虑素数密度的横向层次$(1-\eta_x^2)^K$与确定范围纵向素数$(1-\eta_y^2)^K$组成素数密度分布,称素数圆对数定理。若需要知道“素数具体位置和数值”，需要通过圆对数对应的乘组合方程式，获得其位置及个数。

✹定义 3.4“偶数性”：“圆对数中心零点对应特征模”是指二/三个/多个不同的素数组合成为共享特征模，对称性分布的以{5}为圆对数不变的中心零点、中心零线，不对称性分布的素数圆对数通过圆对数密度调整成为对称性。具有对称性具有共轭互逆对称性的，产生随机与不随机的平衡与交换

目前，逻辑分析“离散型-对称性”是人为的假设，没有数学的严密性的证明其无量纲语言描述对称性的“偶数性”。不具有相同的圆对数因子的“偶数性”是不能平衡与交换的。也就是说本系统由于受到具体元素的干扰不能自证“真伪”。只有通过第三方无量纲的无穷构造集可以证明其“真伪”。那么圆对数本身是否可以自证“真伪”，因为圆对数本身是“无量纲”，包含了“完备性与相容性一体化”全部（无穷）定理，而无量纲自身在封闭性的不变的中心零线、中心零点和性质属性控制下的有序性，“无量纲自身”无法干扰“无量纲自身”。也就是说

特别强调：平衡交换是一个数学分析的整体，缺一不可。数值分析的对象平衡不能交换（态射），逻辑分析的对象可以交换（态射）不能平衡，只有在无量纲语言描述的圆对数，在相同因子条件下，无量纲‘无穷公理’机制，圆对数带动了元素-对象，进行随机与不随机的平衡与交换。一旦撤销圆对数，恢复原来数值、对象的不对称性，不能进行平衡与交换。

通俗地说，“不对称性素数被圆对数带动平衡交换，组成均匀的素数分布，转换为无量纲语言的组合，对应共轭平衡互逆对称性的圆对数中心零线（极限线）和平衡对称的零点（极限点），成为对称可交换的“偶数性”特征。

现在，哥德巴赫猜想证明的焦点问题是：圆对数如何对应素数的平衡交换？

3.2、强哥德巴赫猜想的无量纲圆对数证明

哥德巴赫猜想：如果多个足够大的二/三个【Q=2，3】素数素数连乘(或连加)的组合：

$$\{X_A^{KS}，X_B^{KS}\}^{(K=+1)}或\{X_A^{KS}，X_B^{KS}，X_C^{KS}\}^{(K=+1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots素数个数))};$$

不重复组合与集合，组成：正幂(K=+1)素数函数及分解或组合的(K=+1)(外部)，(Kw=±1)（内部）。

哥德巴赫猜想采用正幂素数函数。

证

设：不同素数的“和”分别有“乘组合与加组合”，存在规则：

哥德巴赫猜想对应于黎曼函数为正幂函数$\{X_{[AB]}^S\}^{K(S)}$，称正幂素数组合函数，性质属性：(K=+1)。

强哥德巴赫猜想的素数乘组合：$\{X\}=[\{X_A\}\cdot\{X_B\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,\ldots素数整数)};$

强哥德巴赫猜想的素数加组合：$\{X\}=[\{X_A\}+\{X_B\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,\ldots素数整数)};$

弱哥德巴赫猜想的素数乘组合：$\{X\}=[\{X_A\}\cdot\{X_B\}\cdot\{Xc\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots素数整数)};$

弱哥德巴赫猜想的素数加组合：$\{X\}=[\{X_A\}+\{X_B\}+\{Xc\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots素数整数)};$

其中：(q=0,1,2,3…素数)组合形式，表示足够大素数系列组成的元素。最少的素数个数[Q=2]称“1+1=2”（偶数）与[Q=3]“1+2=3”（奇数）。

已知乘组合（二/三个素数尾数连乘）数值与特征模{5}，就可以进行解析。也就是说：“足够大的二个素数[Q=2]组合”和“足够大的三个素数[Q=3]组合”，通过无量纲构造可以平衡、交换（移动）、组合（分解）。

在素数的中心点解析度 2 下，分解为二个不对称性的子素数群，反之为组合，合并写成[Q=2,3]，

[规则 1]：任意[Q=2,3]“足够大素数加组合”∈“算术平均值”。

二元数特征模（加组合）单元体：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/2)(X_A^S+X_B^S)^{(K=+1)};$

三元数特征模（加组合）概率单元体：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/3)(X_A^S+X_B^S+X_C^S)^{(K=+1)};$

三元数特征模（加组合）拓扑单元体：$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}=(1/3)(X_A{}^SX_B{}^S+X_B{}^SX_C{}^S+X_C{}^SX_A{}^S)^{(K=+1)}$；

[规则 2]：任意[Q=2,3]“足够大乘组合素数”∈“几何平均值”。

二元数特征模（乘组合）单元体：$\{^{(2)}\sqrt{D}\}^{(1)}=^{(S)}\sqrt{(X_A\cdot X_B)^{(K=+1)(S)}}$；

三元数特征模（乘组合）单元体：$\{^{(3)}\sqrt{D}\}^{(1)}=^{(S)}\sqrt{(X_A\cdot X_B\cdot X_B)^{(K=+1)(S)}}$；

[规则 3]：任意[Q=2,3]足够大素数的“（乘组合/加组合或交集/并集）”∈“（几何平均值/算术平均值）等于“0 到 1”。

[规则 4]：无量纲圆对数判别式：$\Delta=(\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K=\{^{K(S)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2,3]\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数}))}\leq 1$；

[规则 5]：圆对数改变性质属性：$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1+\eta^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}$；（三维复分析）

特别的，哥德巴赫猜想分别建立一元二次/三次方程：其边界函数{**D**}可以是“乘组合(交集)或加组合(并集)”组合形式转换为圆对数，通过圆对数中心零点{0,1}对称性的平衡交换组合，带动素数的组合。

因此，无量纲圆对数处理的“乘组合或加组合或交集/并集”，对于其组合的形式（即数学模型）没有太大的区别。如果说有区别，“乘组合(交集)”以圆对数对应的“幂函数因子”的“算术计算”表现；“加组合(并集)”以圆对数对应的“圆对数因子”的“算术计算”表现。但是，“圆对数因子”与“圆对数幂函数因子”具有同步性变化。

3.2.1、强哥德巴赫猜想偶数[S=2]的证明

证明目的：强哥德巴赫猜想：二个任意素数（组合）成为偶数。证明通过无量纲构造（乘组合与加组合）幂函数为二元数$\{2\}^{K(S=2)}$证明其偶数的成立。

强哥德巴赫猜想实质并不是素数本身的组合，而是以无量纲构造体系（完整性、充分性、合理性）的“‘无穷公理’的随机进行圆对数的平衡交换组合，在中心零点对称性带动下才有素数的组合”。前面已经证明任意足够大的素数都不能直接进行平衡交换组合，排除了（不完整性、不充分性、不合理性）“皮亚诺公理化和集合论公理化”的“组合”形式。

证明方法：二个素数乘组合为“一元二次方程转换为无量纲圆对数构造集”，在无量纲特有的‘无穷公理’随机平衡交换组合（分解），通过圆对数中心零点带动素数的平衡交换组合。

其中：圆对数具有同构性，适应不同的特征模（幂次）的交换（转换、映射、态射）。

已知：二个任意足够大素数的乘组合：$\{\mathbf{D}\}=(X_A\cdot X_B)^{(K=+1)(S=2)}=\{^{K(S)}\sqrt{\mathbf{D}}\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2))}$，

特征模（均值函数）：$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=+1)(S=1)}=(1/2)(X_A+X_B)^{(K=+1)}$。（注：平衡交换组合中特征模具有不变性）

根据这二个已知变量函数{**D**}和$\{\mathbf{D}_0\}$，引入无量纲圆对数 $(1-\eta^2)^K$ 就可以进行分析或证明；

幂函数：$K(Z\pm S\pm[Q=2,3]\pm(q=0,1,2))$表现为“无穷构造集（互逆不对称性数值）的二元数组共轭变值复分析”。

证：

已知：未知替代变量$\{^{K(S)}\sqrt{X}\}^{(2)}=\{(X_A{}^S)\cdot(X_B{}^S)\}^{(K=+1)}$表示整体性变化，写成：二个任意足够大素数乘组合$\{^{K(2)}\sqrt{X}\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2)}$,组成“一元二次方程”，转换为圆对数，分解为二个不对称性素数子项，

特征模（乘组合）：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=\{^{K(2)}\sqrt{X}\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2)}$；

特征模（加组合）：$\{\mathbf{D}_0{}^{(S)}\}^{(1)}=(1/2)(X_A{}^S+X_B{}^S)^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2)}$；

圆对数判别式：$\Delta=(\eta^2)^K=\{^{K(2S)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2)}\leq 1$；

任意二个足够大的素数 X_A 与 X_B 在无量纲‘无穷公理’机制的圆对数中心零点带动下，不变原来的素数（命题），不变特征模，圆对数中心零点$(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=\pm 0)}$不变，不变圆对数形式，其无关其数学模型（指数值分析和逻辑分析），实现平衡交换组合（分解）。

其中，二个足够大素数通过圆对数实现“乘组合（交集）、加组合（并集）”，用不变数值特征模 $\{^{\mathbf{K(2)}}\sqrt{\mathbf{D}}\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(q=0,1,2)}$替代，剩下了对应的圆对数中心零线与“周围独立素数”的关系，通过无量纲圆对数中

心零点对称性“偶数性”的‘无穷公理’随机进行共轭互逆对称性，在圆对数同因子条件下，圆对数的平衡交换组合，带动了二个任意足够大素数数值的交换。

一元二次方程获得： $X_A \cdot X_B=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0^{(S)}\}^{[Q=2]}$；

无量纲圆对数的平衡交换组合；

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{0,2\};$$

（1）、乘组合形式：表现为无量纲圆对数幂函数相加为偶数。

$$X_A \cdot X_B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{[S=1]}+(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{(S=1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)} \cdot \{D_0\}^{[S=(1+1)=2]};$$

（2）、加组合形式：表现为无量纲圆对数因子相加为偶数。

$$X_A+X_B=(1-\eta^2)^K\{D_0\} \cdot (1+\eta^2)^K\{D_0\}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^K+(1+\eta^2)^K\{D_0\}^K=(0，2)^K \cdot \{D_0\}^K;$$

（3）、平衡的平衡与交换：

$$X_A \leftrightarrow [(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(S=1)}] \leftrightarrow [X_{AB}=(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\{D_0^{(S=1)}\}] \leftrightarrow [(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(S=1)}\}] \leftrightarrow X_B;$$

（4）、平衡的交换才能组合：

$$X_A+X_B=[(1-\eta_A^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}]\{D_0\}^{(S=1)}\}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}-(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0\}^{(S=1)}\}=[(1+1=2) \cdot \{D_0\}^{(S=1)}]^K;$$

$$X_A \cdot X_B=[(1-\eta_A^2)^{(K=-1)} \cdot (1-\eta_B^2)^{(K=+1)}]\{D_0\}^{(S=1)}\}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}-(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0\}^{(S=1+1=2)}\}=[\{D_0\}^{(S=1+1=2)}]^K;$$

即通过无量纲圆对数实现平衡交换组合：

$X_A \leftrightarrow X_B$;为乘组合：$X_A \cdot X_B=(1-\eta^2)^{(K=-1)(S=1+1=2)}\{D_0^{(S=2)}\}$；（偶幂次）

$X_A \leftrightarrow X_B$;为加组合：$X_A+X_B=(1+1=2) \cdot \eta^2)^{(K=-1)(S=1)}\{2 \cdot D_0^{(S=1)}\}$；（加偶数）

$X_A \leftrightarrow X_B$;为乘组合：$X_A/X_B=(1-\eta^2)^{(K=-1)(S=1-1=0)}\{D_0^{(S=0)}\}$；（零偶幂）

$X_A \leftrightarrow X_B$;为加组合：$X_A-X_B=(（1-1=0）\cdot \eta^2)^{(K=-1)(S=1)}\{0 \cdot D_0^{(S=1)}\}$；（零偶数）

其中：加组合为圆对数因子算术加方法（1+1=2）对应圆对数因子偶数，带动素数组合称“**偶数**”，

乘组合为圆对数幂函数因子算术加（1+1=2）对应圆对数幂函数因子偶数，带动素数幂函数组合称“**偶幂数**”。

特别的，已经证明素数之间不能直接组合，通过无量纲圆对数平衡交换组合中，不改变原来的二个素数，不改变特征模$\{\mathbf{D}_0\}$、不改变无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$，仅仅通过性质属性改变实现平衡交换组合，组成无量纲圆对数组合的$(0，2)^K$(包括圆对数的幂函数因子加组合和圆对数因子的加组合)分别带动了二个素数组合：

$\{(0)^K \cdot D_0\}^K$ 对应特征模表示：零偶数或零偶幂次、减平衡；

$\{(2)^K \cdot D_0\}^K$ 对应特征模表示：加偶数或加偶幂次、加平衡；

加组合为圆对数因子的平衡交换组合，带动素数本身的平衡组合，以圆对数组合{2}带动素数$\{2 \cdot D_0\}^{(S=1)}$（特征模不改变，意味着二个素数没有改变，保持数学的本性和演绎正确性），表现在二个任意足够大素数连加，在无量纲‘无穷公理’随机平衡交换组合为圆对数因子为偶数下，带动素数为偶数。也就是说素数直接相加仅仅是“挂名”，不是素数的直接相加为“偶数”。

这个证明没有应用“皮亚诺公理化和集合论公理化”，而是第三方无穷构造集特有的‘无穷公理’机制的圆对数中心零点随机与不随机的平衡组合与交换、组合，客观上为带动素数幂函数及素数的平衡组合。这个原理可以拓展成为无量纲圆对数的平衡交换组合过程，带动“元素-对象”（特征模不变）组合（幂与因子的加组合）。

（a）圆对数位值中心零线（临界线）：表示不变特征模，素数幂函数组合的中心点与周围的二个素数同步变化。

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm1)}=0 \text{ 对应}\{D_0\}^{[S=1+1=2]},$$

（b）圆对数数值中心零点（临界点）：表示不变特征模，解析特征模组合的中心点与周围的二个素数的解析。

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm1)}=0 \text{ 对应}\{(1+1=2)\cdot D_0\}^{[S=1]}\text{不变特征模},$$

3.2.3、无量纲圆对数中心零线与中心零点的“偶数性”

圆对数中心零线（临界线）对应特征模（外部）中心线与二个素数同步变化关系；

$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\cdots\text{整数})};$$

对应（外部）特征模中心点与二个素数同步变化；

圆对数中心零点（临界点）对应特征模（内部）中心点与二个素数之间关系；

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\},$$

这里，$\{D_0\}^{[Q=2]}$特征模是处理素数组合内部的中心点与独立的素数关系，圆对数中心零点对应特征模中心点。

定义数值圆对数中心点$(\eta_\Delta^2)^K$与圆对数中心零点$(\eta_C^2)^K$对称性，

$$(\eta_C^2)^K=\sum(+\eta_\Delta^2)^K+\sum(-\eta_\Delta^2)^K=0,$$

获得二个素数对应相同的圆对数因子，

$$(X_A)=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{K(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]};$$

$$(X_B)=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{K(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]};$$

3.2.4、强哥德巴赫猜想证明结论

严格地说，二个足够大素数之和，是不能直接成为偶数，采用第三方无量纲体系特有的‘无穷公理’机制，不变特征模（素数组合平均值）与圆对数中心零点的共轭平衡互逆对称性，由无量纲圆对数“偶数性”客观上带动二个素数的平衡交换组合，二个素数“加组合”成为“偶数”，“乘组合”成为“偶幂次$\{2\}^{2n}$”的分析与运算。一旦撤销圆对数，恢复原来二个素数不对称性特征。

也就是说，强哥德巴赫猜想（1+1=2），是在二个素数及特征模本身不变，通过第三方‘无穷公理’机制的平衡交换组合，带动了素数平衡交换组合的客观因素。

3.3、弱哥德巴赫猜想的奇数(S=3)证明

证明目的：弱哥德巴赫猜想：二个任意素数（组合）成为偶数。证明通过无量纲构造（乘组合与加组合）幂函数为二元数$\{2\}^{K(S=2)}$证明其偶数的成立。

强哥德巴赫猜想实质并不是素数本身的组合，而是以无量纲构造体系（完整性、充分性、合理性）的“‘无穷公理’的随机进行圆对数的平衡交换组合，在中心零点对称性带动下才有素数的组合”。前面已经证明任意足够大的素数都不能直接进行平衡交换组合，排除了（不完整性、不充分性、不合理性）“皮亚诺公理化和集合论公理化”的“组合”形式。

证明方法：二个素数乘组合为“一元二次方程转换为无量纲圆对数构造集”，在无量纲特有的‘无穷公理’随机平衡交换组合（分解），通过圆对数中心零点带动素数的平衡交换组合。

其中：圆对数具有同构性，适应不同的特征模（幂次）的交换（转换、映射、态射）。证明目的：弱哥德巴赫猜想三个素数（加组合）成为奇数；（乘组合）幂函数为奇数的三元数$\{2\}^{K(Q=3)(S)}$的无量纲圆对数证明成立。

3.3.1、三个素数采用无量纲圆对数证明

证：

已知：三个足够大素数“乘组合”： $X=\{X_{[ABC]}\}^{(K=+1)}=\{(X_A)\cdot(X_B)\cdot(X_C)\}^{(K=+1)}$；

素数乘组合单元体（乘特征模）：$\{\sqrt[K(S)]{\mathbf{D}}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\cdots\text{整数}))}$。

已知：三个足够大素数“加组合”：$X=\{X_{[ABC]}\}^{(K=+1)}=\{(X_A)+(X_B)+(X_C)\}^{(K=+1)}$；

素数加组合单元体（加特征模）：

$$\{D\}^{K(Z\pm S\pm[Q=1]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_A)+(X_B)+(X_C)\}$$

$$\{D\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_AX_B)+(X_BX_C)+(X_C{}^SX_A{}^S)\}$$

要求证明：素数系列中任意$\{X_A{}^{(S)}+X_B{}^{(S)}+X_C{}^{(S)}\}$为奇数，$\{\mathbf{X}\}$替代$\{\mathbf{X}^{(S)}\}$

三个素数[Q=3]系列引入的函数变量，证明方法与二个素数组合方法同。

判别式$\Delta=(\eta^2)^K=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{D/D_0}}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=0,1,23]\pm(q=0,1,2,3\cdots整数))}\leq 1$；

基于：三个足够大的素数 X_A、X_B、X_C 乘组合的一元三次方程，在无量纲‘无穷公理’机制的圆对数中心零点带动下，不变原来的素数（命题）$\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}}\}$，不变特征模$\{\mathbf{D_0}\}$，不变圆对数中心零点$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}$位置，通过圆对数的无关其数学模型（指数值分析和逻辑分析），带动三个素数实现平衡交换组合。

此时，三个足够大素数通过圆对数实现“乘组合（交集）、加组合（并集）”。也就是说：皮亚诺公理的“1+2=3”（三个素数组合）转换为无量纲圆对数证明着圆对数的“偶数性”共轭平衡互逆不对称、随机与不随机的‘无穷公理’的平衡交换组合机制，其组合（乘组合、加组合）”与数学模型无关。

$$X_A\cdot X_B\cdot X_C=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=3]};$$

乘组合圆对数组合系数变化幂函数对称性平衡：

$$(1-\eta^2)^{(K=`0)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)};$$

加组合圆对数组合系数变化因子对称性平衡：

$$(\eta^2)^{(K=`0)}=(-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}+(+\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$=(+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(+\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(+\eta_C{}^2)^{(K=+1)};$$

其中：$(-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}=(+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}$；

圆对数的平衡交换组合中，不变特征模$\{\mathbf{D_0}\}$、不变无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$，仅仅通过性质属性改变实现组合。组成“偶数性”的$(0，2)^K$(包括圆对数的幂函数组合和圆对数因子的“偶数性”组合分别有：

$\{(0)^K\}$对应特征模$\{D_0\}^{[Q=3]}$表示“零偶数、减平衡”；

$\{(2)^K\}$对应特征模$\{D_0\}^{[Q=3]}$表示“加偶数、加平衡”；

其中：不变三个素数原命题，不变特征模，无量纲圆对数在“偶数性”的‘无穷公理’机制的随机平衡交换组合的无量纲圆对数带动素数的三个幂函数为奇幂。

圆对数的平衡的交换与组合：

$$\{X_A{}^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{[S=1]}]\leftrightarrow[X_A=(1-\eta_A{}^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=1]}\}]$$

$$\leftrightarrow[X_{[]}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=3]}\}]\leftrightarrow[X_{BC}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=2]}\}]$$

$$\leftrightarrow[X_{BC}{}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}D_0\}^{[S=-2]}\}]\leftrightarrow X_{BC}{}^{(K=-1)}\}$$

乘组合：三个幂函数因子相加为奇幂次数：

$$\{X_A\cdot X_B\cdot X_C\}=\{X_A{}^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{[S=1]}]$$

$$\leftrightarrow[X_A=(1-\eta_A{}^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=1]}\}]\leftrightarrow[X_{[ABC]}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=3]}\}]$$

$$\leftrightarrow[X_{BC}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=2]}\}]\leftrightarrow[X_{BC}{}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}D_0\}^{[S=-2]}\}]\leftrightarrow X_{BC}{}^{(K=-1)}\}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{X_{0[ABC]}\}^{[S=1+2=3]}\}$$

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\{D_0{}^{[S=+1]}\}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}\{D_0{}^{[S=+2]}\}$$

$$=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)[S=1]}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)[S=1]}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)[S=1]}$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^K\{D_0\}^{[S=(1+2)=3]};$$

其中：由于‘无穷公理’的平衡交换组合，这里全部为幂函数因子的同性质属性的组合。

加组合：三个圆对数因子相加为奇数：

$$\{X_A+X_B+X_C\}=\{X_A{}^{(K=+1)}\leftrightarrow[(+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{[S=1]}]\leftrightarrow[X_A=(+\eta_A{}^2)^{(K=\pm0)}\{(S=1)\cdot D_0\}^{[S=1]}\}]$$

$$\leftrightarrow[X_{[ABC]}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{[S=3]}\}]\leftrightarrow[X_{BC}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{(S=2)\cdot D_0\}^{[S=1]}\}]$$

$$\leftrightarrow[X_{BC}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}[(S=2)\cdot D_0\}^{[S=1]}\}]\leftrightarrow X_{BC}^{(K=-1)}\}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{\{(S=2)\cdot X_0\}^{[S=1]}\}=\{(S=1+2=3)\cdot X_{0[ABC]}\}^{[S=1]}\}$$

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\{(S=1)\cdot D_0{}^{[S=+1]}\}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}\{(S=2)\cdot D_0{}^{[S=1]}\}$$

$$=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)[S=+1]}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)[S=+1]}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)[S=+1]}$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm1)}\{(S=1+2=3)\cdot D_0\}^{[S=1]};$$

其中：由于‘无穷公理’的平衡交换组合，这里全部为幂函数因子的同性质属性的组合。

平衡交换组合中：不变三个素数原命题，不变特征模，无量纲圆对数在“偶数性”的‘无穷公理’机制的随机平衡交换组合的无量纲圆对数奇幂，带动三个素数为奇幂。

特别的，圆对数因子的平衡后的组合，带动素数本身的平衡组合，即一个素数组合对应素数$(\eta_A{}^2)^K\{D_0\}^{(S=1)}$与二个素数组合对应素数$(\eta_{BC}{}^2)^K\{D_0\}^{(S=2)}$为$(\eta_{[ABC]}{}^2)^K\{D_0\}^{(S=3)}$，幂函数因子为“奇幂次”。或$(\eta_A{}^2)^K\{(S=1)\cdot D_0\}^{(S=1)}$与二个素数组合对应素数$(\eta_{BC}{}^2)^K\{(S=2)\cdot D_0\}^{(S=1)}$为$(\eta_{[ABC]}{}^2)^K\{(S=3)\cdot D_0\}^{(S=3)}$，圆对数因子为“奇数”，圆对数中心零点分别带动素数连加圆对数因子为奇数（奇幂函数）或带动素数为奇数（奇幂函数）。

通过无量纲圆对数的“乘与加”证明，由于无量纲圆对数的平衡与组合，带动素数本身不变，其对应的幂函数组合成为偶数性的奇幂，带动素数本身不变，奇幂对应的圆对数因子组合为奇数，使得三个素数成为奇数。

这个证明没有应用“皮亚诺公理”，而是采用第三方无穷构造集特有的‘无穷公理’机制的圆对数中心零点随机与不随机的平衡组合与交换，客观上带动素数幂函数及素数的平衡组合。

也就是说，三个素数本身不变，通过无量纲圆对数‘无穷公理’的随机平衡组合（或交换），客观上成为带动三个素数的组合。拓展成为“元素-对象”（特征模不变）成为无量纲圆对数的平衡交换组合过程。

这里，无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$中心零点的“偶数性”，表现为“偶数性”中心零点左右二侧的对称性，对应的圆对数幂函数或圆对数因子分布的不对称性，与“对象-元素”的分布的不对称性性同布变化。

三素数(X_A，X_B，X_C)在解析度 2 条件下，产生“偶数性”，有二种分布形式：

其一：“偶数性”对称性分布：数值中心点与一个素数如(X_B)重合；则(X_A 与 X_C)具有对称性不能直接平衡交换组合的圆对数，这就是传统的一元三次分析的“卡尔丹公式”，适应$\{2\}^{2n}$范围，应用于计算机上成为几何级数为$\{2\}^{2n}$的量子比特。

二个素数连乘，产生奇合数。即中国陈景润的“1+2”为足够大偶数问题，还不是要求的“奇数”问题。离“1+1=2”还有距离。前面的强哥德巴赫猜想有通过无量纲圆对数‘无穷公理’的随机平衡交换组合机制，证明解决。

其二：“偶数性”不对称性分布，数值中心点在一个素(X_A)与(X_A 与 X_C)之间具有三素数的不对称性，同样不能直接平衡交换组合的圆对数，这就是传统一元三次分析没有的“不对称公式”，解决了它们之间的平衡交换组合，适应$\{3\}^{2n}$范围，应用于计算机上成为几何级数为$\{3\}^{2n}$的量子比特。

但是，三个素数通过圆对数处理，使得“(X_A)与(X_B,X_C)”成为圆对数中心零点（临界线），以及“(X_a)与(X_b,X_c)”成为圆对数中心零点（临界点），具有偶数性相同的对称性圆对数因子，实现‘无穷公理’随机与不随机的平衡交换组合。

这里，

（1）、圆对数中心零线对应特征模（外部）$\{D_0\}^{K[Q=3]}$。圆对数中心零点对应特征模（内部）$\{D_0\}^{KW[Q=3]}$。

（外部）偶数性的对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^K=\{0\text{（零对称）},\pm2\text{（加对称）}\}^K;$$

对应（外部）特征模中心线中心零线（临界线）与（内部）特征模$\{D_0\}^{Kw[Q=3]}$表示三个素数与特征模中心点同步变化关系。

（3）、圆对数中心零点对应特征模（内部）中心点

（临界点）即“偶数性”的三个素数之间对称性关系：

（内部）偶数性的对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^K=\{0\text{（零对称）},\pm2\text{（加对称）}\}^K;$$

乘组合“偶数性的”对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)\{D_0\}^{K[S=3]}=(1-\eta_{[A]}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[S=1]}+(1-\eta_{[BC]}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[S=2]}$$
$$=(1-\eta_{[A]}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}+(1-\eta_{[B]}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[S=1]}+(1-\eta_{[C]}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[S=1]}$$
$$=(1-\eta_{[ABC]}^2)\{D_0\}^{(K=\pm1)[S=1+2=3]},$$

加组合“偶数性”的对称性：

$$(\eta_{[\mathbf{c}]}^2)\{D_0\}^{K[S=3]}=(+\eta_{[A]}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}+(+\eta_{[BC]}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[S=2]}$$
$$=(+\eta_{[A]}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}+(+\eta_{[B]}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}+(+\eta_{[C]}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[S=1]}$$
$$=\{(1+2=3)\bullet\{D_0\}^{(K=\pm1)[S=1]},$$

反映特征模（临界线）上的（临界点）特征模（内部）中心点与三个素数“偶数性”的对称关系，其中的二个素数连乘很可以描述为孪生素数个数，圆对数中心零点{5}不变。

圆对数数值中心点$(\eta_\Delta^2)^K$与圆对数位值中心零点$(\eta_C^2)^K$对称性，表现为“一个素数与二个素数乘积之和（1+2）”具有“偶数性”的对称性，转换为圆对数描述：

获得：

(1)、三个素数的圆对数因子平衡：

$$(+\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}=[(+\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(+\eta_{[BC]}^{C2})^{(K=+1)}]\bullet\{D_0\}^{(K=\pm1)[S=1]}$$
$$=\{(3)\bullet\eta_{[ABC]}^2\}^{(K=+1)}\{D_0\}^{(K=+1)[S=1]}$$

(2)、孪生素数的圆对数因子个数为统计二种孪生素数类型：

$$(1-\eta_{[24]}^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{(K=+1)[S=2]}$$
$$+[(1-\eta_{[2]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=`1)[S=1]}+(1-\eta_{[4]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=\pm1)[S=1]}];$$
$$(1+\eta_{[24]}^2)^{(K=`1)}\{D_0\}^{(K=+1)[S=2]}$$
$$+[(1+\eta_{[2]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=`1)[S=1]}+(1+\eta_{[4]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=`1)[S=1]}];$$

无量纲‘无穷公理’满足三个圆对数之间的平衡交换组合，带动了三个素数的平衡交换组合或奇数或奇幂函数。

获得：孪生素数个数解析

$$(X_{[24]})=(1-\eta_{[24]}^2)^{(Kw=+1)}\bullet\{D_0\}^{Kw[S=2]},$$
$$(X_{[42]})=(1+\eta_{[24]}^2)^{(Kw=+1)}\bullet\{D_0\}^{Kw[S=2]},$$

其中：素数平均值{5}不变，圆对数形式不变，‘无穷公理’机制的“偶数性”为三个圆对数中（1+2）的(孪生素数个数为(2))平衡与组合带动了三素数之和为（1+2=3）的“奇数”或“奇幂函数”。

[数字例 1]：三素数之和证明为奇数，以及一个素数与孪生素数的分析：

三素数分别以（a,b）,（c）代表

已知：D=7429；$\{D_0\}=(a+b+c)/3=19.66$，

判别式：$\Delta=(\eta_C^2)^{K(Kw=\pm1)}=\{abc/D_0\}^{(1,2,3)}=\{7429/7606\}^{(1,2,3)}=0.97$，

圆对数：$(1-\eta_C^2)^{K(Kw=\pm1)}=0$ (1-0.97)=0.03；

圆对数：$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(Kw=\pm0)}=0$ (1-0.97)=0.03；

无量纲圆对数中心零点数值因子的“偶数项”对称性平衡：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{K(Kw=\pm0)}=[(-\eta_{\Delta a}^2)+(-\eta_{\Delta b}^2)+(1+\eta_{\Delta c}^2)]=[(-2.67)+(-0.67)+(+3.34)]/\{D_0\}=0;$$

三素数在圆对数交换规则：不变三个素数乘组合命题，不变特征模，不变位值圆对数，仅仅依靠幂函数性质属性，满足一个素数与以及二个素数（乘组合）分解为二个素数（加组合）。

$$(X_{[abc]})=[(1-\eta_{[a]}^2)^{K(Kw=+1)}\bullet\{X_{0[abc]}\}^{K(Z\pm[S=1]}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(Kw=\pm0)}\bullet\{X_{0[abc]}\}^{K(Z\pm[S=3]}]$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[bc]}^2)^{K(Kw=-1)}]\bullet\{X_{0[abc]}\}^{K(Z\pm[S=2]}=(X_{[bc]})^{K(Z\pm S\pm[S=2]}$$

$$=(X_{[b]})^{K(Z\pm S\pm[S=1]}+(X_{[c]})^{K(Z\pm S\pm[S=1]};$$

平衡交换组合写成：$(X_{[a]})\leftrightarrow(X_{[bc]})\leftrightarrow[(X_{[b]})\leftrightarrow(X_{[c]})];$

三素数在圆对数带动下数值的解析与组合：

$$a=(1-\eta_{\Delta a}^2)^{K(Kw=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}=(19.66-2.67)/19.66=17$$

$$b=(1-\eta_{\Delta b}^2)^{K(Kw=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}=(19.66-0.67)/19.66=19;$$

$$c=(1-\eta_{\Delta c}^2)^{K(Kw=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}=(19.66+3.34)/19.66=23;$$

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(Kw=\pm0)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(3)}=0.97\bullet19.66^{(3)}=(17\bullet19\bullet23)=7429;$$

无量纲圆对数平衡交换组合带动了数值(17,19)与(23)的交换组合，组成的三素数“加组合”(17+19+23=59)”成为奇数成立；

通过无量纲构造集证明哥德巴哥德巴赫猜想，展示了数值不能直接组合，必须通过‘无穷公理’机制的转换，使得“无量纲圆对数构造”成为新的数论数学基础。

3.3.3、三个素数的圆对数的三维复分析：

三维复分析属于空白领域，由于“元素-对象”不能直接乘组合与加组合。这里进行三维复分析仍然依靠无量纲构造特有的‘无穷公理’偶数性平衡交换组合机制，随机与不随机带动三个素数复分析。

引入三维复分析符号：三维空间直角坐标 **jik**={0，±1}；(坐标中心点：0，坐标边界：±1)，组成三维八象限空间：

轴线投影：**j**={0，±1},**i**={0，±1},**k**={0，±1};

平面投影：**ik**={0，±1}**j**, **kj**={0，±1}**i**, Ji={0，±1}k, 称三维哈密顿-汪一平四元数转换规则。同理，这个转换规则同样要依靠无量纲构造‘无穷公理’随机与不随机的平衡交换组合机制。

字母排列按照左手法则，大拇指向上，四指捲曲，顺时针方向为“+”，反之为“-”。

（1），三素数系列分布

在已经解析了三个根元素，直接解析复分析的安排。

$$\mathbf{j}(X_A)+\mathbf{i}\,(X_B)+\mathbf{k}(X_C);$$

$$\mathbf{ik}[(X_B)\bullet(X_C)]+\mathbf{kj}(X_B)\bullet(X_A)]+\mathbf{Ji}(X_C);$$

其中：三素数系列平面投影法线方向与轴线平行方向相反。形成共轭互逆对称性的圆对数“偶数”特征平衡交换组合带动三个素数的复分析。

其中：平面投影法线方向与轴线平行方向相反。形成共轭互逆对称性的圆对数“偶数”特征的可交换性。

（2），满足互逆性平衡组合规则：

三个素数成为奇数的共轭平衡对称性交换规则：不变原命题、不变特征模（三个素数的乘或加平均值）、不变同构圆对数形式，仅仅变动共享性质属性，进行正中反转换的奇数：

圆对数中心零点平衡组合规则：

$$(X_{[ABC]})=[(1-\eta_{[A]}^2)^{K(Kw=+1)}\bullet\{D_{0[ABC]}\}^{K(Z\pm[S=1]}\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{K(Kw=\pm0)}\bullet\{D_{0[ABC]}\}^{K(Z\pm[S=3]}]$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[BC]}^2)^{K(Kw=-1)}]\bullet\{D_0\}^{K(Z\pm[S=2]}=(D_{[ABC]})^{K(Z\pm S\pm[S=3]};$$

平衡交换组合写成：$(X_{[ABC]})\leftrightarrow(D_{[ABC]})$

这里，采用无量纲圆对数‘无穷公理’的平衡交换组合机制：不应用皮亚诺公理，满足平衡交换组合。由此无

量纲圆对数规则成为新的数学基础。

[数字例 2]：

(裴波那契数列)，分别以 a,b,c 代表

已知：D=120；$\{D_0\}=(3+5+8)/3=5.33$，

判别式：$\Delta=(\eta_C^2)^{K(Kw=\pm0)}=abc/[(1/3)(a+b+c)]^{(3)}=abc/\{D_0\}^{(3)}=(3+5+8)/16=1$，

$(1-\eta_C^2)^{K(Kw=\pm0)}=120/151.42=0.792$；

无量纲圆对数数值因子验证裴波那契数列对称性：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{K(Kw=\pm0)}=[(-2.33)+(-0.33)+(+2.67)]/\{D_0\}=0;$$

三元数在圆对数带动下数值的解析与组合：

$$a=(1-\eta_{\Delta b}^2)^{K(Kw=-1)}=(5.33-2.33)/\{D_0\}=3$$

$$b=(1-\eta_{\Delta c}^2)^{K(Kw=-1)}=(5.33-0.34)/\{D_0\}=5;$$

$$c=(1-\eta_{\Delta a}^2)^{K(Kw=+1)}=(5.33+2.67)/\{D_0\}=8;$$

$$(1-\eta_{[C]}^2)^{K(Kw=\pm0)}\cdot\{D_0\}^{(3)}=0.7920\cdot5.33^{(3)}=120;$$

其中：无量纲圆对数平衡交换组合带动了数值(8)与(3，5)的交换组合，组成的“加组合”(8=3+5)”成立；

特别的，裴波那契数列：“前面二个数字(a，b)之和等于后面的数字(c)”，后面的数字分别出现“奇数和偶数”

“偶数性”对称性表现为：幂函数为“0”；

特征模$\{D_0\}$作为计算规律：

（1）、若$\{D_0\}$是整数，通过‘无穷公理’圆对数中心零点对称性直接带动裴波那契数列进行整数分析。

（2）若$\{D_0\}$是非整数,**D** 进行整数分析对称性的计算规律。分别有：

$$[\{D_0\}+0.33]\text{对应}[(-2.33)+(-0.33)+(+2.67)]=0,$$

$$[\{D_0\}+0.66]\text{对应}\ [(+3.33)+(-0.66)+(-2.66)]=0;$$

[数字例 3]：

已知： $\mathbf{D}=(11\cdot7\cdot5=385)$，$\{\mathbf{D}_0\}=(1/3)(11+7+5)=7.66$，$\{D_0\}^{(3)}=7^{(3)}=449$

判别式：$\Delta=(\eta_C^2)^{K(Kw=\pm0)}=385/449=0.8575$；

无量纲圆对数数值因子对称性：

$$[(+3.33)+(-0.66)+(-2.66)]/\{D_0\}=0;$$

$$(1-\eta_{\Delta a}^2)^{K(Kw=+1)}=(7.66+3.33)/\{D_0\}=11;$$

$$(1-\eta_{\Delta bc}^2)^{K(Kw=-1)}=(1-\eta_{\Delta b}^2)^{K(Kw=-1)}+(1-\eta_{\Delta c}^2)^{K(Kw=-1)}$$

$$=(7.66-0.66)/\{D_0\}+(7.66-2.66)/\{D_0\}=(7\cdot5)/\{D_0\}^{(2)};$$

验证圆对数平衡性：

$$[(1-\eta_{\Delta a}^2)^{(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta bc}^2)^{(K=-1)}];$$

$$[(1-\eta_{\Delta abc}^2)^{(Kw=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta abc}^2)^{(Kw=-1)}];$$

无量纲圆对数的“偶数性”（共轭平衡互逆对称性）带动了(11)与(7，5)交换组成“乘组合=385”成立

验证： $385=(1-\eta_{\Delta abc}^2)^K\cdot7.66^{(3)}=0.8575\cdot(449)$；

上述证明数值分析中，无量纲圆对数平衡交换与组合：原命题不变，特征模不变，圆对数对称性不变，以无量纲‘无穷公理’机制的圆对数性质属性的正中反转换，带动了三个素数的奇数平衡与交换组合，组成的“乘组合或加组合”成立，成为新的数学计算规则。

3.4、（强/弱）哥德巴赫猜想证明结论

强哥德巴赫猜想的足够大的二个素数系列“X_A，X_B，二个素数“X_A， X_B之间存在不对称性，弱哥德巴赫猜想的足够大的三个素数系列“X_A，X_B，X_C二个素数(X_A, X_B)，(X_C)之间存在不对称性，不能直接交换，通过第三方构造集‘无穷公理’机制的无量纲圆对数，在“不改变素数命题、不改变特征模、相同圆对数因子，相同中心零点”，组成圆对数的“偶数性”平衡交换组合，带动了二个/三个素数的乘组合与加组合，分别成为，“奇幂次和奇数”。无量纲构造证明补充证明了皮亚诺公理和集合公理化“1+1=2”与“1+2=3”“不完整性”的数学基础。

严格地说，二个/三个足够大素数之和，是不能直接成为偶数或奇数，涉及（不证自明）皮亚诺公理化和集合论公理化的应用，是否有牢固的数学基础问题。上述二个公理化之外的无量纲体系称第三方构造集，以‘无穷公理’机制证明特征模（素数组合平均值）与无量纲圆对数中心零点的共轭平衡互逆对称性，由无量纲圆对数“偶数性”带动了素数之间的对称与不对称随机与不随机（互逆性自证真伪）的平衡交换组合，整个“组合”或二维/三维复分析的条件下，分别成为“偶数组合和奇数组合”的共轭平衡互逆对称性，有“偶幂次”组成$\{2\}^{2n}$（二元数）、$\{3\}^{2n}$（三元数）的分析与运算。一旦撤销圆对数，恢复原来偶数、奇数组合的素数不对称性。

反映了数学“元素-对象”的本性始终不变，在无量纲构造集‘无穷公理’机制的证明具有公正性、可靠性、可行性和数学演绎的零误差性。可以说，数字的本性是不变的，不能直接进行“平衡交换组合”。

这样一来，哥德巴赫猜想的二个/三个素数通过共轭互逆对称性圆对数展开，满足圆对数“加（减）与乘（除）的结合律、结合律、交换律”，实现无量纲圆对数的偶数性‘无穷公理’对称与不对称的平衡交换组合。

特别的，偶数的二个素数对称性分布（数值不对称）$\{(x_1)\neq(x_2)\}$，奇数不对称的$\{(x_1x_2)\neq(x_3)\}$与完整性“偶数性”的对称性产生$(\eta_1=\eta_2)$，$(\eta_1+\eta_2)=\eta_3$ 的圆对数中心零点对称性平衡交换组合，分别产生偶数的二个素数，奇数的三个素数“乘组合与加组合”。

基于无量纲‘无穷公理’圆对数带动了二个/三个可以推广到任意自然数、实数、 有理数、无理数、任意可数字化以及素数平衡与交换条件下，才能进行“组合”。体现了中国古数学《道德经》与汉数学家杨雄《太玄经》的“道生一，一生二，二生三，三生万物”中，三比二更基本。

这里，采用无量纲圆对数构造破解了哥德巴赫猜想“1+1=2 和 1+2=3”，更重要的是明确了完整性“偶数性”对称与不对称的平衡交换机制，解决了目前任意函数转换组合的困难。“无量纲圆对数的“偶数性”‘无穷公理’对称与不对称的平衡转换机制”，填补了三元数不对称性复分析的空白，开拓了无量纲圆对数分析的新历史时代。

特别的，强调这个无量纲的“加组合与乘组合”成立的前提是“平衡”，没有“平衡”就没有后面的交换组合。传统数学的各种“乘除、交集并集等”运算符号，这里统一为圆对数幂函数或圆对数因子的二种“加与减”运算符号。这个无量纲构造特有的“平衡”，迄今为止，还没有看到其它形式的平衡为前提的运算（平衡交换组合）。

现实世界普适性存在对称与不对称，数学-哲学分析将从“$\{2\}^{2n}$”分析系统进步到“$\{3\}^{2n}$ 分析系统”。意味着无量纲圆对数构造成为最抽象、最深刻、最基本的“圆对数空间”。

宇宙世界在无量纲圆对数“偶数性”的对称与不对称的平衡交换机制带动下，实现随机与不随机的平衡与交换。也就是说，无量纲圆对数带动了宇宙世界的平衡交换。

4、黎曼ζ函数（零点）猜想与圆对数证明

4.1、黎曼ζ函数（零点）猜想的背景

黎曼函数（Riemann function）是一个特殊函数，由德国数学家黎曼发现提出，黎曼函数定义在[0,1]上，其基本定义是：R(x)=1/q，当 x=p/q (p, q 都属于正整数，p/q 为既约真分数)；R(x)=0，当 x=0，1 和(0,1)内的无理数。黎曼函数在高等数学中被广泛应用，在很多情况下可以作为反例来验证某些函数方面的待证命题。

函数可积性的勒贝格判据指出，一个有界函数是黎曼可积的，当且仅当它的所有不连续点组成的集合测度为0。黎曼函数的不连续点集合即为有理数集，是可数的。

19 世纪数论中的一个重要发展是由狄利克莱开创的解析方法和解析成果的导入，而黎曼开创了用复数解析函数研究数论问题的先例，取得跨世纪的成果。

1859 年，黎曼发表了《在给定大小之下的素数个数》的论文。这是一篇不到十页的内容极其深到的论文，他将素数的分布的问题归结为函数的问题，称为黎曼函数。

根据约翰·德比西尔《素数之恋》P134 的定义传统黎曼ζ函数，称“金钥匙”：

$$\sum(1/x^S)=\prod[1/(1-(1/p^S)];$$

黎曼证明了函数的一些重要性质，并简要地断言了其它的性质而未予证明。黎曼函数的函数图象应该是一系列松散的点，而非连续曲线，这是因为它一方面处处极限为 0；另一方面在任意的小区间中，都包含着无数个值不为 0 的点。通常来说，黎曼函数的图像是由它在函数值最大的有限个有理点的值组成的散点图来逼近的。

在黎曼死后的一百多年中，世界上许多最优秀的数学家尽了最大的努力想证明他的这些断言，并在作出这些努力的过程中为分析创立了新的内容丰富的新分支。如今，除了他的一个断言外，其余都按黎曼所期望的那样得到了解决。

那个未解决的问题现称为“黎曼猜想”，即：在带形区域中的一切零点都位于去这条线上(希尔伯特 23 个问题中的第 8 个问题)，这个问题迄今没有人证明。

对于某些其它的域，布尔巴基学派的成员已证明相应的黎曼猜想。数论中很多问题的解决有赖于这个猜想的解决。黎曼的这一工作既是对解析数论理论的贡献，也极大地丰富了复变函数论的内容。

特别的，原来黎曼ζ函数的$\sum(1/x^S)$赋予性质属性应该是$\sum(1/x^S)^{(K=+1)}$表达式，如果这样，则存在“函数与性质属性不一致性”产生收敛的矛盾，容易出现中心零点不稳定性的缺陷。

如果写成：$\sum(x^{(K=-1)S})^{(K=-1)}$，(K=+1,0,-1),黎曼ζ函数具有“函数与性质属性一致性”，“性质属性(K=+1)”收敛性黎曼函数（抛物线圆），“性质属性(K=-1)”发散性黎曼函数（双曲圆），“性质属性(K=±1)正反向函数转换（椭圆）。称改进的包括性质属性控制的“黎曼ζ函数”。黎曼ζ函数转换为无量纲圆对数分析，很容易克服上述缺陷和取得稳定性的中心零点。这个圆对数思路还可以成功解决其它有关黎曼ζ函数（如哥德巴赫猜想(Kw=+1)、孪生素数零点猜想、朗道-西格尔零点猜想(Kw=-1)）等零点猜想。

4.2、黎曼ζ函数与无量纲圆对数的转换

✹定义 4.2.1 广义黎曼ζ函数为改进了的黎曼函数，此时，黎曼函数在幂函数加上了性质属性，控制着黎曼函数的收敛性和中心零点稳定性。前面“哥德巴赫猜想”已经有二/三素数系列与个体素数组合证明。但是，强调的是“正幂函数的组合”（K=+1），而黎曼零点猜想则是强调“负幂函数的组合”（K=-1）。虽然方法都是采用无量纲圆对数分析证明，还是有所区别，最后的证明“黎曼函数与正幂函数具有共轭互逆不对称性”。无量纲圆对数统一了它们的分析方法。

传统黎曼ζ函数$(a_1^{(-S)}+a_2^{(-S)}+\ldots+a_S^{(-S)})^{(K=+1)}$“称倒数之和”。引入性质属性：原幂函数(K=+1)写成(K=-1)负幂函数：$(a_1^{(-S)}+a_2^{(-S)}+\ldots+a_S^{(-S)})^{(K=-1)}$“称“倒数之和再倒数”。称广义黎曼ζ函数的负幂函数（K=-1），不失一般性，不影响传统黎曼ζ函数一般性。

广义黎曼ζ函数与传统黎曼ζ函数具有同步性。也就是说，广义黎曼ζ函数零点猜想与传统黎曼函数零点猜想一致。

同理：根据约翰·德比希尔《素数之恋》提出的“金钥匙”：

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)};$$

为方便证明，广义黎曼ζ函数和黎曼ζ函数，统一称“黎曼ζ函数”，此黎曼函数非彼传统黎曼函数。

4.2.1、黎曼函数转换为无量纲圆对数

广义黎曼函数-黎曼函数表达式：

$$\zeta(x)^{(K=\pm S)}=\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=1))}+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=2))}+\cdots+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))};$$

其中：$\{X\}^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm q)}$的幂函数分别表示性质属性(K=±1)，无穷中任意有限元素的集合(Z±S)，元素组合形式(±q)，幂函数可以根据分析的对象增加或减少元素，也可以简写（简写前要有完整的对象描述）。

这里，黎曼函数为广义黎曼函数的负幂函数（K=-1）不失黎曼函数一般性。以下同，（略）。

✺定义 4.2.2 黎曼函数与特征模（均值函数）：元素组合形式除以组合（个数）系数获得特征模

$$\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}=\sum_{(Z\pm S)}[\prod_{\{q=S-0\}}[((n-1)!/(n-0)!]^K(a_1a_2\cdots a_S{}^K)]^{K(Z\pm S\pm(q=n)/t}$$

$$=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)/t}+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)/t}+\cdots+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q\le S))/t};$$

$$\{X_0{}^{(P)}\}^K=\sum_{\{q=S-(P-1)\}}[((P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{\{q=S-P\}}(a_1a_2\cdots a_S{}^K)+\cdots]^{K(Z\pm S\pm(q=P))/t};$$

其中：组合系数(A=1)多项式第一项“0-0 乘组合”全体元素乘组合单元体，组合系数 A=1，

$$\{X\}^{K(S)}=\prod_{\{q=S\}}[\sqrt[K(S)]{(a_1a_2\cdots a_S{}^K)}]^{K(Z\pm S\pm q=0)/t};$$

组合系数(1/S)多项式第二项“1-1 组合”全体元素加组合单元体，称概率组合，

$$\{X_0{}^{(1)}\}^K=\sum_{\{q=S-1\}}[(1/S)^K\sum_{\{q=S-1\}}(a_1+a_2+\cdots+a_S{}^K)]^{K(Z\pm S\pm q=1)/t};$$

组合系数(1/S(S-1))多项式第三项“2-2 组合”二元素乘组合的加组合单元体，称拓扑组合，

$$\{X_0{}^{(2)}\}^K=\sum_{\{q=S-2\}}[(2/(S-1)(S-1))^K\prod_{\{q=S-q=2\}}(a_1a^K)+\cdots]^{K(Z\pm S\pm q=2)/t}+\ldots;$$

组合系数((P-1)!/(S-1)!)K 表示多项式第 P 项“P-P 组合”的加组合单元体，称 P 拓扑组合。

黎曼函数与无量纲圆对数关系，

$$(1-\eta^2)^K=[\zeta\{X\}/\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots^{整数})/t}=\{0,1\};$$

4.2.2【预证明 1】广义黎曼函数转换为无量纲圆对数

广义黎曼函数转换为无量纲圆对数

$$\zeta\{X\}=\zeta(X)^{(K=\pm S)}=\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=0))}+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=12))}+\cdots+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))}$$

$$=\zeta\{X\}/\{X_0\}\cdot\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=0))}+\zeta\{X\}/\{X_0\}\cdot\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=1))}+\cdots+\zeta\{X\}/\{X_0\}\cdot\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=0))}+(1-\eta^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=1))}+\cdots+(1-\eta^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=S))}$$

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K=\zeta\{X\}/\{X_0\}=\{0\text{ 到 }1\};$$

广义黎曼函数与无量纲圆对数：

$$\zeta\{X\}=(1-\eta^2)^K\cdot\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots S^{整数})};$$

广义黎曼函数圆对数中心零点$(1-\eta_{[C]}{}^2)^K$对应特征模：

$$\zeta\{X_0\}=(1-\eta_{[C]}{}^2)^K\cdot\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots S^{整数})};$$

其中：圆对数具有同构一致的计算时间已经有圆对数证明成立。

黎曼 ζ 函数互逆性：根据互逆性定理获得黎曼 ζ 函数互逆性：（笔者已经有互逆性证明）

$$\zeta\{X\}^K=\zeta\{X\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q)/t}\cdot\zeta\{X\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm q)/t}=1;$$

黎曼 ζ 函数对应的无量纲圆对数互逆性：

$$\zeta\{X\}^K=[(1-\eta^2)^K\zeta\{X_0\}]^{(K=+1)(Z\pm S\pm q)/t}+[(1-\eta^2)^K\zeta\{X_0\}]^{(K=-1)(Z\pm S\pm q)/t};$$

无量纲圆对数组合：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

无量纲圆对数中心零点（外部）对称性特征：中心零线（临界线）（外部）对称性表示特征模中心点与周围元素同步变化的平衡与交换关系：

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0\};$$

其中：无量纲圆对数中心零线（特征模外部的临界线）对称性(K=±0)表示黎曼函数外部完备性跳跃过渡方式。

无量纲圆对数中心零点（特征模内部的临界点）对称性特征：中心零点（临界点）（内部）对称性表示

特征模中心点与周围元素测度（位置）的平衡与交换关系：

无量纲圆对数(内部)组合：

$$(1-\eta^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0,2\};$$

$$(1-\eta_c^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

其中：

(1)、无量纲圆对数中心零线（特征模(外部)的临界线）对称性(K=±0)表示黎曼函数外部完备性跳跃过渡方式。

(2)、无量纲圆对数中心零点（特征模(内部)的临界点）对称性(K=±0)表示黎曼函数内部连续性跳跃过渡方式。

当：(K=+1)，黎曼ζ函数与圆对数是收敛的级数：称黎曼函数对应的正幂均值函数，几何空间对应抛物线：

(K=-1)，黎曼ζ函数与圆对数是发散的级数：称黎曼函数对应的负幂均值函数几何空间对应双曲线：

(K=±1)，黎曼ζ函数与圆对数是中性（周期性）级数：称黎曼函数对应的中性幂的几何空间对应椭圆线：

(K=±0)，黎曼ζ函数与圆对数是中性转换级数：称黎曼函数对应的中性幂的几何空间对应转换点（临界点）：

特别的，黎曼函数在解析度 2 条件下，对于黎曼函数(K=+1)正幂函数；(K=-1)负幂函数（黎曼函数）、中性黎曼函数(K=±1)，、转换黎曼函数(K=±0)，获得的数值中心点（极限）不对称性分布。其数值分析的对象不能交换，逻辑分析对象不能计算，基于数值不能“平衡交换组合”。只有引入无量纲‘无穷公理’获得相同圆对数因子，获得“偶数性”中心零点对称性的，才能进行“平衡交换组合”。

传统黎曼函数ζ{X^{-S}}零点猜想破解的困难被卡在这个“性质属性”不一致性里，找不到“偶数性”的“对称与不对称”转换点。通过第三种构造集无量纲鉴定才发现这个中心零点问题。称“黎曼零点猜想”。这只有黎曼ζ函数性质属性与黎曼函数一致性，以及‘无穷公理’机制的“移动素数均匀分布”，才有中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的稳定性和可靠性。其中“素数移动”可见后面的素数分布定理。

4.3、证明黎曼ζ函数与圆对数中心零点

证明目的：（通过无量纲带动素数移动，成为均匀分布），确保黎曼函数存在稳定性的圆对数中心零点线和圆对数中心零点。

现实的素数数值的中心点二测产生不对称性数值，不对称性数值不能交换，只有通过转换为无量纲圆对数的（特征模外部）中心零线（临界线）和圆对数（特征模内部）中心零点（临界点）的偶数性对称性成为素数的平衡交换组合条件。同时，这个无量纲第三个构造集不受到具体元素的干扰，使得中心零点具有可靠性和稳定性。

广义黎曼ζ函数与黎曼ζ函数的零点猜想：统一称黎曼ζ函数。分别提取“数值特征模(X_0^S)”和位值圆对数$(1-\eta^2)^K$及共享的幂函数与性质属性 K，通过无量纲圆对数无量纲“偶数性”以及‘无穷公理’平衡交换组合机制，那么就有圆对数中心零点对称性，控制着黎曼函数零点的猜想的存在性、稳定性、可靠性，获得收敛性的平衡交换组合。通过性质属性(K=±0)(Kw=±0)控制黎曼函数转换为特征模（外部、内部）的圆对数中心零点对称性，进行随机与不随机的正中负向平衡转换组合。

4.3.1、【预证明 2】：证明圆对数中心零点存在性

根据公式(4.1.4)描述了黎曼函数与圆对数的紧密关系，或者说圆对数带动了黎曼函数展开。

交换规则：不变原函数命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，在偶数性的对称因子条件下，通过性质属性的正向/中性/反向的转换，正函数命题转换为逆函数命题，实现平衡与交换。

特征模外部的圆对数对称性（临界线），表示特征模与周围元素同步变化。

$$\zeta\{X\}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\cdot\zeta\{X_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\cdots整数)};$$

特征模内部圆对数的对称性（临界点），表示特征模与周围元素的解析。

$$\zeta\{X\}=[(1-\eta_{\Delta}{}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta}{}^2)^{(Kw=+1)}]\cdot\zeta\{X_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\cdots整数)};$$

其中：幂函数 K(Z±S±(q=0,1,2,3,…整数)的(q=0,1,2,3,…整数)表示各个子项的集合。

圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}$与圆对数中心零点（临界点）重合$(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm0)}$，都是对应不变特征模。但是，素数数值中心点不等于圆对数中心零点。

也就是说，通过幂函数的紧致性，必须有圆对数中心零线（临界）线上处处都有圆对数中心零点（临界点）。幂函数表示了黎曼函数各个子项、元素、层次、组合，具有紧致性的平衡交换组合。

交换规则证明了黎曼函数零点猜想的存在性和可靠性，才能进行黎曼函数零点猜想有意义的的证明。

设想，如果黎曼函数中心点不存在、不稳定，证明的黎曼函数中心点同样是不稳定的，整个证明没有意义的或不完整性。这一条适应国内外数学学者所有的以黎曼函数为对象的分析与证明。

黎曼函数通过中心零点存在性：

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm[Q]\pm(q))/t}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$$

表现了圆对数带动了黎曼函数各个层次、元素、数值对象的平衡与交换。具有黎曼函数的存在性。

现在证明零点怎样产生？

证：

设：黎曼 ζ 函数是多个足够大的素数连乘，分别有边界函数$\{X^S\}$和数值特征模$\{X_0{}^S\}$；根据这二个变量函数就可以提取位值圆对数$(1-\eta^2)^K$进行分析。

边界条件：$\{X^S\}=\{X_1{}^{KS},X_2{}^{KS},\cdots,X_q{}^{KS}\}^{(K=-1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$；

特征模：$\{X_0{}^S\}=\{X_{01}{}^{KS},X_{02}{}^{KS},\cdots,X_{0q}{}^{KS}\}^{(K=-1)}\in\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$；

根据约翰·德比西尔《素数之恋》P134 的定义，传统黎曼 ζ 函数，“金钥匙的成果，

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)}$$

很容易转换为圆对数：

$$\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}。$$

基于圆对数具有同构性，上述写成：

$$\prod(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^K。$$

基于乘组合与加组合不同调、不协调的世纪性数学矛盾，改进的黎曼 ζ 函数圆对数能够很好的成立。

建立圆对数联立方程为黎曼函数的圆对数中心零点线（临界线）方程：

$$\prod(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K\cdot(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}=\{0，1\}；$$

$$\sum(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K+(1-\eta^2)^K=\{0，1\}；$$

获得：黎曼 ζ 函数零点猜想通过圆对数中心零点存在性。

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,\pm1\}；$$

$$或：(1\pm\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,\pm1\}；$$

$$或：(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,(1/2),1\}；$$

其中：(K=-1)(Kw=+1)为黎曼函数内部的正向收敛性；(K=-1)(Kw=-1)为黎曼函数内部的反向收敛性；{0,±1}与{0,(1/2),1}具有等价性，区别仅为坐标移动，不影响圆对数具体位值。

但是，黎曼 ζ 函数每一个素数层次的函数在解析度 2 条件下，分解为二个互逆性不对称性函数：它们根据素数定理，以特征模（自然数尾数{5}）为圆对数中心零点稳定性展开，基于黎曼函数各个子项的形式

紧致性，同构圆对数的计算时间一致性，确保黎曼函数各个层次对应的中心零点稳定性和存在性。

4.3.2、【预证明 3】圆对数中心零点的同构一致性计算时间

黎曼 ζ 函数每一个素数函数在解析度 2 条件下，分解为二个互逆性不对称性数值函数，不能体现“偶数性”的对称与不对称转换关系，因此数字数值或逻辑对象不能交换。

在范畴论有假设的“离散型-对称性”的态射，严格地说是不能成立的。能够推广到一阶性的概率，那是个“运气与巧合”。但是，到了“拓扑”算法更不严谨，不能平衡，同样也不能平衡交换组合。

黎曼函数分析，在解析度 2 下，各个子项分解二个互逆性不对称性的子函数，“元素-对象”不能直接平衡交换组合。

$$\zeta(S)^{(K=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(K=-1)}+(X_B{}^S)^{(K=+1))};\qquad (X_A{}^S)^{(K=-1)}\neq(X_B{}^S)^{(K=+1)};$$

或：$$\zeta(S)^{(Kw=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}+(X_B{}^S)^{(Kw=+1))};\quad (X_A{}^S)^{(Kw=-1)}\neq(X_B{}^S)^{(Kw=+1)};$$

同样，黎曼 ζ 函数每一个素数函数在解析度 3 条件下，分解为三个互逆性不对称性数值函数，“元素-对象”也不能直接交换。

$$\zeta(S)^{(K=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(K=+1)}+(X_B{}^S)^{(K=-1)}+(X_C{}^S)^{(K=-1)};\qquad (X_A{}^S)^{(K=-1)}\neq(X_B{}^S\cdot X_C{}^S)^{(K=+1)};$$

或：$$\zeta(S)^{(Kw=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}+(X_B{}^S)^{(Kw=+1)}+(X_C{}^S)^{(Kw=-1)};$$

$$(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}\neq(X_B)\cdot X_C{}^S)^{(Kw=+1)};$$

其中：二元论特征模：

$$(X_0{}^S)^K=(1/2)^K[(X_A{}^S)^K+(X_B{}^S)^K]^K;$$

三元论特征模：

$$(X_0{}^S)^{K(1)}=(1/3)^K[(X_A{}^S)^K+(X_B{}^S)^K+(Xc^S)^K]^K;$$

$$(X_0{}^S)^{K(2)}=(1/3)^K[(X_A{}^S\cdot X_B{}^S)^K+(X_B{}^S\cdot Xc^S)^K+(Xc^S\cdot X_A{}^S)^K]^K;$$

圆对数可以把黎曼 ζ 函数二元论/三元论不对称性数值，转换为位值圆对数和圆对数中心零点对称性，则同圆对数因子互逆对称的偶数性具有平衡交换组合。

同构圆对数：

$$\zeta(S)^K=(1-\eta^2)^K(X_0{}^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm q)/t};$$

“零组合与偶组合”互逆性，

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0,\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

“加组合与乘组合”互逆性，

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0,\pm1}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

其中：$\zeta(S)^K$ 中性质属性 K=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数的“收敛、转换、平衡、扩展”。确保中心零点的稳定性和可靠性。

圆对数中心零点分别有外部与内部二种形式：

圆对数中心零线（临界线）对称性对应特征模(外部)：

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\};$$

圆对数中心零点（临界点）对称性对应特征模(内部)：

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

4.3.3、黎曼函数与“偶数性”平衡交换组合机制”

无量纲特有的“偶数性”对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）带动“元素-对象”的平衡交换组合，没有中心零点，就没有完备性和相容性一体化特征。

通过无量纲圆对数表达。

（1）、二元数偶数对称性元素，如二元数{a，b}系列（乘组合、加组合）元素数值不对称性，有：

特征模：$\{D_0^{(1)}\}=(1/2)(a+b)$;

圆对数中心零线(临界线)乘与加结合律：

$$A+B=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(1)}\}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0^{(1)}\}=(0,2)\cdot\{D_0^{(1)}\};$$
$$A\cdot B=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(2)}\}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0^{(2)}\}=(0,2)\cdot\{D_0^{(2)}\};$$

圆对数中心零点(临界点)乘与加结合律：

$$a+b=(1-\eta_C^2)^K\{D_0^{(1)}\}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0^{(1)}\}=(0,1)\cdot\{D_0^{(1)}\};$$
$$a\cdot b=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(2)}\}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0^{(2)}\}=(0,1)\cdot\{D_0^{(2)}\};$$

其中：(0,2)表示偶数性，(0)偶数性零平衡，(2)偶数性加（乘）平衡，(0.1)圆对数偶数性平衡交换组合的条件，

圆对数中心零点对称性：

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1,\pm0)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}+(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$
$$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm1,\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=+1)};$$

平衡交换组合条件必须有“偶数性”相同圆对数：

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$a=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$b=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$

无量纲“偶数性”不对称性元素平衡交换机制：

$$a=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\}]=b;$$

这样：二个不对称性素数通过无量纲圆对数正中反的转换，被带动了平衡交换组合。

（2）、三元数偶数不对称性分布，如三元数{a，b，c}系列的组合有：

特征模（外部）：$\{D_0^{(1)}\}=(1/3)(A+B+C$；$\{D_0^{(2)}\}=(1/3)(AB+BC+CA)$

特征模（内部）：$\{D_0^{(1)}\}=(1/3)(a+b+c)$；$\{D_0^{(2)}\}=(1/3)(ab+bc+ca)$

圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_B^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=-1)};$$
$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\};\ B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\};\ C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$

圆对数中心零点（临界点）“偶数性”对称性：

$$(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}=(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_c^2)^{(Kw=-1)};$$
$$a=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0^{(1)}\};\quad b=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0^{(1)}\};\ c=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$

无量纲“偶数性”不对称性元素平衡交换机制：

平衡交换组合规则：

有相同圆对数才能平衡交换组合交换中不变正命题、不变特征模、不变同构圆对数，仅仅同构圆对数性质属性正中反向的改变，真命题交换（转换、射、态射）成为逆命题。

“偶数性”不对称的整体交换过程：

$$\{X\}=ABC=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=〇\pm1,\pm0)}\{D_0^{(3)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(2)}\}]=ABC=\{D\};$$

“偶数性”不对称的交换组合（分解）过程

$$A=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=〇\pm1,\pm0)}\{D_0^{(3)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(2)}\}]=BC;$$

其中外部：
$$B=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(2)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\}]=C$$

$$a=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(3)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(2)}\}]=bc;$$

其中内部：$$b=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(2)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\}]=c$$

这样：三个不对称性素数通过无量纲圆对数正中反的转换，被带动了平衡交换组合。

中心零点加结合律：(特征：圆对数位值因子相加)

$$A+B+C=(1-\eta_{[C]}^2)^K\cdot\{D_0^{(1)}\}$$

$$=[(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0^{(1)}\}=(0,3)\{D_0^{(1)}\};$$

$$a+b+c=(1-\eta_{[C]}^2)^K\{D_0^{(1)}\}$$

$$=[(1-\eta_a^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{abc}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{bc}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0^{(1)}\}=(0,3)\{D_0^{(1)}\};$$

中心零线乘结合律：(特征：圆对数幂函数因子相加)

$$A\cdot B\cdot C=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(3)}\}$$

$$=(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0^{(1)}\}+(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0^{(2)}\}=(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0^{(1+2=3)}\};$$

$$a\cdot b\cdot c=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(3)}\}$$

$$=(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}\cdot\{D_0^{(1)}\}+(1-\eta_{bc}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0^{(2)}\}=(1-\eta_{abc}^2)^{(Kw=\pm1)}\cdot\{D_0^{(1+2=3)}\};$$

其中：$(0,3)\{D_0^{(1)}\}$：表示加组合的在圆的因子相加，乘组合的在圆的幂函数因子相加，$\{D_0^{(3)}\}=\{D_0^{(1+2=3)}\}$；表示乘组合的在圆的幂函数因子相加，

当：黎曼函数具有(内外部)三种性质属性，反映为$\{abc\}\in\{ABC\}$

$$A\cdot B\cdot C=(1-\eta^2)^{(K=+1,0,-1)(Kw=+1,0,-1)}\{D_0^{(3)}\};$$

$$a\cdot b\cdot c=(1-\eta^2)^{(K=+1,0,-1)(Kw=+1,0,-1)}\{D_0^{(3)}\};$$

体现了圆对数（外部）与中心零线（内部）中心零点一致性，以及同构、同态、同调、同伦，确保中心零点的稳定性、可靠性、可行性，进行零误差的分析。

这样，三个不对称性元素

$$\{A+B+C\}与\{A\cdot B\cdot C\},\{a+b+c\}与\{a\cdot b\cdot c\}或对象\{aUbUc\}与\{a\cap b\cap c\};$$

通过无量纲‘无穷公理’偶数性机制，通过圆对数中心零点正中反的转换，带动了三个素数平衡交换组合。

推广：任意高幂对于“偶数性”概念包含了二元论（对称分布）系列或三元论（不对称分布）系列，以及任意高幂系列，对应的无穷圆对数构造集，以特有的‘无穷公理’机制，都具有紧致性和计算时间同构一致（圆对数已经有“同构定理”证明），在圆对数中心零点对称性的同因子带动下，元素完成平衡交换组合。一旦撤销圆对数，元素恢复原来的不对称性，不能平衡交换组合。

这里，无量纲不仅证明了希尔伯特数论公理系统（平衡、组合），同时也证明逻辑集合论公理系统（态射、交换、映射、集合），只有通过无量纲圆对数的“偶数对称与不对称平衡交换机制”带动下才能成立。

同时也补充证明了传统数学（指哥德尔不完备性定理的“元素-对象”）的原因所在。

这样一来，圆对数中心零点带动“元素-对象”可以叠加成无限长“糖葫芦串”（临界线），或者无限宽“糖圆饼”（临界点）。

结论：任意具有可成为实数集或自然数集的包含哲学，具有无量纲构造的“偶数对称与不对称的平衡交换”独有的条件下，在无量纲圆对数中心零线、点（临界线、临界点），带动了数值、元数、函数、群组合。表明了公理必需通过第三方构造证明。无量纲构造证明了公理的存在性和正确性、可靠性，成为新的数学构造基础。

4.3.4、证明黎曼函数中心零点零点及功能

黎曼ζ函数外部性质属性：K=(K=+1，±0，±1，-1)，表示正幂、零(转换)幂、平衡幂、负幂。对应特征模，代表着一个特定的共同体成员所共有的特征、信仰、价值、技术等构成的整体。表示黎曼函数外部之间的中心点与周围独立素数的同步变化，称为“圆对数中心零线（临界线）。

黎曼ζ函数内部性质属性：Kw=(Kw=+1，±0，±1，-1)，表示正向、零(转换)向、平衡向、负向。对应特征模指谓着哪个整体的一种元素，即具体的谜题的解答。表示黎曼函数内部中心点与周围独立素数的（位置）关系，称为“圆对数中心零点（临界点）。如果周围独立素数还有动态变化关系，则属于下一个层次的变化，方法同前，实现多层次的统一分析。

基 于黎曼函数性质属性为(K=-1),那么黎曼函数外部、内部都有互逆对称性(K=-1)(Kw=±1，±0)，写成：

(K=-1)(Kw=+1)、(K=-1)(Kw=-1)、(K=-1)(Kw=±1)、(K=-1)(Kw=±1)、(K=-1)(Kw=±0)；

其中：(Kw=±0)形式表示黎曼函数（外部）的（临界线）中心零线和黎曼函数内部（临界点）中心零点。满足黎曼零点猜想的“（圆对数中心零线）临界线的对称性”和“（圆对数中心零点）临界点上的对称点”。

（1）、圆对数中心零线偶数性：(黎曼函数外部的平衡对称线)

$$(1-\eta_C^2)^{(K=0)}=\sum(1-\eta_A^2)^{(K=\square)}+\sum(1-\eta_B^2)^{(K=\square)}+\sum(1-\eta_C^2)^{(K=\square)}=\{0,1\};$$

（2）、圆对数中心零点偶数性：(黎曼函数内部的平衡对称线,称非平凡零点，在圆对数中心零线上，处处存在)：

$$(\eta_C^2)^{(Kw=0)}=\sum(+\eta_A^2)^{(Kw=+1)}+\sum(-\eta_B^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_C^2)^{(Kw=0)}=\{0\};$$

其中： $(1-\eta^2)$表示圆对数位值因子（适应算术平均值、加组合）对应加特征模(正中反均值函数)$\{\mathbf{D}_{00}\}$。

$(\pm\eta_\Delta^2)$表示圆对数数值因子（适应几何平均值、乘组合）对应乘特征模(正中反均值函数)$\{\mathbf{D}_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm q)/t}$。

$\{\mathbf{D}_{00}\}$与$\{\mathbf{D}_0\}$关系为$(\pm\eta^2)\approx 2(\pm\eta_\Delta)$：表示二者关系无量纲位值因子与无量纲数值因子不一定重合。

其中：性质属性 K；无穷中任意有限(Z±S)；维次(Q=0,1,2,3)；微积分阶(±N=0,1,2)；元素组合形式(q=0，1，2，3，……整数)；一维时间序列(/t)。

4.3.5、证明黎曼函数零点与圆对数中心零点稳定性

（1）、定义黎曼ζ函数外部圆对数中心零线（临界线），对应不变的特征模：

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=\{0，1\};$$

对应特征模（外部）函数与周围独立素数同步变化关系。

（2）、定义黎曼ζ函数内部圆对数中心零点（临界点），对应不变特征模：

$$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm1)}=\{0\};$$

对应特征模（内部）中心点与周围独立素数位置的测度平衡关系。

其中：圆对数中心零线（临界线）包含了全部圆对数中心零点（临界点，非平凡零点），实现共轭平衡互逆对称性的平衡与交换。

【证】

无量纲圆对数除“实数集与自然数集的比较”，另外一个解释：是黎曼函数“几何平均值与算术平均值”进行单元体比较，成为无量纲圆对数展开：

设：素数（乘组合）组合的黎曼函数平均值展开：

$$\{X^{(n)}\}^K=\{\sqrt[(n)]{X}\}^{K(n)}$$

$$=\{\sqrt[n]{X^n}\}^{K(0)}+(1/n)^K\{\sqrt[n]{X^n}\}^{K(1)}+(2!/(n-0)(n-1))^K\{\sqrt[n]{X^n}\}^{K(2)}+(3!/(n-0)(n-1)(n-2))^K\{\sqrt[n]{X^n}\}^{K(3)}+\cdots$$
$$+(P-1)!/(n-0)!)^K X^{K(P)}X^{K(P)}+(R_n)(\text{余项})$$
$$=X_0^{K(0)}+X_0^{K(1)}+X_0^{K(2)}+X_0X^{K(3)}+\cdots+(R_n)(\text{余项});$$

素数（加组合）组合的黎曼函数平均值展开：

$$\{D^n\}^K=D^{K(0)}$$
$$+(1/n)^K D^{K(1)}+(2!/(n-0)(n-1))^K D^{K(2)}+(3!/(n-0)(n-1)(n-2))^K D^{K(3)}+\cdots$$
$$+(P-1)!/(n-0)!)^K D^{K(P)}+\cdots+(D_n)(\text{余项})$$

$$=D_0^{K(0)}+D_0^{K(1)}+D_0^{K(2)}+D_0^{K(3)}+\cdots+(D_n)(\text{余项})；$$

其中： 组合系数(1)多项式第一项“全体元素乘组合”组合系数（A=1），幂次为零，数值=1。依序：第二项

$$(B=(1/n)^K)，(C=(2!/(n-0)(n-1))^K)，\cdots,(P-1)!/(n-0)!)^K$$

满足正则化系数对称性分布要求，称“偶数性”。

“偶数性”表示中心线、中心点左右二侧存在对称与不对称性分布。

黎曼函数（乘组合）/（加组合）转换为无量纲圆对数，产生二种状态：

（1）、黎曼函数特征模（外部）以圆对数中心零线“临界线”跳跃性过渡的完备性。

$$(1-\eta^2)^K=1+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{K(1)}+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{K(2)}+\ldots+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{K(P)}+\cdots+[(R_n)/(D_{0n})]^{K(n)}$$

$$=(1-\eta^2)^K+(1-\eta^2)^{K(1)}+(1-\eta^2)^{K(2)}+\cdots+(1-\eta^2)^{K(P)}+\cdots+(1-\eta^2)^{K(n)}(\text{余项})；$$

这里，(余项)统一转换为圆对数，确保黎曼函数整数性展开。同时确保圆对数中心零点对称性的稳定性。

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，2\}；$$

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，1\}；$$

其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为无穷集“一一对应”确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。并且满足无量纲‘无穷公理’平衡交换组合机制。

（2）、黎曼函数特征模（内部）以圆对数中心零点“临界点”的连续性过渡的相容性。

$$(1-\eta^2)^{Kw}=1+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{Kw(1)}+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{Kw(2)}+\ldots+[\{\sqrt[n]{X^n}\}/D_0]^{Kw(P)}+\cdots+[(R_n)/(D_{0n})]^{Kw(n)}$$

$$=(1-\eta^2)^K+(1-\eta^2)^{Kw(1)}+(1-\eta^2)^{Kw(2)}+\cdots+(1-\eta^2)^{K(P)}+\cdots+(1-\eta^2)^{Kw(n)}(\text{余项})；$$

这里，(余项)统一转换为圆对数，确保黎曼函数整数性展开。同时确保圆对数中心零点对称性的稳定性。

$$(1-\eta^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0，2\}；$$

$$(1-\eta^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0，1\}；$$

其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为无穷集“一一对应”确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。满足无量纲‘无穷公理’平衡交换组合机制。其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为“一一对应”确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。

黎曼ζ函数转换为数值特征模和无量纲圆对数的无穷展开，满足“整数性”（无穷圆对数构造集，消除了余项，具有整数性、零误差的单元体子集）；“偶数性”（每个子集具有对称与不对称性、随机与不随机的平衡交换组合机制）；“同构性”（每个子集具有圆对数形式一致性的计算时间）的构造集。确保无穷圆对数构造集的中心零点（零线）二侧的对称性、稳定性、紧致性。

特别的，黎曼函数以素数尾数的四个素数{1,3,7,9}对应具有自然数尾数{5}通过‘无穷公理’机制移动素数(把素数不对称分布很难组成稳定性中心零线)，转换为无量纲圆对数的中心零线（临界线）和无量纲中心零点（临界点）以对应{5=0}为中心的左右为“(5±1)，(5±2)”对应稳定性中心零线、中心零点，对应不变的最大数值（特征模），确保圆对数中心零点圆对数中心零点的稳定性、零误差性。

4.3.6、黎曼函数中心零点交换规则：

平衡交换规则：命题不变，特征模不变、同构圆对数不变，同构圆对数中心零线、中心零点不变性，表示了中心零线、中心零点在{+1,0，-1}范围的稳定性（没有具体元素的干扰，防止模式塌坍和模式混淆，起着重要作用）。以性质属性的正向、中性、反向的平衡交换，由真命题转换为逆命题。范畴论称：态射、映射、投影、转换等。但是范畴论的态射不能平衡，数值分析的平衡不能交换，系统自身不能自证“真伪”，反映了它们依靠的“公理化”存在严重缺陷。

通过无量纲圆对数特有的“偶数对称与不对称平衡交换”特征，进行正中反向之间的随机与不随机的转换。这个交换适应群组合-圆对数的外部与内部的正向-中性-反向的互逆性平衡交换。

黎曼函数数值本身不能直接交换，通过无量纲圆对数及圆对数中心零线（临界线）对应正中反向线的平衡交换，带动了特征模（外部）整体性的平衡交换：

$$（真命题）(X^S)^{(K=+1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet(X_0{}^S)^{(K=+1)(Z\pm S)}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot(X_0{}^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$

$$=(X^S)^{(K=-1)(Z)/t}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(X_0{}^S)^{(K=-1)(Z)}（逆命题）；$$

黎曼函数数值本身不能直接交换，通过无量纲圆对数及圆对数中心零点（临界点）对应正中反向点的平衡交换，带动了特征模（内部）数值元素的平衡交换：

圆对数中心零线（临界线）对应正中反向线的平衡交换，带动了特征模（外部）整体性的平衡交换：

$$（真命题）(X^S)^{(Kw=+1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\bullet(X_0{}^S)^{(Kw=+1)(Z\pm S)}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}]\bullet(X_0{}^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$

$$=(X^S)^{(K=-1)(Z)/t}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\bullet(X_0{}^S)^{(K=-1)(Z)}（逆命题）；$$

也就是说，黎曼函数分析的素数数值，通过圆对数以无量纲‘无穷公理’的（对称性二元数）、（不对称性三元数）、（任意多元数系列）机制，带动了素数数值的平衡交换组合，仍然保持只有无量纲圆对数相同因子“偶数性”相同的随机与不随机平衡交换的特征。

特别的，黎曼函数（任意数值函数）的任意幂次“元素-对象”不能交换，只能通过无量纲圆对数的“偶数性”圆对数中心零点对称性，带动素数数值平衡交换组合。一旦撤销圆对数恢复原来数值不对称不交换性。

由此，表示了无量纲圆对数为第三方无量纲圆对数构造集身份，以及无量纲构造特有的“偶数性”特征，成为完整性的构造集，没有具体元素干扰，随机自证“真伪”，依靠圆对数中心零线（临界线）-中心零点（临界点）的对称性，进行可靠、可控的平衡与交换，成为新的公理化和新的数学基础。

其中：素数分布的不均匀性转换为素数无量纲圆对数和中心零点为中心的均匀性、对称性分布，见 3.1.6、素数与无量纲圆对数关系章节。

由此，证明了黎曼 ζ 函数只有在无穷构造集特有的‘无穷公理’机制，实现黎曼零点猜想。

5、郎道-西格尔（零点）猜想与圆对数中心零点证明

5.1、朗道-西格尔零点猜想产生背景

朗道-西格尔零点猜想（the Landau-Siegel Zeros Conjecture），是一个数学难题。与数学上著名的未解难题“黎曼猜想”有关，它是广义黎曼猜想的“一种特殊并且可能比其弱得多的形式”。朗道-西格尔零点猜想中断言朗道-西格尔零点“不存在”的猜想，而朗道-西格尔零点被定义为黎曼猜想的反例。

有人认为也就是说，如果存在朗道-西格尔零点，那么黎曼猜想就是错的。

其实，朗道-西格尔零点属于黎曼 ζ 函数的性质属性表示为(K=-1)(kw=-1)(多连通、圆环)，黎曼 ζ 函数的性质属性表示为(K=-1)(kw=+1)(单连通、圆球)。可见黎曼零点本身与朗道-西格尔零点猜想不会发生冲突。

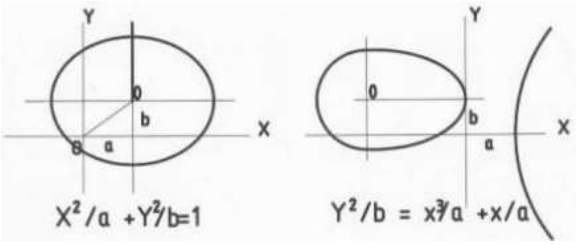
2022 年 11 月，美籍华裔数学家、加州大学圣塔芭芭拉分校教授张益唐，就他对于朗道-西格尔零点猜想的最新研究成果作公开演讲。张益唐表示：在本质上，他已经证明了朗道-西格尔零点猜想，表示“我只是在一定范围里、部分地解决，黎曼假设应该是对的”。但是，著名数学家陶哲轩审查中，发现张益唐的证明存在一定的不足。张益唐还在积极的调整中。

无量纲圆对数证明：黎曼 ζ 函数具有（内外部）性质属性的正中反向的转换。黎曼函数零点猜想与朗道-西格尔零点猜想，具有同构一致的黎曼函数对应无量纲圆对数，表现了它们共享的性质属性具有“相反、互补”特征。

其中：黎曼函数转换为无量纲圆对数，满足无量纲圆对数独有的“偶数性‘无穷公理’对称与不对称的平衡交换机制”，带动了黎曼函数各个层幂次元素的平衡交换组合。这是中国圆对数团队首次发现的“宝藏”。

黎曼函数各个层次的组合（加组合-乘组合）在无量纲圆对数的表现：“加组合”为圆对数因子的算术相加，“乘组合”为圆对数幂函数因子的算术相加。

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(Z\pm S)}=\{X^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$



圆对数总和：

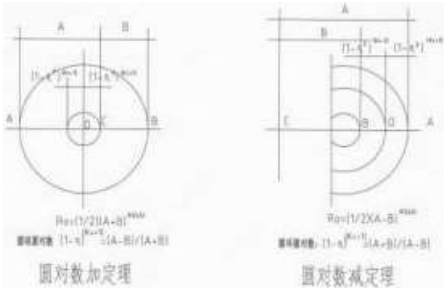
$$(1-\eta^2)^K=\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}=\sum(1\pm\eta^2)^{(K=-1)(KW=\pm1)}=\{0,2\}^{K(Z\pm S)};$$

偶数性圆对数中心零点：$(1-\eta_C{}^2)^K=\prod(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^K=\{0,1\}^K;$

黎曼函数零点猜想对应的圆对数：$(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$

朗道-西格尔零点猜想对应的圆对数：$(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}$

黎曼函数零点猜想$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}$（单连通、圆球）与朗道-西格尔零点猜想$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}$（多连通、圆环）具有偶数的对称与不对称的互逆与互补性。



（图 5.1）单连通的正反向椭圆　　（图 5.2）朗道-西格尔对应的（圆球）与（圆环）

前者称无量纲圆对数“加组合”，后前者称无量纲圆对数“减组合”(图 5.2)。

5.2、朗道-西格尔零点与黎曼函数零点的圆对数证明

圆对数证明：朗道-西格尔零点是黎曼函数表现的“单连通-圆球零点（称一个内零点）与双连通-圆环零点（称二个内外零点）”。（图 5.1）（图 5.2）

5.2.1、证【1】无量纲圆对数几何图形证明

二维平面上，选择一个任意点为圆心 O，分别以(a≥b)作二个同心圆：

圆半径(Oa≥Ob)，(a≥b)之间为(a-b)的“圆环”，

圆环半径 $R_2=(1/2)(a-b)$，

对应圆对数：$(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}$ ，

圆环内部为圆面直径：2・(Ob)=(2a-2b)/(2a+2b)

对应圆对数$(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$ ，

圆球半径 $R_2=(1/2)(a+b)$，

（1）、黎曼 ζ 函数(K=-1)(kw=-1)(K=-1)(kw=+1)(单连通、圆球)对应(K=-1)(kw=-1)(多连通、圆环)

（2）、朗道-西格尔零点有二个中心点：

其一：由 $(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}$ 对应圆环半径 $R_2=(1/2)(a-b)$，为“圆环中心零线称圆环中心轴线，以及圆环轴线上中心零点”，圆环(a-b)对应圆面半径 $R_1=(1/2)(a+b)$称外中心零点 O_1,

其二：由 $(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=2\cdot[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$圆环外半径 R_1 对应“圆面中心零线的圆面 2・(Oab)中心零线，以及圆面中心轴线上的圆面中心零点 O_1”。中心零点 O_1 与圆环外中心零点为 O_2 重合。称“双连通”。

其三：黎曼函数“单连通”圆面空间中心零点 O 对应黎曼函数“中心轴线（临界点）$(1-\eta_O^2)$的中心零点 O”与“圆面（圆环外部、“单连通”）中心轴线上的圆面中心零点 O_1”与“圆环外部中心轴线的曲率中心零点 O_2”一致重合。

$$(1-\eta_{[O]}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=[(b+b)/(a+a)]^{(K=-1)(Kw=+1)}=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$

表明了朗道-西格尔零点与黎曼函数零点的无矛盾的一致性，仅仅是黎曼 ζ 函数为 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$）描述的区域具有互逆性的不同。

但是，无量纲圆对数对应几何图形具有“公理化”或“几何-代数公理化”，具有直观性和可理解的逻辑性。但是“几何-代数公理化”，仍然需要证明它们可靠性。

这样还是需要第三方无穷构造集的无量纲圆对数构造“偶数性”的‘无穷公理’机制的严格证明。

5.2.2、证【2】无量纲圆对数代数公式证明

以黎曼 ζ 函数转换为第三方构造集：无量纲圆对数证明，任任“代数-几何”自身体系都不能证明其内部自身的“真伪”，困难在于无穷构造中处处存在（解析度 2 下）“偶数性的共轭不对称性”，没有找到以第三方构造身份证明“偶数性共轭的对称与不对称性的平衡交换机制”。

由于传统的黎曼 ζ 函数本身“$\zeta(S_0^{-1})=\zeta(S_0^{-1})^{(K=+1)}$”存在性质属性不明确的描述，改进为新的（广义黎曼函数定义黎曼 ζ 函数为 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$）表示全体由素数组成的函数，称负幂黎曼函数。即黎曼函数的性质属性与函数元素的一致性，其中，性质属性 K 控制黎曼函数的“偶数性的共轭互逆不对称性”。确保黎曼 ζ 函数可以转换为无量纲圆对数确保黎曼 ζ 函数的收敛性及稳定性，与前述的黎曼函数的圆对数证明是一致的。

证明黎曼函数 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$对应的“朗道-西格尔零点猜想(“双连通”圆环空间内部)$\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=-1)}$”(“双连通”圆环空间外部)$\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=+1)}$”与黎曼函数零点猜想 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=+1)}$可以在同一个区域(称圆环的外部)重合成立，没有矛盾。

黎曼 ζ 函数$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$，数论中任意多个足够大的素数，与联系的性质属性组成定义。

黎曼 ζ 函数(乘)特征模$\{^{KS}\sqrt{X}\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$：多个足够大的素数连“乘组合”组成素数函数正中反单元体。

$$\{^{KS}\sqrt{X}\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S))}=\prod\{X_1{}^SX_2{}^S\cdots X_S{}^S\}^K$$
$$=[^{KS}\sqrt{\{X_1{}^SX_2{}^S\cdots X_S{}^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$

黎曼 ζ 函数(加)特征模$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S))}$多个足够大的素连“加组合”组成素数函数(正中反均值函数)单元体。

$$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S))}=\sum[((P-1)!/(S-0)!)]^K\prod_{[Z\pm(S=p)]}\{X_1{}^SX_2{}^S\cdots X_P{}^S+\cdots\}^K。$$

黎曼 ζ 函数性质属性 K： K=k(±1,±0)，Kw=(±1,±0)K·Kw=(+1,±0,±1,-1)：

黎曼 ζ 函数乘与加组合，转换为无量纲圆对数及性质属性：

$$(1-\eta^2)^K=[\{^{KS}\sqrt{X}\}/\{X_0\}]^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

其中：黎曼 ζ 函数$\{X\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$中，分别为黎曼函数以及对应的朗道-西格尔零点。

朗道-西格尔零点有二个内容：

（1）、$\{X\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$对应$\{X\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$（双连通、圆环），

（2）、$\{X\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$对应$\{X\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$（单连通、圆球）；

前述的黎曼 ζ 函数零点猜想证明，归纳状态与形式完全一致性，区别在于“幂函数的性质属性”。

当：已知 $[\{^{KS}\sqrt{X}\}$和$\{X_0\}]^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$二个变量函数，就可以转换为统一的无量纲圆对数关系进行分析：

$$\{X^S\}^{(\mathbf{K=-1})(KW=\pm1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

其中：$\{X^S\}^{(K=\pm1)}$称广义黎曼函数，$\{X^S\}^{(K=-1)}$称黎曼 ζ 函数，通过性质属性分别控制黎曼函数各子函数结构。

(K=±1)表示广义黎曼 ζ 函数外部完备性的跳跃过渡形式，特征：函数中心点与周围独立素数的同步变化，

圆对数中心零线（临界线）满足外部偶数性的函数不对称性函数转换为无量纲对称性。

(KW=±1)表示广义黎曼ζ函数内部相容性性的连续过渡形式，特征：函数中心点与周围独立素数之间的数值与位置的关系，圆对数中心零线（临界线）满足内部偶数性的函数不对称性函数转换为无量纲对称性。

黎曼函数性质属性(K=±1)•(KW=±1)以方程式运算（包含三维空间的五维复分析[Q=*jik*+*uv*]，五维复分析包含在三维物理空间内有三维的对应（单连通、圆球、进动）与二维的对应（双连通、圆环、旋转）。

这样，证明黎曼函数中心零点猜想与朗道-西格尔零点猜想，具有共轭互逆性的存在性。

5.2.3、证【3】黎曼函数与朗道-西格尔零点猜想的互逆同构一致性的存在

证明目的：黎曼函数在总素数元素不变下，（单连通、圆球）与（双连通、圆环）平衡交换机制成立？如果成立，黎曼函数中心零点猜想与朗道-西格尔零点猜想的互逆一致性的存在，没有矛盾。

设：已知的边界函数$\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$和特征模$\{D_0\}$二个变量函数就可以进行分析：

黎曼ζ函数{X}在解析度 2 条件下，分解为共轭二个互逆不对称性子函数$\{X_A\}$与$\{X_B\}$，选择“五元数”{A,B,C,D,E}其无量纲‘无穷公理的“偶数性”的不对称性中心零点在(三维进动[**jik**]){ABC}(O)（二维旋转[**uv**]）{DE}之间。幂函数写成：[Q=*jik*+*uv*]。

[预证明]:证明实现平衡交换组合（分解）的原理：

五元数方程与圆对数关系：

$$\{X\pm^{K(S)}\sqrt{D}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数}))/t}$$

$$=A\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0))/t}\pm B\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=1))/t}+\cdots+P\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm\pm(q=P-1))/t}+\cdots+\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$$

$$=(1-\eta^2)^K[(0,2)\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0,1,2,3\cdots^{素数})};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm1)}=\{0,1\},$$

其中：方程式的(0,2)表示二个黎曼函数的组合（加(减)组合、乘（除）组合），(0)为零平衡，(2)为偶平衡，

若：选择五元数，其共轭二个互逆不对称性子函数(三维进动){X_{ABC}}与(三维旋转)(二维进动){X_{DE}}不能实现平衡交换，通过无量纲圆对数解决：

$\{X_{[A]}\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t}$；$\{X_{[BC]}\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t}$；

平衡交换机制：

$$\{X_{[ABCDE]}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=\boldsymbol{jik+uv}]\pm(q=5))/t}$$

$$=\{X_{[ABC]}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=\boldsymbol{jik+uv}]\pm(q=3))/t}$$

$$+\{X_{[DE]}\}=(1-\eta^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=\boldsymbol{jik+uv}]\pm(q=2))/t};$$

其中：五元数解析度中心点分解为二个不对称子集，通过无量纲圆对数转换为“偶数性”的二个圆对数对称性：

“朗道-西格尔零点猜想”分别有（单连通、圆球）与（双连通、圆环）平衡机制（具有相同的圆对数偶数性）：

$$\{X_{[ABC]}\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik]\pm(q=3)}$$

$$\{X_{[DE]}\}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=uv]\pm(q=2)};$$

$$|\{X_{[ABC]}\}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=+1)}|=|\{X_{[DE]}\}=(1-\eta_{[DE]}{}^2)^{(Kw=-1)}|;$$

其中：$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(Kw=+1)}$与$(1-\eta_{[DE]}{}^2)^{(Kw=+1)}$具有中心零点对称性二侧的平衡对称性，可以实现交换组合。

“偶数性”不对称平衡交换规则（含黎曼函数各个层次与组合）：

$$\{X_{[ABC]}\}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm(q)=1)/t}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABCDE]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABCDE]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABCDE]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm(q=3))/t}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[DE]}{}^2)^K\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[(q=2))/t}=\{X_{DE}\};$$

$$\{X_{[ABC]}\}^{(Kw=+1)}\leftrightarrow\{X_{[ABCDE]}\}^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow\{X_{[DE]}\}^{(Kw=-1)};$$

其中：(1)、分解“三维进动”；（适应单连通‘圆球’的三维中心零点进动，位值处于圆环外中心点）

$$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[(q=3))/t}$$

$$=[(1-\eta_{[A]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}+(1-\eta_{[B]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}] \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[(q=3))/t}$$

(2)、分解“二维旋转”；（适应单连通‘圆球’的三维中心零点进动，位值处于圆环中心轴线（圆环临界线））

$$(1-\eta_{[D]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[(q=2))/t}$$

$$=[(1-\eta_{[D]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}+(1-\eta_{[B]}{}^2)^K \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}] \bullet \{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[(q=3))/t}$$

也就是说：上述证明：$\{X_{[ABC]}\}\leftrightarrow\{X_{[DE]}\}$之间的对称性成为无量纲圆对数的“偶数性”平衡交换组合机制，具有可靠、可行、零误差。

【证】

（1）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“加定理”,

特征模$\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)}=(1/2)[\{X_A\}+\{X_B\}]$;

$$\{X+^{K(S)}\sqrt{D}\}=[\{X_A\}-\{X_B\}]/[\{X_A\}+\{X_B\}]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$

$$=(1-\eta_{[ABCDE]}{}^2)^K[(2) \bullet \{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q=5))/t};$$

其中：朗道-西格尔零点猜想：分别有单连通、圆球、加定理：存在一个共享特征模称 $\boldsymbol{\zeta(X_0)^{(K=-1(Kw=-1)}}$，分别收敛于一个圆球（即圆环外部）点中心**{0}**：

（2）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“减定理”,

特征模：$\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}=(1/2)[\{X_A\}-\{X_B\}]$;

$$\{X-^{K(S)}\sqrt{D}\}=[\{X_A\}+\{X_B\}]/[\{X_A\}-\{X_B\}]^{(K=-1)(Kw=-1)}$$

$$=(1-\eta_{[ABCDE]}{}^2)^K[(0) \bullet \{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

其中：朗道-西格尔零点猜想：存在一个共享特征模称 $\boldsymbol{\zeta(X_0)^{(K=-1(Kw=-1)}}$，分别收敛于一个圆环外部点中心**{0}**和一个圆环内部轴中心线**{1}**：

（4）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“平衡交换组合”机制 ：

$$\{X\pm^{K(S)}\sqrt{D}\}$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^K[(0\leftrightarrow2) \bullet \{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q=3))/t}$$

$$+(1-\eta_{[DE]}{}^2)^K[(0\leftrightarrow2) \bullet \{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q=2))/t};$$

第一个中心零线为圆环中心轴线朗道-西格尔零点，适应圆环内部$(1-\eta_{[DE]}{}^2)^K=\{-1,0,+1\}$

$$(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}\rightarrow\{0(\text{中心零点}),\pm1(\text{圆环中心轴线}),\pm1(\text{圆环边界线})\};$$

圆环第二个中心零点为圆环中心轴线朗道-西格尔零点，适应圆环外部$(1-\eta_{[ABC]=[DE]}{}^2)^K=\{-1,0,+1\}$

$$(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}\rightarrow\{0(\text{中心零点}),\pm1(\text{圆环中心轴线为边界线})\};$$

也就是说，黎曼函数（外部、负幂函数）(K=-1)与哥德巴赫猜想（外部、正幂函数、调和函数）(K=+1)互逆；黎曼函数内部的（正向）(K=-1)(Kw=+1)可见黎曼函数“加定理”与（负向）(K=-1)(Kw=+1)可见黎曼函数“减定理”朗道-西格尔零点猜想互逆。

方程式中广义黎曼函数,分别对应边界函数 D^K,可以分解为一个共享数值特征模（正中反均值函数）$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$和无量纲位值一个圆对数$(1-\eta^2)^K$，定性-定量地描述特征模中心点及圆对数中心零点与周围或多个素数之间的关系。圆对数控制在{0,1/2,1}范围内，以$(1/2)^{K(Z\pm S)}$为圆对数中心零点，趋近于共轭中心零点对称性的正反向（偶数）展开。圆对数统一解决黎曼零点猜想、哥德巴赫猜想、朗道-西格尔零点猜想，解决单连通（圆球）与双连通（圆环）空间同时存在的互逆性难题。

同构互逆性圆对数很容易推导圆对数计算规则：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}\cdot(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2))^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1-\eta^2))^{(K=-1)(Kw=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta)^{(Kw=+1)}\cdot(1+\eta)^{(Kw=-1)};$$
$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}\rightarrow\{0,1/2,1\}或\{-1,0,+1\};$$

圆对数具备完备性与相容性为一体的无穷构造集：

（1）、以圆对数中心零点跳跃过渡方式向二侧对称性展开，确保中心零点稳定性。

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm Q\pm(N)+(q))/t}=\{0\ 或(1/2)或\ 1\}^{K(Z\pm[S=2,3]\pm(q))/t};$$

（2），以圆对数中心零点连续过渡方式向二侧对称性展开，确保中心零点稳定性。

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm Q\pm(N)+(q))/t}=\{0\ 到(1/2)到\ 1\}^{K(Z\pm[S=2,3]\pm(q))/t};$$

圆对数二维复分析：

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-i\ \eta^2)^{(K=\pm1)}+(1+i\ \eta^2)^{(K=\pm1)};$$

对应二维$\{2\}^{2n}$四元数(+1η，-1η，+$\boldsymbol{i}$η，-$\boldsymbol{i}$η),四象限空间，建立二维平面直角坐标系的中心零点为圆对数共轭对称性变值。

圆对数三维复分析：

$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm1)}=j\ (1-\eta^2)^{(K=+1)}+i(1-\eta^2)^{(K=-1)}+k(1-\eta^2)^{(K=-1)},$$
$$(1-\eta_{[jik]}^2)^{(Kw=\pm1)}=ik(1-\eta^2)^{(K=+1)}+ki(1-\eta^2)^{(K=-1)}+ij\ (1-\eta^2)^{(K=-1)};$$

交换规则：

满足三维四元数八象限空间，见三维复分析推导。

$$\boldsymbol{jik}=(\pm1,\pm0),\ \boldsymbol{ik}=(\pm1,\pm0)(\boldsymbol{j}),\ \boldsymbol{kj}=(\pm1,\pm0)(\boldsymbol{i}),\ \boldsymbol{ji}=(\pm1,\pm0)(\boldsymbol{k}),$$

其中：(0)表示三维直角坐标系共轭中心原点，(±1)表示三维直角坐标系边界，平面法向线与轴线互逆。

5.3、广义黎曼函数零点之间相互关系

已知黎曼函数三个要素$\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$、$\{D_0\}$、$(1-\eta^2)^K$中的任意二个，就可以对黎曼函数进行三维网络空间动态复分析。

所说的广义黎曼函数是指传统黎曼函数赋予“性质属性”的控制，成为广义黎曼函数，分别提取数值特征模和位值圆对数，转换为无量纲构造特有的“偶数性”对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制，进行圆对数的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”的分析。

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{X_0^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)};$$

临界线对应特征模$\{D_0\}^{K(S)}$；$(1-\eta_{[C]}^2)^K=\{0,\ 1\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$；

临界点对应特征模$\{D_0\}^{K(1)}$；$(1-\eta_{[C]}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm(Sq=1)}$；

圆对数中心零点之间，具有相互联系的关系，分别对应：广义黎曼函数零点转换，黎曼零点猜想，朗道-西格尔第一个零点猜想：朗道-西格尔第二个零点猜想，哥德巴赫猜想，孪生素数零点猜想等。

零点具有“平衡”功能的重要因素，是‘无穷公理’的核心机制，没有平衡。就没有后面的对称与不对称、随机与不随机的“交换、组合（加（减）组合、乘（除）组合）”。迄今为止，传统数学都没有很好地解决“中心零点”问题，采用“逼近计算”失去了属性本性和演绎的正确性。

（1）、当：(K=±1)为广义黎曼函数（正中反幂函数）解决广义黎曼函数正中反的零点转换问题。

$$\{X^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(K=-1)S}+X_2^{(K=-1)S}+\ldots+X_S^{(K=-1)S}\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\prod[^S\sqrt{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}=\{X^S\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数(K=±1)转换为圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^K=\{0,\ 2\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零点（临界点）对应特征模中心点：

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm0)(Z\pm S)};$$

对应广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$；

（2）、当：(K=-1)为黎曼函数（负幂函数）黎曼函数（零点）猜想，

根据下述联立方程很容易获得：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(K=-1)S}+X_2^{(K=-1)S}+\ldots+X_S^{(K=-1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}=1;$$

黎曼函数(K=-1)圆对数中心零点为：

$$(1-\eta^2)^K=\{1/2\}；适应\{0,1\}；$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0\}；适应\{-1,+1\}；$$

黎曼函数(K=-1)转换为圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^K=\{0，2\}^{(K=-1)\mathbf{(KW=\pm1)}(Z\pm S)};$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0，1\}^{(K=-1)\mathbf{(KW=\pm0)}(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零点（临界点）对应特征模中心点：

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=\pm0)(Z\pm S)};$$

其中：广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$；

（3）、当：(K=-1)(Kw=+1),为黎曼函数（单连通、圆球），解决朗道-西格尔第一个零点猜想：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(Kw=+1)S}+X_2^{(Kw=+1)S}+\ldots+X_S^{(Kw=+1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}),$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=-1)(K=+1)};$$
$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=+1)};$$

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=-1)(Kw=+1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）。称“圆对数加定理”。

（4）、当：(K=-1)(Kw=-1),为黎曼函数（双连通、圆环）解决朗道-西格尔第二个零点猜想：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(Kw=-1)S}+X_2^{(Kw=-1)S}+\ldots+X_S^{(Kw=-1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}=\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{(K=-1)(Kw=-1)};$$
$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=-1)};$$

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线、圆环中心零线）、中心零点（临界点）。称“圆对数减定理”。

（5）、当：(K=+1)(Kw=±1),为广义黎曼函数（正幂函数），解决哥德巴赫猜想：

$$\{X^S\}^{(K=+1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(K=+1)S}+X_2^{(K=+1)S}+\ldots+X_S^{(K=+1)S}\}^{(K=+1)}$$

$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=+1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}=\{X^S\}^{(K=+1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{(K=+1)(KW=\pm1)};$$
$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=+1)(KW=\pm1)};$$

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=+1)(Kw=-1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线、圆环中心零线）、中心零点（临界点）。称“（称零平衡、偶平衡幂函数）”。

（6）、当：(K=±1),为偶数性平衡黎曼函数。分别称“（零平衡（减平衡）、偶平衡（加平衡）”。

$$\{X^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(K=\pm1)S}+X_2^{(K=\pm1)S}+\ldots+X_S^{(K=\pm1)S}\}^{(K=\pm1)}$$
$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}=\{X^S\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$
$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线的平衡对称性中心零线）。

（7）、当：(K=±0),为互逆性转换黎曼函数（函数、线、点对称性转换点）

$$\{X^S\}^{(K=\pm0)(Kw=\pm0)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1^{(K=\pm0)S}+X_2^{(K=\pm0)S}+\ldots+X_S^{(K=\pm0)S}\}^{(K=\pm0)}$$
$$=\prod[\sqrt[S]{\{X_1^S,X_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)},$$

分别对应广义黎曼函数特征模（正中反幂函数）$\{X_0^S\}^{(K=\pm0)(Kw=\pm0)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线的平衡转换对称性中心零线）、中心零点（临界点的平衡转换对称点）。

5.4、“零点猜想”与无量纲圆对数证明结论

黎曼函数“零点”猜想内容：广义黎曼函数、黎曼函数、哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想的（外部、内部）存在无量纲的偶数性共轭互逆对称与不对称性的平衡转换机制，都受到无量纲构造的圆对数及性质属性的控制，具有高稳定性、零误差、高可判定性优越性。

特别的，黎曼函数具有广泛应用前景：几乎所有的任意（合理的、友好的、正则化）函数都能够与广义黎曼函数联系。四个“零点猜想”都采用了第三方公正性的无量纲圆对数构造集，证明：

（1）、黎曼函数零点猜想与哥德巴赫猜想（含孪生素数猜想）证明具有[K=-1 与 K=+1]互逆性。分别成为无量纲圆对数构造（乘（除）定理与加（减）定理）的互逆性平衡交换关系。

（2）、黎曼函数零点猜想与朗道-西格尔零点猜想）证明具有(K=-1)·[(Kw=-1 与 Kw=+1)]互逆性。分别成为无量纲圆对数的（单连通、圆球）与（多连通、圆环）互逆性平衡交换关系。

无量纲圆对数构造证明：任意不对称性的对象（数值、数字、函数、事件）甚至包括物理对象之间存在的对称与不对称性，是不能直接平衡转换（包括数描述的组合、分解），只能通过一种最抽象、最基本的无量纲圆对数的“偶数性”，同圆对数对称的因子条件下，出现随机与不随机地带动了对象（数值、数字、函数、事件、空间）的转换。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性特征。

无量纲圆对数以第三方无穷构造集身份公正、客观、可靠地分析：“减与加”、“乘与加”“中心零线（临界线），中心零点（临界点）偶数性二侧互逆的平衡交换机制”。带动了整数、复杂多项式与简单多项式、空间数学结构、体系的同构一致的计算时间，成为偶数性的平衡交换机制。具体地说，可以适应“圆球与圆环”、“椭圆与正圆”、“任意函数与均值函数”、“任意几何空间与正圆模式空间”、高维与低维空间、概率-拓扑之间的共轭互逆对称性，在$\{3\}^{2n}$范畴的平衡交换。其中还涉及“庞加莱拓扑猜想”（单连通/双连通）“费马大定理

（含不等式）以及各种中心零点的共轭互逆平衡对称性转换，以及数学、哲学的“对称逻辑”对应的无量纲组合、分解的完整性分析。

还可以根据无量纲圆对数空间及原理，解释物理学的速度、加速度、动能、能量、力，随机与不随机、波粒二重性、正反现象的转换、甚至可能解释许多自然现象，以及还没有搞明白的“暗物质（数学称概率）、暗能量（数学称拓扑）、黑洞（数学称中心零线（临界线）中心零点（临界点））”、“宇宙演变”、“超距离纠缠（幽灵粒子）”、“微观的原子构造与作用”，“信息密码”、“经典（引力、电磁、热力）计算、“量子计算”、“人类思维与认知”，……等等，都可能转换为无量纲语言定义的“圆对数空间”进行统一的无量纲构造分析。开启了“无关数学模型、没有具体（质量）元素内容的零误差逻辑化算术计算”，成为新的数学基础理论和计算工具。

这个无量纲数学构造，极大地震惊、改造、重整、重塑西方国家 400 年来建立的数学结构，开启了最抽象、最深刻、最基本的“无量纲构造”新数学历史时期。

6、无量纲圆对数与数论的衔接

6.1、数论的背景

6.1.1、数论的发展史

目前，数论是纯粹数学的分支之一，主要研究正整数的性质及其有关的规律。主要研究整数的性质。整数可以是方程式的解(丢番图方程)。有些解析函数(像黎曼 ζ 函数)中包括了一些整数、质数的性质，无量纲圆对数后来增加了“性质属性”，可以包含“分数、有理数、无理数、三维复数，超级基数”等对象，透过这些对象可以了解一些数论的问题。建立实数和有理数和对象的无量纲构造联系，摒弃了传统有理数来逼近实数(丢番图逼近)，实现零误差计算与分析。其高精确性零误差可以达到 10^{222} 宇宙级别，这个级别表示了宇宙的真正归宿——高混沌的煲汤。

按研究方法来看，数论大致可分为初等数论和高等数论。初等数论是用初等方法研究的数论，它的研究方法本质上说，就是利用整数环的整除性质，主要包括整除理论、同余理论、连分数理论。高等数论则包括了更为深刻的数学研究工具。它大致包括代数数论、解析数论、计算数论等数学结构。

公元前 500 年，中国古数学商时期《孙子算经》的筹算记数法有“十进制”，指出数字有“数值和位值”二种内涵，明确指出“凡算之法，先识其位”。（图 6.1）

公元前 300 年，古希腊数学家欧几里德证明了有无穷多个素数，公元前 250 年古希腊数学家埃拉托塞尼发明了一种寻找素数的埃拉托斯特尼筛法。寻找一个表示所有素数的素数通项公式，或者叫素数普遍公式，是古典数论最主要的问题之一。

数论从早期到中期跨越了 1000-2000 年时间，除了中国的“同余式”几乎是空白。中期主要指 15-16 世纪到 19 世纪，是由费马，梅森、欧拉、高斯、勒让德、黎曼、希尔伯特等人发展的。

内容是寻找素数通项公式为主线的思想，开始由初等数论向解析数论和代数数论转变，产生了“皮亚诺公理”，留下了越来越多的数学猜想无法解决许许多多的困难还是依赖素数通项公式，例如黎曼猜想。如果找到一个素数通项公式，一些困难问题就可以由解析数论转回到初等数论范围。

(图 6.1） 2500 年前《孙子算经》的数码（图片引自网络）

18 世纪末，历代数学家积累的关于整数性质零散的知识已经十分丰富了，但是仍然没有找到素数产生的模式。德国数学家高斯集中前人的大成，写了一本书叫做《算术研究》，1800 年寄给了法国科学院，但是法国科学院拒绝了高斯的这部杰作，高斯只好在 1801 年自己发表了这部著作。这部书开始了现代数论的新纪元。在《算术研究》中，高斯把过去研究整数性质所用的符号标准化了，把当时现存的定理系统化并进行了推广，把要研究的问题和已知的方法进行了分类，还引进了新的方法。高斯在这一著作中主要提出了同余理论， 并发现了著名的二次互反律， 被其誉之为"数论之酵母"。由于“数值分析”和以后的“逻辑分析”，一开始都忽略了“位值作用”，意味着 400 年来西方国家的数学体系是不牢固的。

6.1.2、数论的内容

当前传统数学体系数论内容有：

初等数论：主要就是研究整数环的整除理论及同余理论。此外它也包括了连分数理论和少许不定方程的问题。本质上说，初等数论的研究手段局限在整除性质上。

解析数论：借助微积分及复分析(即复变函数)来研究关于整数的问题，主要又可以分为乘性数论与加性数论两类。乘性数论藉由研究积性生成函数的性质来探讨素数分布的问题，其中质数定理与狄利克雷定理为这个领域中最著名的古典成果。加性数论则是研究整数的加法分解之可能性与表示的问题，华林问题是该领域最著名的课题。

黎曼在研究 ζ 函数时，发现了复变函数的解析性质和素数分布之间的深刻联系， 由此将数论领进了分析的领域。这方面主要的代表人物还有英国著名数论学家哈代、李特伍德、拉马努金等等。在国内，则有华罗庚、陈景润、王元等等。

代数数论：将整数环的数论性质研究扩展到了更一般的整环上，特别是代数数域。一个主要课题就是关于代数整数的研究，目标是为了更一般地解决不定方程求解的问题。其中一个主要的历史动力来自于寻找费马大定理的证明。所以又发展出了代数数论的研究课题。比如库默尔提出了理想数的概念——可惜他当时忽略了代数扩环的唯一分解定理不一定成立。

高斯研究了复整数环的理论--即高斯整数。他在 3 次情形的费马猜想中也用了扩环的代数数论性质。代数数论发展的一个里程碑，则是希尔伯特的《数论报告》。

几何数论：主要在于通过几何观点研究整数(在此即格点， 也称整点)的分布情形。最著名的定理为 Minkowski 定理。这门理论也是有闵科夫斯基所创。对于研究二次型理论有着重要作用。

计算数论：借助电脑的算法研究数论的问题，例如素数测试和因数分解等和密码学息息相关的课题。

超越数论：研究数的超越性，其中对于欧拉常数与特定的 riemann ζ 函数值之研究尤其令人感到兴趣。此外它也探讨了数的丢番图逼近理论。

组合数论：利用组合和机率的技巧，非构造性地证明某些无法用初等方式处理的复杂结论。这是由保罗·艾狄胥开创的思路。比如兰伯特猜想的简化证明。

算术代数几何

这是数论发展到目前为止最深刻最前沿的领域， 可谓集大成者。它从代数几何的观点出发，通过深刻的数学工具去研究数论的性质。比如怀尔斯证明费马猜想就是这方面的经典实例。整个证明几乎用到了当时所有最深刻的理论工具。当代数论的一个重要的研究指导纲领，就是著名的郎兰兹纲领。

上述传统方法之外，也有其他一些研究数论之法， 但是没有完全得到数学家的认可。比如有物理学家，通过量子力学方法声称证明了黎曼假设。

无量纲圆对数

400 年来西方国家建立的数学、哲学体系，没有按照“先识其位”的研究方法，直接进行数值分析或逻辑分析，可是数值及逻辑对象之间不能直接进行交换，采用的公理化没有数学证明，基础不牢固。

事实：无量纲圆对数构造以一个简单公式解决一系列传统数学复杂问题，意味着西方国家的数学确实走

了一段“弯曲之路”。大家不得不又回重新认识中国古数学“先识其位”、“二生三，三生万物”。意味着国内外数学家都不得不在“无量纲位值圆对数$(1-\eta^2)^K$”同一条起跑线重新开始，开启了无量纲构造数学历史新时期。

6.1.3、数论的探索

目前，数论中采用了皮亚诺公理“1+1=2”偶数性的二个素数之和为偶数，属于“偶数性的对称性”和“1+2=3”（偶数性的三个素数之和为奇数，属于“偶数性的不对称性”，其中三个素数中包含孪生素数。最好的成果是中国陈景润的“1+2”，还差一点点的完成“1+1=2”，“1+2=3”的哥德巴赫猜想。

另外一个最好的成果是：证明"弱孪生素数猜想"。美国新罕布什尔大学数学家张益唐经过多年努力，在不依赖未经证明推论的前提下，率先证明了一个"弱孪生素数猜想"，即"存在无穷多个之差小于 7000 万的素数对"。

2019 年 4 月 17 日，他将论文投稿给世界顶级期刊《数学年刊》。美国数学家、审稿人之一亨里克·艾温尼科评价说:“这是一流的数学工作”，他相信不久会有很多人把"7000 万"这个数字"变小"。之后，陶哲轩组织了一个线上项目，利用张益唐的结果，继续缩小间距的数值。到目前为止，已经证明了差为 246 的情形（即存在无穷多个素数对，使得它们的差不大于 246）。

英国数学家戈弗雷·哈代和约翰·李特尔伍德曾提出一个"强孪生素数猜想"。这一猜想不仅提出孪生素数有无穷多对，而且还给出其渐近分布形式，解开"弱哥德巴赫猜想"。 5 月 13 日，秘鲁数学家哈拉尔德·赫尔弗戈特在巴黎高等师范学院宣称：证明了一个"弱哥德巴赫猜想"，即"任何一个大于 7 的奇数都能被表示成 3 个奇素数之和"。他将论文投稿给全球最大的预印本网站(arXiv);有专家认为这是哥德巴赫猜想研究的一项重大成果。不过，其证明是否成立，还有待进一步考证。

赫尔弗戈特在论证技术上主要使用了哈代-李特尔伍德-维诺格拉多夫圆法。在这一圆法中，数学家创建了一个周期函数，其范围包括所有素数。

1923 年，哈代和李特尔伍德证明，假设广义黎曼猜想成立，三元哥德巴赫猜想对充分大的奇数是正确的；

1937 年，苏联数学家伊万·维诺格拉多夫更进一步，在无须广义黎曼猜想的情形下，直接证明充分大的奇数可以表示为 3 个素数之和。

英国数学家安德鲁·格兰维尔称，不幸的是，由于技术原因，赫尔弗戈特的方法很难证明"强哥德巴赫猜想"，即"关于偶数的哥德巴赫猜想"。如今数学界的主流意见认为：要证明强哥德巴赫猜想，还需要新的思路和工具，或者在现有的方法上进行重大的改进。

在中国近代，数论也是发展最早的数学分支之一。从二十世纪三十年代开始，在解析数论、丢番图方程、一致分布等方面都有过重要的贡献，出现了华罗庚、闵嗣鹤、柯召、陈景润、潘承洞等第一流的数论专家。其中华罗庚教授在三角和估值、堆砌素数论方面的研究是享有盛名的。1949 年以后，数论的研究的得到了更大的发展。陈景润、王元等在"筛法"和"哥德巴赫猜想"方面的研究，已取得世界领先的优秀成绩;周海中在著名数论难题--梅森素数分布的研究中取得了世界领先的卓著成绩。

随着数学工具的不断深化，数论开始和代数几何群组合理论深刻联系起来， 其中有朗兰兹纲领，最终发展称为当今最深刻的数学理论，诸如算术代数几何， 它们将许多此前的研究方法和研究观点最终统一起来，从更加高的观点出发，进行研究和探讨。

由于近代计算机科学和应用数学的发展，数论得到了广泛的应用。比如在计算方法、代数编码、组合论等方面都广泛使用了初等数论范围内的许多研究成果；又文献报道，有些国家应用"孙子定理"来进行测距，用原根和指数来计算离散傅立叶变换等。此外，数论的许多比较深刻的研究成果也在近似分析、差集合、快速变换等方面得到了应用。特别是由于计算机的发展，用离散量的计算去逼近连续量而达到所要求的精度已成为可能。

到 20 世纪哥德尔不完备性定理，解释了“公理的不证自明”的不可靠性。数学不能依赖“公理”建立，否则数学大厦的基础是不牢固的，具体表现为“一大批世纪性数学难题”不能获得解决或不完整性的解决。特别是

“1931 年以来，数学没有取得实质性进步”（引自美国数学家克莱因《古今数学思想》）。进步的障碍在哪里？克莱因没有明说。

20 世纪末-21 世纪初，中国圆对数团队根据古中国数学的“凡算之法，先识其位”，把“位值-数值”的作为统一概念，认为洛伦兹-爱因斯坦的狭义相对论是最早出现的无量纲萌芽。首次发现“实数和自然数之间“一一对应”的第三种无穷构造集，无量纲语言定义的位值为“无穷构造集的无量纲圆对数”，以及无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机随机与不的‘无穷公理’平衡交换组合机制”。以一个简单的无量纲圆对数公式，统揽了传统数学“数论-代数-几何-群组合理论”以及逻辑代数和哲学模型，在无量纲的{0,±1}分析。

其中有“有量纲系统”定义：是指哥德尔不完备性定理所说的“元素-对象”，能够用具体的单位去量化一一对应的具体的量化指标。

有“无量纲系统”定义：是没有或没法用具体的单位去量化的没有具体的量化指标。

通过第三方无穷构造集证明，获得有量纲的“元素-对象”如数值分析和逻辑分析以及哲学逻辑的“对象”（数字、群组合、代数、几何、函数、空间）之间是不能直接“一一对应”地交换、映射、态射，必须通过‘无穷公理’机制的无量纲圆对数和中心零点（临界线与临界点）的“偶数性的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，进行鉴定、验证、平衡、交换、集合、组合与解析。如通过圆对数中心零点带动当前传统数学所有的“数值与逻辑分析”、“完备性与相容性”、“宏观与微观”进行一体化的无量纲分析。

6.2、数论定理

数论有四大定理包括：费马小定理、威尔逊定理、欧拉定理和中国剩余定理（孙子定理）。

（1）、费马小定理：费马小定理是数论中的一个重要定理，其内容为：假如 p 是质数，且(a,p)=1，那么 a^(p-1)≡1(modp)。也就是说，如果 p 是质数，且 a,p 互质，那么 a 的(p-1)次方除以 p 的余数恒等于质数。

（2）、威尔逊定理：威尔逊定理是数论中的一个重要定理，它提供了判定一个自然数是否为素数的充分必要条件。具体来说，当且仅当 p 为素数时，有(p-1)!≡-1(modp)。这意味着，如果 p 是一个素数，则(p-1)!加上 1 后能够被 p 整除 4。

（3）、欧拉定理：也称费马-欧拉定理或欧拉函数定理，是数论中的一个重要定理。欧拉定理表明，若 n,a 为正整数，且 n,a 互质，即 gcd(a,n)=1，则 $a^{\varphi(n)}\equiv 1 \pmod n$，其中 φ(n)为欧拉函数，表示小于等于 n 的正整数中与 n 互质的数的个数。欧拉定理实际上是费马小定理。

（4）、孙子定理，称中国剩余定理。假设整数 $m_1,m_2,\dots,m_n$ 两两互质，对任意的整数:$a_1,a_2,\dots,a_n$，方程组 S 有解，并可构造得出。构造见词条"中国剩余定理"。

6.2.1、素数的概论

目前，数论讨论对象适应假设整数 $m_1,m_2,\dots,m_n$“1-1，2-2，3-3，p-p 各种组合”的互质。现有的数值分析没有考虑分数及转换，态射没有考虑平衡，现在引入“性质属性”组成群组合的正中反平均值函数，称（分别有乘与加）特征模。

在数论中：任意素数尾数对应的四个圆对数以自然数尾数$(1\pm\eta^2)=5$ 为中心零点{1，3，(5=0)，7，9}互逆对称平衡转换点，组成素数的圆对数分布定理 PNT。

传统素数的定义(又称为质数)：是一个正整数，除了本身和 **1** 以外并没有任何其他因子可以除尽。

（1），在所有比 1 大的整数中，除了 1 和它本身以外，不再有别的约数，这种整数叫做素数或质数。

还可以说成素数只有 1 和它本身两个约数。

（2），素数是这样的整数，可以有“三个自然数平方之和”如 59=12+32+72,梅森素数 2P-1(有 29 个)，费马素数 22^n+1(有 5 个)，有许多数如完全数、裴波那契数列等与素数有关，特征模的整数平均值，即加组合（算术平均值）也可以出现素数。

（3），著名的高斯「唯一分解定理」说，任何一个“整数”，可以写成一串素数相乘的“乘组合”平均值或“几何平均值。

所说的，数论与圆对数衔接是指：“没有具体素数元素”的采用无量纲语言定义的圆对数计算。圆对数证明：素数函数及素数之间不能直接交换，只能转换无量纲位值圆对数，位值表示其所在地的位置，没有具体素数内容，以及通过圆对数中心零线（临界线）中心零点（临界点）对称性的平衡与交换描述。

二个数值元素或逻辑对象为什么不能直接组合的理由和依据。这是整个数学界没有注意其数学严格逻辑性，被“选择公理化”掩盖了真正的数学基础核心，这里以无量纲事实证明给与还原。

也就是说，任何一个整数不仅可以写成一串素数“乘组合”单元体称几何平均值。同时也可以组成“加组合”平均值（算术平均值）单元体。如果全部是素数，称素数函数。平均值统一称“特征模”（正中反均值函数）。

例如 素数尾数{指素数 xx…x 最后一个自然数(1,3,(5),7,9)}是素数必要条件，但是不是所有的素数尾数{(1,3,(5),7,9)}都是素数，可以通过如埃拉多托色尼《筛法》、中国《陈氏定理》、《薛氏筛法》、以及其它方法筛选素数尾数存在的素数，不存在的则为空项。而其它所有的整数尾数”不是素数的，称合成数或合数。

$$(1-\eta_2^2)^K=(1\pm2/5)\cdot\{5\}；\text{对应（3,7）；}$$

$$(1-\eta_4^2)^K=(1\pm4/5)\cdot\{5\}；\text{对应（1,9）；}$$

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=(1\pm5/5)\cdot\{5\}；\text{对应（5,10）；}$$

不属于素数。从这个观点可将整数分为两种，一种叫素数，一种叫合成数。数论讨论的对象是素数。

6.2.2、素数定义

✹定义 6.2.1 数论特征模：无穷中任意有限“K(Z±S)”全体素数的集合，各个素数元素进行不重复的组合，其元素组合形式除以组合的个数（除组合系数），获得的均值函数的集合称“特征模”。特征模有“乘组合”特征模（几何平均值，实数）和加组合（算术平均值，自然数）二种形式。

✹定义 6.2.2 素数元素：无穷中任意有限素数（元素）以及任意可数字化的元素的组合（指乘（除）组合与加（减）组合），$\{q\}\in\{q_1q_2\ldots q_S\}=\{X\}^{K(Z\pm S)}$，基于无量纲圆对数的“组合”仅仅代表素数元素的位置与序列，没有具体（质量）元素的内容的无穷构造集。

✹定义 6.2.3 横向以{5}为中心零点的层次为一元四次方程转换为圆对数（概率）分析与孪生素数（拓扑分析。

✹定义 6.2.4 纵向以{10}为中心零点的段次的为一元高次方程转换为圆对数,组成一个段次分析。

✹定义 6.2.5 素数的（概率素数-拓扑孪生素数）”的单元体：为横向、纵向圆对数方式统计单元体：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=4)}=[(\alpha_x)-(\beta_x)]/[(\alpha_x)+(\beta_x)]=\{0,1\}；$$

$$(1-\eta_{[y]}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=n)}=[(\alpha_y)-(\beta_y)]/[(\alpha_y)+(\beta_y)]=\{0,1\}；$$

✹定义 6.2.6 素数方程判别式：

$$\boldsymbol{\Delta}=(\eta^2)^K=\{^{(n)}\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D}_0}\}^{(0)}=\ldots=\{^{(n)}\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D}_0}\}^{(n)}；$$

其中：圆对数为(乘组合（几何平均值）/加组合（算术平均值）)。

其中：$\{^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D}_0}\}$表示横向四个素数组成的方程式：$\{^{(n)}\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D}_0}\}$表示纵向（N）个素数组成的方程式：

自然数素数尾数分别转换为位值圆对数，只表示素数的在有关层次、位置，没有具体素数数值内容。

但是位值圆对数个数可以与素数个数对应同时存在，即一个素数对应的素数尾数都有一个层次、位置所在地。

✹定义 6.2.7 幂函数：是与素数层次为底的幂函数：$\{X\}^{K(Z\pm(S=g+s+b+q+w)\pm\ldots)/t}$，(分别表示个十百千万……层次)。

单元素数$\{1,3,(5=0),7,9\}^{(Z\pm S)}$分别对应$(1-\eta_4^2)^K$ 与$(1-\eta_2^2)^K$；

$$(1，9)：(1\pm\eta_{[x]4}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm4/5)\cdot\{5\}；$$

$$(3，7)：(1\pm\eta_{[x]2}^2)^K=(1\pm2/5)\cdot\{5\}；$$

孪生素数{1,3}，{7,9}分别对应$(1\pm\eta_{(4,2)}^2)^{K(Z\pm S)}$

$$\{1，3\}(1-\eta_{[x]4,2}^2)^{K(Z\pm S)}=(1-(4,2)/5)\cdot\{5\}^{(2)}；$$

$$\{\underline{7，9}\};(1+\eta_{[x]\underline{(2,4)}}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1+(2,4)/5)\cdot\{5\}^{(2)};$$

空白素数{0，0，（5=0），0，0}特征模对应$(1-\eta_{[x]0}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm0/5)\cdot\{5\}$；

（1）、横向（行）层次

$$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}=\{^{(4)}\sqrt{D/D_0}\};$$

数值层次写在幂函数里，为四个圆对数元素的“乘组合 **D**”，“特征模{5}”为中心零点{1,3,7,9}四个素数群，进行“四色定理或”或“一元四次方程”解析。对应横向素数圆对数群$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}$。

其中：“1-1 组合（素数概率）”，“2-2 组合（孪生素数）”，“3-3 组合（素数与孪生素数）”，“0-0 组合（空项）（边界函数）”的四种组合状态。

（2）、纵向（列）为

$$(1-\eta_y{}^2)^{K(Z\pm S)}=\{^{(S)}\sqrt{D/D_0}\}$$

每个在固定的范围内“特征模{10}”分段，“相邻二个圆对数元素”为单位，进行“纵向（列）”的不均匀分布的“圆对数统计”，组成分段的“一元 N 次方程”解析，之后，总段的左右二侧的“二次方程”。选择“1-1 组合（素数概率）”，“2-2 组合（孪生素数）”，“3-3 组合（素数与孪生素数组合）”，“0-0 组合（空项）”，四种组合状态的圆对数。

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z)}=(1-\eta_x{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1-\eta_y{}^2)^{K(Z\pm S)};$$

其中：素数或孪生素数之间通过横向（行）层次圆对数中心零点$(1-\eta_{[x]0}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm0/5)\cdot\{5\}$不对称性分布转换（缩小）为横向的数值因子实现交换。纵向（列）圆对数中心零点$(1-\eta_{[y]0}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm0/10)\cdot\{10\}$不对称性分布转换（缩小）为纵向的数值因子$(\alpha_{qy})$-$(\beta_{qy})$对称性实现平衡与交换。

这样一来，素数各种组合都可以进行素数尾数$(1\pm\eta_4{}^2)^{(K=+1)}=\{1,9\}$；$(1\pm\eta_2{}^2)^K=\{3,7\}$；统计分布的均匀度和有关位置范围的个数。圆对数横向中心零点{5}牢牢地控制素数分析或统计的稳定性。

6.2.3、素数有关规则

黎曼 ζ 函数结合性质属性（调整后）：$\sum(^{S)}\sqrt{X})^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$；

乘组合特征模单元体：$\{X^{(S)}\}^K=\prod\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$；

加组合特征模单元体：$\{X_0\}^{K(S)}=\{\sum[(P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{[S\pm q]}(X_q)\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$；；

任意函数已知边界函数$\{X\}^{K(Z\pm S)}$和特征模$\{X_0\}^{K(Z\pm S)}$ 就可以转换为无量纲圆对数分析：

同构圆对数：$(1-\eta^2)^K=\sum\{^{(S)}\sqrt{X}\}^K/(X_0)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{整数})}\leq1$；

或：$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^K=(1-\eta^2)^K(X_0)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{整数})}$；

圆对数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$$(1-\eta^2)^K=\{^{(S)}\sqrt{X/X_0{}^{(S)}}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{整数})}\leq1;$$

圆对数中心零线（临界线）的集合总和：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}^{K(Z\pm S)};$$

圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{(1-\eta^2)^{(K=-1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}\}=\{\pm1\}^{K(Z\pm S)};$$

圆对数中心零点（临界点）对应特征模系列的点：

$$(1-\eta_C{}^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\}=\{0,1\}^{K(Z\pm S)};$$

圆对数中心零点（临界点）对应性：

$$(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm0)(Z\pm S)}=\{(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\}^{K(Z\pm S)}=\{0\};$$

无量纲圆对数交换规则：

不变真命题，不变特征模，不变同构圆对数，仅仅同构圆对数性质属性正中反的转换，真命题以‘无穷公理’偶数性的平衡交换组合机制，成为逆命题。

整体交换过程：

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm(q)}=(ABC)^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}(X_0^{(S)})$$

$$=[(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot(X_0^{(S)})$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}(X_0^{(S)})=(ABC)^{(K=+1)}=\{D\}^{K(Z\pm S\pm(q)};$$

$$\{X_{[ABC]}\}^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow\{D_{[ABC]}\}^{(K=+1)};$$

若组合分解的交换过程：属于跨幂次的交换（映射、态），：

$$\{X_{[A]}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)}\in(ABC)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}(X_0^{(S)})$$

$$=[(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_{0[ABC]}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,\cdots S)})$$

$$=(1-\eta_{[BC]}{}^2)^{(K=+1)}(X_0^{(S)})\in(ABC)^{(K=+1)}=\{D_{[BC]}\}^{K(Z\pm S\pm(q=2)};$$

$$\{X_{[A]}\}^{)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow\{X_{[BC]}\};$$

其中：K(Z±S±(q=0,1,2,3,…整数)表示黎曼函数在性质属性 K 控制下无穷中任意有限(Z±S)的各种素数组合形式(q=0,1,2,3,…整数)。交换中，属于中心零点二侧的改变性质属性，同一侧的不改变性质属性。

特别的：跨界交换必须在$\{D_{0[ABC]}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,\cdots S)})$（全体“元素-对象”集合组合的平均值）基础进行“任意跨界的平衡交换组合”。无量纲构造的平衡交换规则明确地告诉我们：传统数学所说的“数值分析的平衡不能交换”，“逻辑分析的映射（态射）→不能平衡”。

这是无量纲构造特有的‘无穷公理’偶数性的对称与不对称平衡交换组合机制，称完整性的无量纲构造。即：

“真命题↔逆命题”之间的平衡交换组合（分解），这个关系只能通过第三方无量纲构造证明和实现。并且没有其它元素-对象内容的干扰，确保无穷序列或程序中运算和证明的“零误差”精确性。整个过程称无量纲构造“偶数性”随机进行互逆的“自证”。称无量纲构造特有的‘无穷公理化’规则，具有“真理性”。

6.2.4、素数对应无量纲圆对数二个重要分析步骤

目前，西方 400 年数学结构都是依靠“希尔伯特数论公理化系统”和“集合论公理化”。20 世纪初，数学深入到数学基础的讨论，这是个涉及“数学本性”和“演绎的正确性”。如果数学基础不牢固或得不到证明，则整个西方的数学系统将全部坍塌，需要重验、重整、重塑。

分析内容分别有“群组合”（外部与内部）分析的二个步骤：

（**1**）、无量纲位值圆对数：解决数论素数“元素-对象”群组合以特征模形式，与周围个体素数同步变化，或跳跃过渡，具完备性。

（**2**）、无量纲位值圆对数：解析数论素数“元素-对象”群组合与周围个体素数“元素-对象”之间的数值，或连续过渡，具相容性。

（**3**）、若这个根元素还有“群组合体关系”，继续以这个“群组合体”进入下一个层次无量纲圆对数构造分析。

其中：正平均值函数为正整数（正幂）的组合(K=+1)，反平均值函数为分数（负幂）的组合(K=-1)，中性平均值函数（零幂）组合(K=±0)为正向与反向之间的平衡交换临界点（临界线），带动素数“元素-对象”平衡交换组合。

1931 年哥德尔不完备性定理指出上述所有的数学和哲学（属于有量纲结构体系）结构“系统自身”不能“自证真伪”，数学基础是不牢固的。克莱因指出：“不依靠现行的公理化系统”或“超出希尔伯特元数学范围”的并且经过数学证明的公理化，这个数学才有可靠的数学基础。

基于无量纲圆对数构造集特有的“偶数性”的对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”和“随机”，解决了无量纲随机与不随机自证真伪的困难”，突破了“希尔伯特元数学”范围，成为完整性‘无穷公理’机制，以第三方无量纲形式公正性、权威性地证明了传统数学“公理化”，认为任意“元素-对象”或“数值-逻辑”的不完整互逆“自证真伪”，具有“真理性”。

这样一来，任意“对象-函数”（代数-几何-数论-群组合-空间）都可以转换数值特征模和位值圆对数。在不变特征模条件下，剩下来的无量纲圆对数的“偶数性的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”进行可靠的分析。无量纲圆对数进行“无关数学模型，没有具体元素”，回归数学本性，实现零误差精确性的分析环境，自洽地替代现有的数学模型运算。

这就是所说的：开启了“无量纲构造”的数学新历史时期。

6.3.1、传统素数定理与圆对数概述

素数定理（prime number theorem）是素数分布理论的中心定理，是关于素数个数问题的一个命题。只有首先解决素数分布不均匀分布，通过无量纲‘无穷公理’机制的“移动”，让素数填满空格，以及调整素数分布序列，获得素数均匀分布，才能圆对数中心零点的稳定性和可靠性。

设 x≥1，以 π(x)表示不超过 x 的素数的个数，当 x→∞时，π(x)～Li(x)或 π(x)～x/ln(x)。（Li(x)为对数积分）。约在 **1792** 年，高斯（即约翰·卡尔·弗里德里希·高斯，Johann Carl Friedrich Gauß）经过深入分析和例证，对素数分布提出猜测：

素数定理可以给出第 n 个素数 p(n)的渐近估计：P(n)≈n/ln(n) 。它也给出从整数中抽到素数的概率。从不大于 n 的自然数随机选一个，它是素数的概率大约是 1/ln(n)。

1949 年，塞尔伯格给出的是一个完全“初等”的证明，这一结果轰动了整个数学界。〔后来有人用代替，（n≤x），给出了一个连指数、对数函数都不需要的初等证明。塞尔伯格由于这项成就及其他工作而获得了菲尔兹奖，埃尔德什则与陈省身一起获得了沃尔夫数学奖。

20 世纪末**-21** 世纪初，中国圆对数团队首次发现无量纲构造和特有的‘无穷公理’机制，提出将素数位值化（即没有具体素数数值的内容）以素数尾数的{1,3,(5=0),7,9}转换为位值圆对数因子表示素数所在的位置与序列，并且给与填满整个素数为均匀分布（剔除移动素数位置后的空格，不影响素数分布密度）。以{1,3,(5=0),7,9}转换为圆对数双因子表示孪生素数所在的位置与序列。

以自然数尾数系列$\{5\}^{K(Z\pm S)}=0$为中心零线（临界线），以及系列上的点自然数尾数$\{5\}^{K(Kw)(Z\pm S\pm(q=2)}=0$，分别为中心零线（临界线）和中心零点（临界点），组成“黎曼函数-素数函数”。接下去采用多素数元素（四个素数尾数，和四色定理）的乘组合，建立一元四次方程（多素数-元素加组合）对应转换为位值圆对数：

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S)}=\sum\{^{(S)}\sqrt{X}\}^K/(X_0)^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{整数})}$$

✹定义 6.3.1 横向：素数尾数以自然数“0-10”为边界对应的一个层次，特征模中心点$\{5=0\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}$为临界点。

素数有“{1,3,(5=0),7,9}”的四个素数分布，孪生素数以{1,3,(5=0),7,9}的二个孪生素数分布，一个素数与一个孪生素数，组成“三元数不对称性”通过“一元三次方程”处理它们之间关系。

素数尾数与圆对数： $\{1,3,(5=0),7,9\}^K$

$$(1-\eta_4{}^2)=(5-4)/5=1；(1-\eta_2{}^2)=(5-2)/5=3；$$

$$(1+\eta_2{}^2)=(5+2)/5=7；(1+\eta_4{}^2)=(5+4)/5=9；$$

孪生素数尾数系列：$\{1,3,(5=0),7,9\}^{K(Z\pm S)}$

$$(1-\eta_{[4,2]}{}^2)=(1/5),(3/5)]^{K(Z\pm S)}\text{对应}(1,3);$$

$$(1+\eta_{[2,4]}{}^2)=(7/5),(9/5)]^{K(Z\pm S)}\text{对应}(7,9);$$

横向素数映射圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}{}^2)^K=(1-\eta_4{}^2)^K+(1-\eta_2{}^2)^K+(1+\eta_2{}^2)^K+(1+\eta_4{}^2)^K=(1-\eta_{4,2}{}^2)^K+(1+\eta_{2,4}{}^2)^K$$

横向素数映射系列圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1-\eta_4{}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+(1-\eta_2{}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+(1+\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}+(1+\eta_4{}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}$$

$$=(1-\eta_{4,2}{}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+(1-\eta_{2,4}{}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}$$

横向孪生素数与圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)=(1-\eta_{4,2}^2)^K+(1+\eta_{2,4}^2)^K;$$

横向孪生素数系列与圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)=(1-\eta_{4,2}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}+(1+\eta_{2,4}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)};$$

✹定义 6.3.2 纵向系列：素数尾数以自然数“0-10”为边界组成多个层次，特征模$\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}$为临界线。

纵向素数圆对数：

$$(1-\eta_{[y]}^2)^K=\sum_{[y]}(1-\eta_4^2)^K+\sum_{[y]}(1-\eta_3^2)^K+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}+\sum_{[y]}(1+\eta_2^2)^K+\sum_{[y]}(1+\eta_4^2)^K$$
$$=\sum_{[y]}(1-\eta_{4,2}^2)^K+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}+\sum_{[y]}(1+\eta_{2,4}^2)^K$$

纵孪生素数系列与圆对数：

$$\mathbf{(1-\eta_{[y]}^2)=\sum_{[y]}(1-\eta_{[\underline{4,2}]}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}}+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}+\sum_{[y]}(1+\eta_{[\underline{2,4}]}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)};$$

✹定义 6.3.3 密度圆对数：在指定的素数范围内，素数个数与自然数个数的比值$(1-\eta_{[ym]}^2)$，

$$(1-\eta_{[ym]}^2)=S/N$$
$$=\sum_{[ym]}(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum_{[ym]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})}+\sum_{[ym]}(1+\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)};$$

其中：为方便运算，

$$(1-\eta_{[ym]}^2)=(1-\eta_{[y]}^2)=\{0,1\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots^{整数})};$$

6.3.2、圆对数与素数的不对称性分布与映射

纵向圆对数$(1-\eta_{[y]}^2)^K$ 是以对应规定的层次的素数个数与自然数个数的比较，组成素数密度(距离空间)以横向的中心零点{5}为纵向临界线的圆对数分布：分别有：

如，横向圆对数$(1-\eta_{(xm)}^2)^{K(Z)}=(1-0.93587)=0.006413$，随 N 增加，纵向分布测度圆对数 $(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z/t)}\rightarrow 0$；

$$(1-\eta_{(xm)}^2)^{K(Z)}=(\alpha_1-\beta_1)/(\alpha_1+\beta_1)^{K(Z)};$$

其中：(α_1)与(β_1)分别表示计算的左右层次；

如，纵向圆对数

$$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}=(1-0.93587)=0.006413,$$

随 N 增加，纵向分布测度圆对数：$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z/t)}\rightarrow 0$；反映它们纵向分布的密度规律趋近于均匀性。

$$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}=(\alpha_2-\beta_2)/(\alpha_2+\beta_2)^{K(Z)};$$

其中：(α_2)与(β_2)分别表示计算的上下层次；反映它们纵向分布的密度规律趋近于均匀性。也就是说，在无量纲圆对数$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}$控制下，孪生素数分布也变得均匀性：

如：素数专项的统计：

认定：均匀分布素数无量纲圆对数没有素数层次空格，素数圆对数中心零点{5}为对称中心，素数概率为 1；

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=\sum(1-\eta_1^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_3^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_7^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_9^2)^{(Z\pm S)}=1;$$

素数圆对数中心零线对称性：

$$\sum(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=0;$$

孪生素数无量纲圆对数中心零点{5}为对称中心，孪生素数概率为 1；

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=\sum(1-\eta_{\underline{1,3}}^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{\underline{7,9}}^2)^{(Z\pm S)}=1,$$

对应特征模中心{5}；

孪生素数无量纲圆对数中心零线对称性：

$$\sum(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=0;$$

上述素数与孪生素数不均匀分布，转换为中心零线（临界线）不对称分布，通过圆对数中心零点（临界点）为中心的偶数性的对称与不对称的平衡交换机制，带动了素数的平衡与交换。

上述素数分布表现了强烈不对称性。转换为圆对数对称性，方便素数分析。

其中：对素数分布为无量纲位值圆对数分析，有：

圆对数“行列式”：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1,3,7,9)} \text{ 和} (1-\eta_{[y]}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots\text{整数})}$$

分别对应不变的特征模{5}，圆对数个数分布与确定其个数、位置所在地的个数素数同步。

$$(1-\eta_{[q]}^2)^K=(1/2)((1-\eta_{[x]}^2)+(1-\eta_{[y]}^2))=\{0 \text{ 到 } 1\};$$

无量纲圆对数素数分布定理涉及了传统的素数定理(PNT)，及素数尾数{1,3,7,9}的圆对数$(1-\eta_{[q]}^2)^K$ 对应{1,3,(5=0),7,9}，以自然数尾数{5}为中心的统计，包括二个素数连乘的孪生素数统计。

$$\{q\}=(1-\eta_{[q]}^2)^K(1/2)(\alpha+\beta)$$

$$=(1/2)[(1-\eta_{[x]}^2)+(1-\eta_{[y]}^2)]\cdot\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\cdots\text{整数})};$$

素数的纵向-横向密度采用圆对数统计，解决“论小于一个给定值的素数的个数”。

根据德比希尔著作结合前期数学家素数定理的研究成果，引入圆对数拓展为（表格 1）-（表格 2）。认为这是素数分布最好统计形式。

参考 1901 年冯·科赫的成果。处理 $\pi(x)=Li(x)-\mathbf{O}(\sqrt{x}\ln)$的结构，使得 $\mathbf{O}(\sqrt{x}\ln)$等于“0”，通过圆对数把不稳定性的素数分布转换为的“中心零线（临界线）、中心零点（临界点）”纵横行列式分布的稳定性对称性分布。

无量纲素数$(1-\eta_{(q)}^2)^{K(Z/t)}$为$(0\text{-}10^{18})$区间密度概率：

在规定的素数区段内纵向$\sum(1-\eta_{(y)}^2)^{K(Z/t)}$横向$\sum(1-\eta_{(xq)}^2)^{K(Z/t)}$存在素数的个数,以圆对数密度概率表示，即素数个数与圆对数个数相同，区别在于素数分布的不对称性转换为密度缩小的圆对数，以中心零点{5}为中心的纵向$\sum(1-\eta_{(y)}^2)^{K(Z/t)}$横向$\sum(1-\eta_{(xq)}^2)^{K(Z/t)}$均匀对称性分布。

6.3.3、素数分布与圆对数偶数性的平衡交换机制

无量纲圆对数素数的移动（即平衡交换）原则：

以$(1-\eta_{[x]}^2)^K$ 对应的层次{10}=(q=1,2,3,…整数)、横向分布,以 $(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}$对应{5}为对称中心零点左右二侧 P=(1,3,(5=0),7,9)应用它们的平衡交换规则，填补空格，满足圆对数的均匀性：

无量纲圆对数平衡交换规则：不变素数，不变特征模，不变同构圆对数实现平衡交换，仅仅通过圆对数性质属性的正中反转换，由正命题转换成逆命题。

正命题$^{(K=+1)}$↔圆对数中心零点$^{(K=\pm0)}$↔逆命题$^{(K=-1)}$，通过素数（含孪生素数）映射填满空格，确保素数圆对数没有空格，满足无量纲圆对数的均匀分布。

表现：如空格位置(x)与多余的素数[x],通过圆对数性质属性相互映射，以“↔”符号表示。

“(1)↔[3]，(1)↔[7]，(1)↔[9]，

(3)↔[7]，(3)↔[9]，(7)↔[9]，(1,3)↔[7,9]”，

素数的偶数性的平衡交换的四种形式：

$$(1-\eta_{(x=1)}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=9)}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=3)}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=7)}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=1)}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=3)}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=3)}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=9)}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

其中：素数尾数$\{1.3.7.9\}^{K(Z\pm S)}$对应的“位值（个，十百、千、万，…）”幂函数数字（S=1,2,3,4,5…）；

孪生素数偶数性的平衡交换形式：

$$(1-\eta_{(x=4,2)}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1+\eta_{(x=42)}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

其中：孪生素数尾数$\{1.3.7.9\}^{K(Z\pm S)}$对应的“位值（个，十百、千、万，…）”幂函数数字（S=1,2,3,4,5…）；

素数尾数表示：

$4651=\{1\}^{K(S=4650)}$；$2473=\{3\}^{K(S=2470)}$； $4157=\{7\}^{K(S=4150)}$；$4969=\{9\}^{K(S=4960)}$；…；

算法优越性：素数数值和中心零点不变，素数尾数，不影响“组合数的奇数-偶数”，这样素数的计算内容压缩为“四个素数尾数”和“二个孪生素数”对应的无量纲圆对数，幂函数(Z±S)对应无穷的素数。

6.3.4、圆对数素数定理

无量纲位值圆对数不代表具体素数数值，仅代表它们的位置与序列。素数在均匀圆对数中对应的数值为“4”个元素分布，孪生素数在均匀圆对数中对应的数值为“2”个元素分布，确保无量纲圆对数偶数性的平衡交换。通过素数调整映射“在某个区域的素数压缩”的圆对数没有空项，保持素数分布的不均匀性和圆对数的对称性。

素数定理可以给出第 n 个素数 p(n)的渐近估计：按照密度圆对数规则分布，它也给出从整数中抽到素数的概率。从不大于 n 的自然数随机选一个，它是素数在各个区段（均匀分布）的个数采用圆对数表示。表示四个素数尾数通过圆对数还原原来的素数数值，其中的中心零线（临界线）与中心零点（临界点）对应特征模$\{5\}^{K(Z\pm S)}$稳定性不变。

总元素不变下，全体素数$\{1,3,7,9\}^{K(Z\pm S)}$符合圆对数$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}$，由于有“映射”的调整为对称性，除个别素数点分布在圆对数曲线附近，不影响整个圆对数的描述。称圆对数素数定理

圆对数素数定理

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}=[Li(x)-\pi(N)]/Li(x)+\pi(N)$$
$$=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{K(Z\pm S)}\rightarrow 0；\ q=1,2,3,\ldots(\text{序列})；$$

（表格 6.1）素数纵向分布测度与圆对数

序列(q)	N	N/π(N)	个数	密度圆对数$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)$	$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z)}$位值圆对数
1	$(1-\eta_{(1)}{}^2)$	10^1	5.9524	1	
2	$(1-\eta_{(3)}{}^2)$	10^2	12.7392	(12.7392 - 5.9524)/(12.7392 +5.9524)	0.36369
3	$(1-\eta_{(7)}{}^2)$	10^3	19.6665	(19.6665- 12.7392)/ (19.6665+12.7392)	0.21367
4	$(1-\eta_{(9)}{}^2)$	10^{12}	26.5901	(26.5901- 19.6665)/ (26.5901+ 19.6665)	0.14967
5	$(1-\eta_{(11)}{}^2)$	10^{15}	33.6247	(33.6247- 26.5901)/ (33.6247+ 26.5901)	0.11689
6	$(1-\eta_{(13)}{}^2)$	10^{18}	40.4204	(40.4204- 33.6247)/ (40.4204+33.6247)	0.09177

分布概率：$\sum(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}=1+0.36369+0.21367+0.14967+0.11689+0.09177=0.93587\rightarrow 2$；

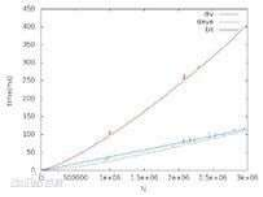
分布规律：$\sum(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}=1\rightarrow 0.36369\rightarrow 0.21367\rightarrow 0.14967\rightarrow 0.11689\rightarrow 0.09177\rightarrow 0$；

N/π(N)表示：103/168=5.9524（第一项序）；106/78498=12.7392（第二项序）；——。

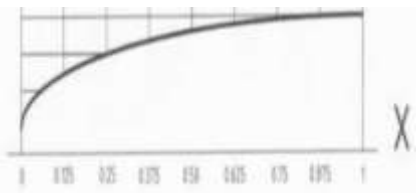
其中：(α-β)/(α+β)为相邻纵向上(α)与下(β)二个序列的“素数个数”成为无量纲圆对数无穷构造集。这个分布规则与现有素数分布规则一致，是以无量纲圆对数形式表示。

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)；\ (1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z)}\text{位值圆对数}$$

下图比较了 π(x)，x/ln(x)和 Li(x)-π(N)（图 6.2）和圆对数（含孪生素数）渐近线$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z)}$密度变化趋近零：意味着素数尾数{1,3,7,9}对应的素数分布(测度、距离、空间)趋近平稳（图 6.3）。



（图 6.2） 传统素数定理概述图



（图 6.3）素数（$x=0,10^3,10^6,10^9,10^{12},10^{15},10^{18}$）圆对数曲线分布图

6.4、无量纲圆对数破解黎曼零点猜想

1859 年 8 月，佰恩哈德·黎曼提出了一篇论文《论小于一个给定值的素数有几个？》，文中黎曼探索了普通算术中一个看似简单的问题，并且为此创造了一个非常强大而精妙的数学对象和哪个对象的猜测。被称为“黎曼零点猜想”，也称“黎曼假设”。

1900 年希尔伯特把黎曼函数的特殊零点猜想还包含哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想为一个猜想，因为它们都涉及素数分布定理，一旦解决了，那么四个零点猜想都可以解决。然而，解决零点猜想是一个方面，更重要地是找到一个新的数学方法或数学结构，解决当前数学的困境。

已经越来越清楚，黎曼假设掌握着打开各种科学和数学研究之门的钥匙，黎曼函数成为不断地联系着当前各个学科的数学模型。165 年来，许多国家研究部门投入大量财力、人力、物力，探索黎曼零点猜想，无果，至今一直是一个迷。

在这个时代大背景下无量纲圆对数应运而生，通过它验证了“自然数公理或任意有量纲系统公理化”具有天生的不完整性。如“数值分析平衡不能交换，逻辑分析映射不能平衡”。如哥德尔不完备性定理所说的：“系统的自身不能自证系统的真伪”，这是一系列世纪性数学难题无解的根本原因。怎么办？许多数学家认为“必须寻找新的数学构造”。

在古今中外前辈数学家成果的基础上，圆对数团队创建性发现一种新的无穷构造集无量纲圆对数。任意一个数值函数集-逻辑对象集，都可以转换为无量纲圆对数集，无穷集无量纲圆对数的每一个子集都特有一种“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，每一步分析运算程序都在进行自我平衡与交换，确保运算零误差的高精确性、权威性、公正性——这是当前（有量纲）数学体系所没有的这么一个无穷构造集。

其中，无量纲圆对数自身具有完整性的圆对数公理化和偶数性的对称与不对称的平衡交换机制，具有无关数学模型，没有具体元素干扰，确保每一个自身程序零误差分析与证明。也就是说，这是一个与众不同的第三方构造集身份。可以应用道黎曼函数零点猜想有关数学问题上去证明、去分析、去运算。

黎曼假设归纳起来为二个问题，通过这种无穷构造集破解，彻底解开了黎曼零点猜想（包含哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想）在任意数学分析中，占据了重要的无可替代的公理作用。

第一个问题：首先解决素数分布定理，如何把素数的“不均匀转换为对称性”分布的方法。以圆对数的平衡交换机制解决对称性分布，圆对数带动素数的映射的调整，获得素数圆对数稳定性的中心零点。称圆对数素数定理。

第二个问题：“黎曼假设的所有非平凡零点的实部都是(1/2)”。黎曼 ζ 函数被写成：“各个素数系列的总和 $\sum\zeta(x^{(-S)})$”，称“倒数之和”。由于素数性质属性与指数函数性质属性不一致的矛盾，圆对数调整写成“倒数之和再倒数 $\sum\zeta(x^{(-1)})^{(K=-1)(Z\pm S)}$”。

性质属性(K=+1,-1,±0,±1)控制着黎曼 ζ 函数的稳定性和收敛性，不失黎曼函数一般性。根据第一个问题的圆对数素数定理，获得素数圆对数稳定性的对称性，有：

（1）、中心零线（临界线）对应（正中反均值函数）素数特征模系列，

（2）、中心零点（临界点）对应（正中反均值函数）素数特征模点。即“黎曼假设的所有非平凡零点的实部都是(1/2)或(1)。

其中：所有非平凡零点的实部都是(1/2)是指{0,1}区域，坐标移动不影响具体数值，也可以都是(0)是指{0,±1}区域。中心零点（临界点）在中心零线（临界线）上，这个“所有非平凡零点的实部都是(0)”在、中心零线（临界线）对应的特征模。

应用无量纲圆对数解决素数分布为对称性，这是破解黎曼 ζ 函数零点猜想首要难题。

核心是在于用什么方法或手段解决素数具有强烈的不对称性的分布，遇到了“非平凡零点的实部都是(1/2)，即坐标移动不影响中心零点特征，圆对数为了表示对称性，写成（0,±1），对称中心零点为 0”。

那么为什么不能采用“素数”直接进行平衡交换处理？

理由：皮亚诺公理“不证自明”的平衡计算，不能解决由于二个素数之间的不对称性不能直接“映射/态射/

移动/投影”；逻辑“集合论公理化”，如：素数 3≠7 不能交换，3→7 不能平衡。

只有通过圆对数映射（即无量纲构造特有的偶数性对称与不对称‘无穷公理’平衡交换组合机制），通过圆对数调整（映射、态射、移动）为对称性，带动了素数成为素数圆对数密度描述，以（缩小）圆对数数值，通过中心零点进行对称性的平衡与交换。

也就是说，“黎曼 ζ 函数的素数，通过‘无穷公理’圆对数调整素数为均匀，则所有“非平凡零点的实部”（临界点）都是中心零点(0)”的稳定性与对称性。

本文已有具体分析已经有专题阐述，不重复（略）。这里简要介绍破解黎曼零点猜想（黎曼假设）的过程，通过大家参考或理解。

第一步：解决区段内横向（多行）层次：

$$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}=\{^{(4)}\sqrt{D/D_0}\}$$

的解析的根素数确定素数根或素数个数，以圆对数中心零点$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}\cdot\{5\}$形式，{5=(0,±1)}垂直划分纵向分别为中心零线（临界线）为“0”和边界线为“±1”，对应（缩小）的数值因子，

第二步：解决区段内纵分布：

$$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z\pm S)}=[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]/[(\alpha_{qx})+(\beta_{qx})],$$

圆对数中心零点以 N 个 10 为底

$$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/10)\cdot\{10\}”$$

的分段。统计的素数（多行-层次）分为左向-右向对称性实现平衡与交换。计算的优越性是圆对数中心零点

$$(1-\eta_{[x]0}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/5)\cdot\{5\}\text{不变。}$$

第三步：解决区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布，通过“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，以特征模{5}为中心零线（临界线），（严格地说不能直接移动映射，必须通过圆对数的平衡交换，带动素数）进行映射。把残缺项序撤销该项序，素数移动到空格填补，这样，这个区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布转换为无量纲素数圆对数对称性分布。

第四步：素数圆对数对称性分布反映射获得区段内$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}$和$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z\pm S)}$.

并且保持中心零线（临界线）中心零点（临界点）不变的稳定性。为破解中心零点猜想奠定了基础。

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 0,\text{(减组合)}$$

中心零点（临界线、临界点）适应黎曼函数零点分析

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=+1)(Z\pm S)}\to 2,\text{(加组合)}$$

中心零点（临界线、临界点）适应哥德巴赫猜想零点分析。

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{(K=-1)})^{(Kw=-1)(Z\pm S)}=(\alpha+\beta)/(\alpha-\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 1,$$

中心零点（临界轴线、临界点）适应朗道-西格尔零点猜想第一个零点（圆环（内部）点和中心轴线、减组合分析。

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{(K=-1)})^{(Kw=+1)(Z\pm S)}=(\alpha+\beta)/(\alpha-\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 0,$$

中心零点（临界线、临界点）适应朗道-西格尔零点猜想第二个零点（圆环外部）点和中心轴线、加组合分析。

现在需要数学具体证明：素数区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布，以中心零点{5}不变的层次或段次的圆对数对应素数个数（或根素数），转换为无量纲圆对数（缩小的）均匀分布理由。

证明方法采用第三方构造无量纲圆对数的‘无穷公理’机制进行平衡移动、交换、组合、分解：

证：

设：区段内（横向-纵向）素数尾数

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}\in\{x_ax_bx_cx_d\}=\{^{K(4)}\sqrt{\{x_ax_bx_cx_d\}}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)},$$

对应任何素数尾数的{1,3,7,9}四个数值无穷展开，它们存在特征模（正中反均值函数）{5=0}、{10=0}二种形式。

（1）、区段内任何素数尾数纵向总段对应特征模中心零线（临界线）$\{10^{K(1N)}=0\}$(素数)，$\{5^{K(2N)}=0\}$(孪生素数)。

（2）、区段内任何素数尾数横向每一个小段对应特征模中心零点（临界点）(素数)$\{5^{K(1N)}=0\}$，(孪生素数)$\{5^{K(2N)}=0\}$，即中心零线（临界线）各个中心零点（临界点），包含临界线上各个临界点。

（3）、最后，圆对数中心零点{5}分解为区段内纵向左右二个不对称性函数，转换为区段内二个圆对数因子对称分布，实现平衡与交换。

$$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1))(Kw=+1)K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}\leq 1,$$

（与不对称性分布的比较成为缩小的圆对数）分别对应区段之间特征模{10=0}和区段内部特征模{5=0}；

其中：还包括$\{5^{K(1)}=0\}$表示“1-1 组合”适应素数统计分析，$\{5^{K(2)}=0\}$表示“2-2 组合”，适应孪生素数统计分析。

边界数值：无穷素数任意四个素数尾数{1,3,7,9} 其完整性是可确定的（纵向、横向）四个素数连乘。对于空缺的素数（不能组成完整的四个素数项）则不可确定。

已知：四个素数乘组合：$\{D\}^{K(S)}=\{^{K(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}$；

四个素数特征模（平均值）中心点{5}分解素数分布为二个不对称性分布，通过圆对数转换为对称性分布进行平衡与交换。

如果素数统计，遇到了“空缺、空项”，该“空缺”对于：乘组合为“1”，加组合为“0”的方式分析统计。

不完整性的素数分布为：（二个素数的）一元二次方程式（其中包含二个孪生素数）：（一元三个素数的）三次方程式（其中包含一个孪生素数）：前面已经有阐述例。

以完整性素数分布为例：组成素数分布为一元四次方程式：

计算特征：横向点的特征模{5=0},纵向线的特征模{10=0}进行分区段为$\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}$；

$\{\mathbf{D}_a+\mathbf{D}_b+\mathbf{D}_c+\mathbf{D}_d\}$分别对应素数{1,3,(5=0),7,9}转换为无量纲圆对数$(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K$

素数个体统计“1-1 组合”特征模（均数值函数）：

$$\{D_0\}^{K(1)}=(1/4)\{D_a+D_b+D_c+D_d\}/\{X^{(1)}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)}$$

$$=(1/4)[(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K]\cdot\{5^{(1)}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)};$$

孪生素数统计“2-2 组合”特征模（均数值函数）；

$$\{D_0\}^{K(2)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K$$

$$=(1/6)[(1-\eta_{ab}^2)^K+(1-\eta_{ac}^2)^K+(1-\eta_{ad}^2)^K+(1-\eta_{bc}^2)^K+(1-\eta_{bd}^2)^K+(1-\eta_{cd}^2)^K]\cdot\{5^{(2)}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)};$$

区段内“素数概率统计”圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(1)}$$

$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=1;$$

区段内“素数概率统计”圆对数中心零线（临界线）：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(Z\pm S\pm(q=1,2,3,4)};$$

$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=\{1\};$$

区段内“素数概率统计”圆对数中心零点（临界线）：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X_0\}^{K(1)}$$

$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=\{0\};$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(2)}$$
$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=1;$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数中心零线（临界线）：

$$\{D_0\}^{K(2)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K$$
$$=(1/6)[(1-\eta_{ab}^2)^K+(1-\eta_{ac}^2)^K+(1-\eta_{ad}^2)^K+(1-\eta_{bc}^2)^K+(1-\eta_{bd}^2)^K+(1-\eta_{cd}^2)^K]=1;$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数中心零点（临界点）对称性：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X_0^{(2)}\}^K$$
$$=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K=0;$$

区段内“横向孪生素数拓扑圆对数”，圆对数中心零点{5}不变，分别有$[(\alpha_{qx})$与$(\beta_{qx})]^{K(2)}$:

$$(\alpha_{qx})=(x_a+x_b)^{K(2)};\ (\beta_{qx})=(x_c+x_d\}^{K(2)}$$
$$(1-\eta_{[x]}^2)^K=\{[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]/[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]\}^{K(2)}=(0,1);$$

满足概率-拓扑临界线对称性，对应系列：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=[\sum(1-\eta_a^2)^K+\sum(1-\eta_b^2)^K]^{K(1)}=\{0,\ \pm1\}^{K(Z\pm S\pm4)};$$
$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=[\sum(1-\eta_{ab}^2)^K+\sum(1-\eta_{bd}^2)^K]^{K(2)}=\{0,\ \pm1\}^{K(Z\pm S\pm4)};$$

满足概率-拓扑临界点对称性：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=[\sum(1-\eta_a^2)^K+\sum(1-\eta_b^2)^K]^{K(1)}=0;$$
$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=[\sum(1-\eta_{ab}^2)^K+\sum(1-\eta_{bd}^2)^K]^{K(2)}=0;$$

规定区段内“素数”圆对数个体统计：

$$(1-\eta_q^2)^K=(\alpha_q-\beta_q)/(\alpha_q+\beta_q)^{K(Z)}=(1-\eta_x^2)^K+(1-\eta_y^2)^{K(Z)}=\{1\to0\}^{K(Z)};\quad (q=1,2,3,\ldots\text{圆对数个数});$$

其中：$(1-\eta_x^2)^K$ 与$(1-\eta_y^2)^{K(Z)}$组成：包括密度圆对数对应“素数个数/自然数个数”的组成。

6.4.1、素数与无量纲圆对数的映射

连续有四个素数{1,3,7,9}占据了四个或四个以上的项序，通过圆对数偶数性‘无穷公理’平衡交换组合机制，

（1）、素数{1,3,7,9}分别映射为解决同区域素数移动，中心零点(5=0)不变：

$$\{1\}^{K(s=a\ 项序)}\to(1-\eta_a^2)^K\{1\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{3\}^{K(s=b\ 项序)}\to(1-\eta_b^2)^K\{3\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{7\}^{K(s=c\ 项序)}\to(1-\eta_c^2)^K\{7\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{9\}^{K(s=d\ 项序)}\to(1-\eta_d^2)^K\{9\}^{K(s=M\ 项序)},$$

（2、）素数{1,3,7,9}分别映射为解决同区域素数移动为解决夸同区域素数移动，补充移动的素数到相应空缺位置。取消其它空格，组成具有完整项序分布的序列，如移动的填补空缺素数{3}的跨区域移动中心零点(5=0)不变：

$$\{7，9\}^{K(s=a\ 项序)}\leftarrow(1-\eta_a^2)^K\{1\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{7，9\}^{K(s=b\ 项序)}\leftarrow(1-\eta_b^2)^K\{3\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{1，3\}^{K(s=c\ 项序)}\leftarrow(1-\eta_c^2)^K\{7\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$\{1，3\}^{K(s=d\ 项序)}\leftarrow(1-\eta_d^2)^K\{9\}^{K(s=M\ 项序)},$$

通过无量纲对称性圆对数分析确保中心零线（临界线）和临界线上的中心零点（临界点）满足中心零点在{+1,0,-1}的稳定性、对称性。反过来验证了素数通过圆对数的平衡交换机制带动了素数的映射，撤销圆对数后，恢复原来的素数。

其中：K 性质属性；(Z)无穷；(±S)素数总个数；(±Q))横向素数个数；(±M)纵向层次素数个数；(±q)素数组合形式。

无特别说明的一般指素数尾数奇数{1,3,(5=0),7,9}四个素数代码（素数尾数）数值无穷展开。这里，圆对数仅表示素数所在地的位置，没有具体素数实质，通过素数圆对数中心零点{5}在{1，0}内确定素数位置后，再确定具体素数数值。

6.4.2、孪生素数零点猜想

孪生素数四个素数尾数分布在自然数 10 进制横向的二个素数连接，圆对数的中心零线与中心零点的对称性仍然是特征模{5}。在三元数不对称性中，一个素数与二个素数连乘，经过筛选后的孪生素数尾数$(1-\eta_{[42]}^2)$、$(1+\eta_{[24]}^2)$，

根据黎曼ζ函数为素数分布定义素数尾数为{1，3，(5=0)，7，9}，以自然数尾数{5}为不变的中心零点线（临界线），每个横向层次存在圆对数中心零点对应特征模：D_0=5：表示在纵圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=0$ 对应特征模{5}；

哥德巴赫猜想涉及中心零点稳定性问题，孪生素数四个素数尾数分布为自然数 10 进制连接，圆对数的中心零线与中心零点的对称性仍然是特征模{5}。在三素数不对称性中，一个素数与二个素数连乘，经过筛选后的孪生素数尾数$(1-\eta_{[4\text{-}2]}^2)$、$(1+\eta_{[2\text{-}4]}^2)$，对应{1,3,(5=0),7,9}，以自然数尾数{5}为不变的中心零点线（临界线），每个 10 机制层次圆对数中心零点表示在（临界线）上圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=0$ 对应特征模{5}；

$(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=0$ 对应{5}周围四个素数尾数，有$\{2\}^4=16$ 种组合方式；孪生素数 8 种分布方式。其中四素数的二个孪生素数占据 25%。三素数的一个孪生素数占据 25%。

{0，0，(5=0)，0，0}，{0，0，(5=0)，7，9}，
{0，0，(5=0)，7，0}，{0，0，(5=0)，0，9}，
{0，3，(5=0)，0，0}，{0，3，(5=0)，7，9}，
{0，3，(5=0)，7，0}，{0，3，(5=0)，0，9}，
{1，0，(5=0)，0，0}，{1，0，(5=0)，7，9}，
{1，0，(5=0)，7，0}，{1，0，(5=0)，0，9}，
{1，3，(5=0)，0，0}，{1，3，(5=0)，7，9}，
{1，3，(5=0)，7，0}，{1，3，(5=0)，0，9}，

————————————————————————

素数个数分布实格项：{4，4，(5=0)，4，0}，{4，4，(5=0)，4，8}，
孪生素数分布个数：2 ，(5=0)， 0 ， 2 ，(5=0)， 4
单个素数分布个数：2，2，(5=0)，4，0， 2，2，(5=0)，0，4

其中：相邻的二个素数组合成为“孪生素数”。其中四个素数不同的 16 种组合方式，属于孪生素数为 4 个。

其中：采用‘无穷公理’移动不均匀分布为均匀分布的无量纲圆对数孪生素数。成为均匀条件下没有层次的空格，“二个孪生素数之间间隔距离仅差 2 个位置”。

孪生素数可以通过一元三次方程转换圆对数中，获得“一个素数与二个素数”之间关系，这里二个素数成为孪生素数的个数和位置。通过无量纲‘无穷公理’调整和“偶数性”不对称性、随机的圆对数中心零点解决孪生素数零点猜想。

6.4.3、在假设某个层次区域内圆对数素数定理

（1）、横向圆对数密度：横向素数圆对数中心零点{5}为左右二侧不对称素数分布：$\{X_{ax}\}$和$\{X_{bx}\}$；

横向圆对数密度：$(1-\eta_{[xm]}^2)=\{X_{ax}-X_{bx}\}/\{X_{ax}+X_{bx}\}\leq1$；（称缩小的圆对数为横向均匀分布）

该区段 n 层次全体素数(P)/全体自然数(N)：

$$(1-\eta_{(xm)}^2)^{K(Z)}=\{(P)/(N)\}^{K(Z)};$$

（2）、纵向圆对数密度：纵向是属于一元四次方程分析与统计，在假设某个层次区域内统计的密度数字，即纵向分布的上下层次之间的不对称素数分布{P_{ay}}和{P_{by}}

纵向不对称性圆对数统计：

$$(1-\eta_{(Py)}{}^2)^{K(Z)}=[\{P_{ay}-P_{by}\}/\{P_{ay}+P_{by}\}^{K(Z)};$$

表示该 n 层次中心上下层次素数不对称性。

该区段 n 层次全体素数(P)/全体自然数(N)：

$$(1-\eta_{(Py)}{}^2)^{K(Z)}=\{(P)/(N)\}^{K(Z)};$$

素数密度表示这个层次素数与全体自然数之比，孪生素数密度表示这个层次素数与全体自然数之比；

孪生素数纵向密度：$(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z)}=(Y_n)/(Y_0)$；$(Y_0)$表示该 n 层次素数/全体自然数;

如，区段 n 层次 400 个素数内在个数密度不对称性 0.4175 范围内圆对数不对称性为 0.005988；

如，区段 n 层次 10^{18} 个素数内在个数密度不对称性 0.09177 范围内圆对数不对称性为为 0.000008；

由此，解决黎曼函数零点猜想的第一个问题

比较：区段 n 层次纵向无量纲圆对数密度比传统素数数值统计，具有更清晰、更精确的确定性统计，由于映射

为圆对数的对称性、均匀性分布，计算更方便。

$$(1-\eta_{[y]}{}^2)=[N/\pi(N)-Li(x)]/[N/\pi(N)+Li(x)]\rightarrow 0;$$

多层次的纵向圆对数密度统计：

$$(1-\eta_{[y]}{}^2)=(1-\eta_{[y1]}{}^2)+(1-\eta_{[y2]}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{[y]}{}^2)=\{0，1\};$$

圆对数 $(1-\eta_{[y]}{}^2)=\{1\rightarrow 0\}$以无量纲形式表示趋近均匀的某个常数，可以与传统素数定理衔接、拓展。更好地实现纵向-横向的个数和密度方便统计。

同理：孪生素数横向-纵向分布的不对称性，同样转换为孪生素数的圆对数统计，把不对称性孪生素数分布为无量纲圆对数对称性状态。

以素数尾数的个数转换（映射）调整为圆对数的对称性纵向/横向密度，称“圆对数素数定理”。

6.4.4、关于“中心零点”的解释

根据黎曼函数和性质属性，解决函数的单调收敛性，转换（映射）调整为圆对数的均匀和对称性分布，很容易保持系列的中心零线（临界线）和素数个体点的中心零点（临界点）对称性。

（1），传统数学以极限（极值）方式处理 X 是两个数列的收敛点

当 n 趋向于无穷时，$\lim(X_{an})=\lim(X_{bn})=X$ 属于$[X_a,X_b]$

下面证明这个收敛点是一个零点（单连通）：由于函数连续,而且 lim(an)(n-->无穷)=X

因此：$f(x)=\lim(f(X_{an}))(n\text{-->}\text{无穷})=<0$(这是因为有正反向工作时 $f(X_{an})<0$)

同理：$f(x)=\lim(f(X_{bn}))(n\text{-->}\text{无穷})>=0$，于是 $f(x)=0$;

其中：(n-->=)表示平衡与交换的符号。

因此：X 是一个零点而且 X 属于[a,b](中心)极限点。

（2），以圆对数联立方式处理 X 是两个数列的极值点：（见下面章节证明）。

获得中心零点：

$$(1-\eta^2)^K=\{0,(1/2),1\},\text{或}(1-\eta^2)^K=\{-1,(0),+1\};$$

（坐标移动不影响方程式数值）。

中心零线（临界线）$(1-\eta_0{}^2)^K=\{1\}$表示特征模系列中心线（点）和周围元素同步变化关系；

中心零点（临界点）$(1-\eta_c{}^2)^K=\{0\}$表示特征模系列中心线对应的各个中心点和周围元素位置关系；并且应用概率-拓扑圆对数中心零点和特征模（正中反均值函数）关系，解析群组合的各个根。

（3），圆对数中心零线（临界线）对应特征模满足整体的对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{(K=\pm1)}=[\sum(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=+1)}]=\{0,2\},$$

$$\sum(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=\pm1)}=[\sum(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=+1)}]=\{0,1\},$$

（4），圆对数中心零点（临界点）对应特征模内部中心零点与周围元素的对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(Kw=\pm1)}=[\sum(1-\eta_{[a]}^2)^{(Kw=+1)}+\sum(1-\eta_{[ab]}^2)^{(Kw=\pm0)}=\sum(1-\eta_{[b]}^2)^{(Kw=-1)}]^{(K=\pm1)}=\{0,1\},$$

$$\sum(1-\eta_{[ab]}^2)^{(Kw=\pm0)}=[\sum(1-\eta_{[a]}^2)^{(Kw=+1)}+\sum(1-\eta_{[b]}^2)^{(Kw=+1)}]=\{0\},$$

（5），数值的交换规则：

原命题不变、特征模不变、同构圆对数（含圆对数位值、数值因子）形式不变，仅仅通过圆对数幂函数性质属性进行随机与不随机的正中反向的转换，此时才能进行素数的各种组合的平衡与交换。

$$[X_a]=(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(Kw=\pm1)}[X_0]$$

$$=[\sum(1-\eta_{[a]}^2)^{K(Kw=+1)}\leftrightarrow\sum((1-\eta_{[ab]}^2)^{(K=\pm1)}\leftrightarrow\sum(1-\eta_{[b]}^2)^{K(Kw=-1)}]\bullet[X_0]$$

$$=\sum(1-\eta_{[b]}^2)^{K(Kw=-1)}\bullet[X_0]=[X_b],$$

（6），数值的交换后，获得各个根解析：

有：获得各个素数根，根据根的个数可以进行素数的统计分析。

$$x_a=(1-\eta_{[a]}^2)X_0;\ x_b=(1-\eta_{[b]}^2)X_0;\ \cdots;$$

有：获得孪生素数根，根据根的个数可以进行孪生素数的统计分析。

$$x_{ab}=(1-\eta_{[ab]}^2)X_0^{(2)};\ x_{cd}=(1-\eta_{[cd]}^2)X_0^{(2)};\ \ldots;\ \text{（证毕）}$$

6.4.5、素数分布通过无量纲圆对数映射结论

任意二个（多个）素数或者任意二个（多个）数值-逻辑对象的平衡，不能直接组合与交换，必须依靠无量纲圆对数中心零点的对称性，当中心零点左右圆对数因子相同时，才能进行（圆对数中心零点不动位置-位值）平衡组合与转换，进一步证实了传统数学（数值分析互逆性的平衡不能交换、逻辑分析互逆性的映射不能平衡）即：“没有偶数性平衡交换机制”的，不能直接转换的数学基础性。这里，如哥德尔所说的：传统数学因“系统不完备性”，所以系统不能自证系统内的真伪原因。

7、无量纲圆对数与欧氏空间-酉空间-辛空间的衔接

当前的数学有“经典代数”和“近代代数”二大数学体系。它们各有所长，也各有所短。表现为：

（1）、数值分析：采用经典数学只能计算（如许多不对称性计算没有解决）平衡问题，不能处理交换关系问题；

（2）、逻辑分析：采用逻辑数学只能关系（如许多不对称性拓扑没有解决），态射不能可靠地解释逻辑对象（内外部）平衡计算问题。

针对数值分析和逻辑分析存在的缺陷，许多国家的科学家、数学家都在探索。

中国圆对数团队以无量纲圆对数构造集特有的“偶数性对称与不对称平衡交换机制”，成为完备性的系统，创建性解决了它们它们的缺陷给与转换为无量纲圆对数构造集一体化的统一分析。

7.1、经典代数的概述

经典代数的起源可以追溯到古巴比伦的时代。当时的人们发展出了较之前更进步的算术系统，使其能以代数的方法来做计算。经由此系统地被使用，他们能够列出含有未知数的方程并求解，这些问题在今日一般是使用线性方程、二次方程和不定线性方程等方法来解答的。相对地，这一时期大多数的埃及人及西元前 1 世纪大多数的印度、希腊和中国等数学家则一般是以几何方法来解答此类问题的，如在兰德数学纸草书、绳法经、几何原本及九章算术等书中所描述的一般。希腊在几何上的工作，以几何原本为其经典，提供了一个将解特定问题解答的公式广义化成描述及解答代数方程之更一般的系统之架构。

在古代，当算术（arithmetic）里积累了大量的，关于各种数量问题的解法后，为了寻求有系统的、更普遍的方法，以解决各种数量关系的问题，就产生了代数（algebra）以解代数方程的原理为中心问题的初等代

数。

比如，如果你认为“代数学”是指解 bx+k=0 这类用符号表示的代数方程的技巧。这种“代数学”是在十六世纪才发展起来的。后来，从方程式计算根的原理发展成为“经典代数”。称“数值分析”

数值分析：称经典代数式，是由数和表示数的字母经有限次加、减、乘、除、乘方和开方等代数运算所得的式子，或含有字母的数学表达式称为代数式。

例如：ax+2b，－2/3，b^2/26，√a+√2 等。

经典代数数论是研究代数数域和它的代数整数环的代数和算术性质的，而高维代数簇是基本域 K 上代数方程组的解，比如一维代数簇就是 K 上的代数曲线，考虑代数簇上的整数点，这就成了数论问题。

根据德国 F.Klein（克莱因）的 Erlangen 纲领（爱尔兰根纲领），几何学是研究某些数学对象在某个群作用不变量的理论。

这些都可以归纳为“数值分析”的数学体系。最突出的贡献是欧拉，对数学的贡献有：

1．数论：欧拉的一系列成奠定作为数学中一个独立分支的数论的基础.欧拉的著作有很大一部分同数的可除性理论有关.欧拉在数论中最重要的发现是二次反律.

2．代数：欧拉《代数学入门》一书,是 16 世纪中期开始发展的代数学的一个系统总结.

3．无穷级数：欧拉的《微分学原理》（Introductio calculi differentialis,1755）是有限差演算的第一部论著,他第一个引进差分算子。推出了傅里叶系数公式，把函数展开式引入无穷乘积以及求初等分式的和,这些成果在后来的解析函数一般理论中占有重要的地位。

4．函数概念：欧拉写的数学名著《无穷分析引论》、《微分学原理》和《积分学原理》组成的分析学三部曲中.这三部书是分析学发展的里程碑四式的著作.

5．初等函数：《无穷分析引论》第一卷共 18 章,主要研究初等函数论.其中,第八章研究圆函数,第一次阐述了三角函数的解析理论,并且给出了棣莫弗（de Moivre）公式的一个推导.欧拉在《无穷分析引论》中研究了指数函数和对数函数,他给出著名的表达式——欧拉恒等式（表达式中用

表示趋向无穷大的数；1777 年后,欧拉用表示虚数单位，但仅考虑了正自变量的对数函数。1751 年,欧拉发表了完备的复数理论.

6．单复变函数：通过对初等函数的研究,达朗贝尔和欧拉在 1747－1751 年间先后得到了（用现代代数语表达的）复数域关于代数运算和超越运算封闭的结论。

7．微积分学：欧拉的《微分学原理》和《积分学原理》二书对当时的微积分方法作了最详尽、最有系统解说,他以其众多的发现丰富可无穷小分析的这两个分支。

8．微分方程：《积分原理》还展示了欧拉在常微分方程和偏方程理论方面的众多发现.他和其他数学家在解决力学、物理问题的过程中创立了微分方程这门学科.

在常微分方程方面：欧拉在 1743 年发表的论文中，用代换给出了任意阶常系数线性齐次方程的古典解法，最早引人了“通解”和“特解”的名词。1753 年,他又发表了常系数非齐次线性方程的解法,其方法是将方程的阶数逐次降低。欧拉在 18 世纪 30 年代就开始了对偏微分程的研究.这方面最重要的工作,是关于二阶线性方程的.

9．变分法：1734 年,他推广了最速降线问题.然后,着手寻找关于这种问题的更一般方法.1744 年,欧拉的《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》一书出版.这是变分学史上的里程碑,它标志着变分法作为一个新的数学分析的诞生.

10．几何学：1735 年,欧拉用简化（或理想化）的表示法解决了著名的歌尼斯堡七桥游戏问题,得到了具有拓扑意义的河－桥图的判断法则,即现今网络论中的欧拉定理。欧拉解决哥尼斯堡七桥问题,开创了图论。

坐标几何方面：欧拉的主要贡献是第一次在相应的变换里应用欧拉角,彻底地研究了二次曲面一般方程。

微分几何方面：欧拉于 1736 年首先引进了平面曲线的内在坐标概念,即以曲线弧长这一几何量作为曲线

上点的坐标,从而开始了曲线的内在几何研究。1760 年,欧拉在《关于曲面上曲线的研究》中建立了曲面的理论.这本著作是欧拉对微分几何最重要的贡献,是微分几何发展史上的里程碑。

十九世纪前半叶末，随着哈密顿四元数理论的建立，非交换代数的研究已经开始. 在十九世纪下半叶，随着 M.S.李的工作，非结合代数出现了. 到二十世纪初，由于放弃实数体或复数体作为算子域的限制，代数得到了重大扩展与外代数，对称代数，张量代数，克利福德代数等一起，代数结构在多重线性代数中也建立了起来。

如：非交换代数上复杂的高维（多变元、多方程）矩阵方程群的相容性、通解及各种约束解的结构表示及其在系统控制和量子信息中的相关应用。

归纳：经典代数的分析源头来自于：

1664-1665 年艾萨克·牛顿提出二项式定理，推广到任意实数次幂，即广义二项式定理。同样可以推广到无穷任意实数-自然数-无理数，称无穷二项式。

牛顿二项式为无穷元素（任意对象可以数字化的元素数值），在总元素不变条件下进行不重复的组合与集合，成为无限子项的组合与集合。

二项展开式的公式为：

$$(a+b)^n=a^n+C(n,1)a^{(n-1)}b+\ldots+C(n,i)a^{(n-i)}b^i+\ldots+C(n,n)b^n$$

$$=a^n+Ba^{(n-1)}b+Ca^{(n-2)}+\cdots+b^n;\ (A=C(n,0)=1);$$

式中，C(n,i)表示从 n 个元素中任取 i 个的组合数=n!/(n-i)!i!,成为 A,B,C…整数系数。幂函数写成：n=K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…无穷整数)，方便幂函数中容纳更多的数学对象和分析内容。

目前，数值分析有许多方法，大多限制于“二元论”及复分析。不能解决数值之间的交换关系，意味着数值分析还有拓展空间。方法是必须与无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称平衡交换”机制，紧密地联系在一起，在圆对数带动下，进行数值的映射。

7.2、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间概述

传统数学的“数值分析”具有代表性的有：欧几里得空间,希尔伯特空间,巴拿赫空间，或数值拓扑空间都属于函数空间。希尔伯特空间与内积空间是一种极为重要的特殊线性赋范空间，在这类空间中可以引入正交概念和投影概念，从而把维欧几里得空间的几何学推广到无限维空间中去。

比较	欧式空间	酉空间	辛空间
考虑的范围	$\mathbf{V}(\mathbb{R})$	$\mathbf{V}(\mathbb{C})$	$\mathbf{V}(\mathbb{R})$或$\mathbf{V}(\mathbb{C})$
与之有关的结构	$(\cdot\vert\cdot)$	$\langle\cdot\vert\cdot\rangle$	$[\cdot\vert\cdot]$
这个结构名叫	对称双线性型	Hermit型	斜对称双线性型
我们还要求它	正定	正定	非退化（自然要求是偶数维）
在某组基下结构的矩阵	$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$ x为正实数	$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$ x为正实数	$\mathbf{J_0}=\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I_m} \\ -\mathbf{I_m} & 0 \end{pmatrix}$
这组基叫	标准正交基	标准正交基	辛基
这些基之间的转换矩阵叫（它们成群）	正交矩阵	酉矩阵	辛矩阵
也就是说它们满足	$(Au\vert Av)=(u\vert v)$	$\langle Au\vert Av\rangle=\langle u\vert v\rangle$	$[Au\vert Av]=[u\vert v]$

知乎 @葡萄味的玉米

（图 7.1 欧氏空间-酉空间-辛空间）

酉空间(unitary linear space)是一种特殊的复线性空间。指以一类埃尔米特函数作内积的复线性空间。

设 V 是复数域 C 上的线性空间，J 是 C 的(共轭)自同构：J(a+bi)=a-bi。若在 V 上定义了一个关于 J 的埃尔米特函数，并且对任意 α∈V，内积(α，α)≥0 及(α，α)=0 当且仅当 α=0，则称征≠2 的域 K 上的向量空间，ω 是 V 上一个反对称 2 形式。若 ker ω={0}，则称 ω 为 V 上的一个辛形式。此时，(V，ω)就称为辛空间。V 是偶数维的。

这里，将阐述“行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间”转换为无量纲的圆对数空间。

V 为酉空间。n 维酉空间 U 中总存在标准正交基。对 U 的任一线性变换 σ，都存在它的共轭变换 σ*。若以 A，

B 分别表示 σ 与 σ*关于给定基的矩阵，则 A=G′-1，B-′G′，这里 G 是关于给定基的格拉姆矩阵，B-′是 B 的转置共轭矩阵。对 U 的任一正规(埃尔米特)变换 σ，

都存在标准正交基，使 σ 关于此基的矩阵为对角形(实对角形)矩阵。

辛空间(symplectic linear space)是一个数学术语，在数学上，辛空间是一类有特殊结构的向量空间。

7.3、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间与圆对数

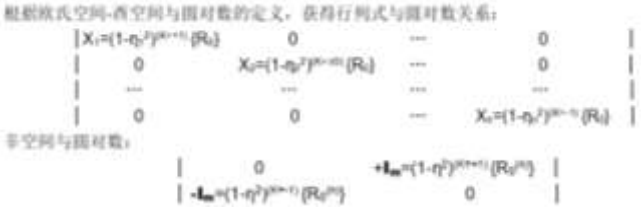
约在公元前 300 年，古希腊数学家欧几里得建立了角和空间中距离之间联系的法则，现称为欧几里得几何。欧几里得首先开发了处理平面上二维物体的"平面几何"，他接着分析三维物体的"立体几何"，所有欧几里得的公理已被编排到叫做二维或三维欧几里得空间的抽象数学空间中。

这些数学空间可以被扩展来应用于任何有限维度，而这种空间叫做 n 维欧几里得空间(甚至简称 n 维空间)

或有限维实内积空间。具有代表性的经典代数为“欧氏空间-酉空间-辛空间”以及“希尔伯特空间”

“欧氏空间-酉空间-辛空间”的行列式，行列式等阶于多项式，在数学的向量分析中广泛应用。也就是说，平面的多向量的欧氏空间-酉空间，目前，以二维的“辛空间”（A=+I_m 与 B=-+I_m）描述，广泛应用于{2}^{2n}。如果行列式/多项式分别提取特征模和圆对数，可以进行三维复分析的解析度 2“辛空间”（A=+I_{ma} 与 B=-I_{mb} 加 B=-I_{mc}）（一个元素与二个元素的组成形式）描述的不对称性转换为圆对数，通过圆对数中心零点互逆平衡对称性进行交换，广泛应用于{3}^{2n}。

酉空间(unitary linear space)一种特殊的复线性空间.指以一类埃尔米特函数作内积的复线性空间.设 V 是复数域 C 上的线性空间，J 是 C 的(共扼)自同构:(a+bi)}=a-bi。若在 V 上定义了一个关于。I 的埃尔米特函数，并且对`d a E V，内积(a,a)>0 及(a,a)=。当且仅当 a=0，则称 V 为酉空间.n 维酉空间 U 中总存在标准正交基.对 U 的任一线性变换 6，都存在它的共扼变换 6}.若以 A,B 分别表示 Q 与 Q'关于给定基的矩阵，则 A - GI 一 1BIGI，这里 G 是关于给定基的格拉姆矩阵，B}是 B 的转置共扼矩阵。对 U 的任一正规(埃尔米特)变换 Q，都存在标准正交基，使 a 关于此基的矩阵为对角形(实对角形)矩阵。



（图 7.2 欧氏空间-酉空间-辛空间与圆对数)

这些数学空间还可被扩展到任意维的情形，称为实内积空间(不一定完备)，希尔伯特空间在高等代数教科书中也被称为欧几里得空间。 为了开发更高维的欧几里得空间，空间的性质必须严密地表达并被扩展到任意维度。尽管这样做的结果导致数学非常抽象，但却捕获了我们熟悉的欧几里得空间的根本本质，即平面性。还另存在其他种类的空间，例如球面则非欧几里得空间，相对论所描述的四维时空在重力出现的时候也不是欧几里得空间。（图 7.1）

这里，把传统的欧氏空间-酉空间-辛空间转换为圆对数，在原函数命题、空间不变，特征模（特征向量）{$R_0^{(n)}$}不变，同构圆对数形式不变条件下，圆对数中心零点的共轭互逆对称性：

$$(1-\eta^2)^K\{R_0\}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot\{R_0^{(n)}\};$$

空间的转换过程：

不变特征模{$R_0^{(n)}$}、不变同构圆对数$(1-\eta^2)$，变化特征模与圆对数共享的性质属性满足交换：

（1）外部离散性跳跃过渡形式：$(1-\eta^2)^{(K=+1)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=\pm 0)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=-1)}$；

（2）内部离散性连续过渡形式：$(1-\eta^2)^{(K=+1)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=\pm 0)} \leftrightarrow (1-\eta^2)^{(K=-1)}$；

我们已经证明：任意函数{X}与特征模 $\{R_0\}$（正中反均值函数）可以转换为无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$ 分析：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K \bullet \{R_0^{(n)}\}；(1-\eta^2)^K=\{0,1\}；$$

存在函数被圆对数带动具体的函数空间，获得共轭互逆平衡对称性，满足偶数性对称与不对称的平衡交换机制，圆对数带动了数值的映射。

其中：“欧氏空间-酉空间的行列式”等价于“牛顿二项式展开的多项式”，转换为辛空间等价于特征模$\{R_0^{(n)}\}$通过圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm 0)}$与圆对数正中反$(1-\eta^2)^{(K=\pm 1)}$之间的交换 。这个交换不仅可以满足二维复分析，也可以解决三维复分析问题，见第四章节阐述。

1900 年希尔伯特提出的数学问题。“已知二个变量函数，解析一般解”这是通俗地说：二个变量函数分别是

其一：边界函数$\{R=\sqrt[S]{(x_1x_2\ldots x_s)}\}$，称“乘组合”，单元体为几何平均值；

其二：特征模函数（特征向量）或正中反均值$\{R_0^S\}^K$，称（正则化）“加组合”，单元体为（概率-拓扑）算术平均值。

这是当前的数学解析的焦点问题：根据“已知二个变量函数求解一般根”。为解决这个问题，传统的方法一般是建立数学模型，“行列式/多项式”进行解析方法很多，大多是“逼近计算”获得近似的根。

圆对数方法：任意群组合-函数边界函数$\{X\}^{K(n)}$，分别提取不变性数值特征模（正中反均值函数）$\{R_0^S\}^{K(n)}$和无量纲位值圆对数

$$(1-\eta^2)^K=\{\sqrt[S]{(x_1x_2\ldots x_s)}/(R_0^S\}^{K(n)}。$$

通过圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta^2)^K=\{1\}^{K(n)}$对应特征模$\{R_0^S\}^{K(n)}$，分别对应群组合特征模外部与内部的圆对数关系。圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{K(n)}$为特征模内部的平衡，通过中心零点互逆平衡对称性进行根解析。

其中的任意群组合-函数可以是：任意数值函数、逻辑对象，以及自然数、实数、无理数、可数字化的任意对象，转换为位值圆对数，进行行列式-多项式-函数、群组合、空间的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”无量纲分析。

分析必须分别为二个步骤：

（1）、“元素-对象”转换特征模数值数值中心点与独立的周围元素，以圆对数形式$(1-\eta_{[C]}^2)^K=1$ 同步变化。

（2）、特征模中心点与独立的周围元素之间，以圆对数形式$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$ 相互之间位置与数值的解析。

数学和数学物理有两方面步骤：其一：是构建理论模型，写下系统满足的方程。比如牛顿的力学方程，爱因斯坦的引力方程，麦克斯韦方程，薛定谔方程，模型的构建从根本推动了物理的发展，每一个方程都是物理历史上的里程碑。其二：无量纲语言定义的圆对数，只要有边界函数和特征模函数，产生圆对数就可以解析，不一定需要数学或物理数学模型，在实际应用中，往往是“观察对象的（连乘）如何确定数值特征模（正中反算术均值函数）”。

7.4、欧氏空间-酉空间-行列式与无量纲圆对数

传统数值分析中，满足结合律，不满足交换律。严格地说，任意群组合的数值元素都不满足交换律。目前的应用是二元数为主题的复分析，以离散-对称形式进行强制性的交换，这就是所说的的概率分析进行交换，应用受到局限，包括计算机离散型迭代法程序，只能近似地逼近计算。至于具有三元数及三元数以上出现不对称性“概率-拓扑”分布的，没有形成交换（态射、映射、投影）环境。

可是，这些数值分析运算符号（如加、减、乘、除、乘方、开方、微积分等）能否自证成立？

7.4.1、欧氏空间-酉空间-行列式与无量纲圆对数的“偶数性”平衡交换组合分解机制

按照哥德尔不完备性定理，上述经典代数不能“自证成立”。欧氏空间-酉空间-行列式采用第三方无量纲圆对数验证了它们系统，证明由于没有“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”成为“不完备性”，由此任意数学的“元素-对象”都“不能直接交换”。基于欧氏空间-酉空间-行列式在传统数学中占据着重要地位，证明如下：

✹定义 7.1.1 无量纲构造的随机平衡交换组合分解，在总“元素-对象”系列（或几何空间边界函数）不变条件下，“元素-对象”有不重复的组合（分解）的子项以及特征模，子项（特征模）之间可以转换为无量纲构造的“偶数性”‘无穷公理’机制，“元素-对象”各个子项，分别在特征模（外部、内部）在无量纲“圆对数中心零点”对称性平衡（即中心零点二侧具有相同的圆对数因子）的基础上，进行圆对数幂函数性质的正中反向的随机与不随机的交换，使得圆对数中心零点二侧具有不同的性质属性，然后在圆对数带动下进行组合或分解。

无量纲圆对数证明：任意群组合-函数的数值解析度 2 下，分解二个对称与不对称性分布的子数值函数，不能直接交换。同样，逻辑分析的范畴论的态射，函子，没有定量的计算也不能直接交换，必须转换为无量纲圆对数，在圆对数中心零点对称条件下，建立“偶对称”的圆对数因子随机交换。

交换过程：“不变动群组合-函数原命题$\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)}$、不变动特征模$\{D_0\}$或正圆模式$\{R_0\}$、不变动圆对数$(1-\eta^2)$，通过共享的幂函数$(K=+1,\pm0,-1)$性质属性转换实现交换”。

选择以黎曼函数总的“元素−对象”（边界函数）不变，即正圆有边界元素相同，有均匀与不均匀，对称与不对称区别，在于乘组合与加组合的空间差别：

$$\{R_0\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)}=\{R_{00}\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

边界函数不变下，面积、体积发生变化状态以几何称正圆对数为底的路径积分描述：

$$\{R_0\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)}=(1-\eta^2)\{R_{00}\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

（1）、整体性平衡交换组合（包含本区域、本维幂次）：

$$\{X\}(\text{正命题})\in[ABC\cdots]$$

$$=[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=-1)}]$$

$$=R(\text{逆命题})\in[ABC\cdots];$$

（2）、非整体性平衡交换组合（包含跨区域、跨维幂次、跨时空）：

$$\{X_{[A\cdots]}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=A^{\cdots})}(\text{正命题})\in[ABC\cdots]=[(1-\eta_{[A\cdots]}{}^2)\{R_0\}^{(K=+1)(q=A^{\cdots})}]$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[A\cdots]}{}^2)\{R_0\}^{(K=+1)(q=A^{\cdots})}\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC\cdots]}{}^2)\{R_0\}^{(K=\pm0)(q=ABC^{\cdots})}\leftrightarrow(1-\eta_{[BC\cdots]}{}^2)]\{R_0\}^{(K=-1)(q=BC^{\cdots})}]$$

$$=[(1-\eta_{[BC\cdots]}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(K=+1)(q=BC^{\cdots})}]=\{R_{[BC\cdots]}\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=BC^{\cdots})}(\text{逆命题});$$

其中：所有的无量纲构造交换，都在圆对数中心零点的对称性平衡的性质属性正中反向实现交换。

特别的，特征模通过圆对数中心零点，解决结合律、交换律、排中律，与圆对数具有共享性质属性时，通过性质属性的改变带动了数值实现交换。其中：以$\{D_0\}$代表“高幂代数空间”，以$\{R_0\}$代表“几何高次空间”

如：$[ABC\cdots],\{X_{[A]}\}\in[ABC\cdots]$，$\{X_{[BC]}\}\in[ABC\cdots]$；性质属性，分别为黎曼函数空间（K=+1）（抛物线、面、体）；

（K=`1）（椭圆线、面、体）；（K=□1）（双曲线、面、体）；（K=`0）黎曼函数空间中心零点转换点;

(A)、均匀正圆模式（概率“1-1 组合”）：（正圆边界均匀分布）

$$\{R_{00}\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=1)}=(1/S)[ABC[ABC\ldots];\quad\text{（适应加组合）}$$

非均匀圆模式（概率“1-1 组合”）：（正圆边界不均匀分布）

$$\{D_0\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=1)}=(1/S)[ABC[ABC\ldots];$$ （适应乘组合）

(B)、均匀正圆模式（拓扑“2-2 组合”）：（正圆不均匀分布）

$$\{R_{00}\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=2)}=(2/S(S-1)[ABC[ABC\ldots];$$ （适应加组合）

非均匀圆模式（拓扑“2-2 组合”）：（正圆边界不均匀分布）

$$\{D_0\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=2)}=[ABC\ldots];$$ （适应乘组合）

(C)、均匀正圆模式（拓扑“P-P 组合”）：（正圆不均匀分布）

$$\{R_{00}\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)}=(p-1)!/(S-0)![ABC\ldots];$$ （适应加组合）

非均匀圆模式（拓扑“P-P 组合”）：（正圆边界不均匀分布）

$$\{D_0\}^{(K=`1)K(Z\pm S\pm(q=P)}=(p-1)!/(S-0)![ABC\ldots];$$ （适应乘组合）

群组合公式包括各个个体元素，通过处理“乘与加、加与减”互逆性，都转换为圆对数关系：

$$\{X\}=\{\sqrt[(S)]{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\{R_{00}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

$$\{X\}=\{\sqrt[(S)]{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

位值圆对数不同组合形式的无穷展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=2)}+\ldots+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

位值圆对数的同构性展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=2)}=\ldots=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P)}=\{0，1\};$$

位值圆对数中心零点互逆对称性：

$$(1-\eta_C^2)^K=\left|\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots^{整数})}\right|=\left|\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots^{整数})}\right|=\{0\};$$

数值圆对数因子中心点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_\Delta)^{(Kw=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots^{整数})}\right|=\left|\sum(-\eta_\Delta)^{(Kw=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots^{整数})}\right|=\{0\};$$

其中：圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^K=0$ 对应$\{R_0\}$，$\{R_0\}$称数值特征模（正中反平均值）。

7.4.1、任意空间对称与不对称的‘无穷公理’平衡交换组合机制

为了说明对称与不对称选择二元数/三元数/多元素（高幂维次）能够实现无量纲‘无穷公理’机制的圆对数统一的分析，简单介绍有关圆对数计算规则及平衡交换组合规则。同时应用无量纲构造数学证明或补充了现有数学的“平衡、映射、态射、组合、分解”的数学基础以及解释物理“中微子”的平衡交换组合分解（包括跨区域、穿越时空）。

如：传统域的一个集合 F，配备两个二元（a,b）运算，产生加法的乘法。二元的意思就是你输入两个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素。形成一个包含所有对象的域。

有概率“**1-1** 组合”形式的加法（并集） (+、) 和乘法（交集） (•) 的运算以数值的通常方式定义。这个已经有成熟的分析方法，它们以逻辑代数语言描述应用于$\{2\}^{2n}$范围。

当前计算机以离散-对称为前提的假设编写程序算法广泛应用于人工智能。可是遇到了离散-不对称为前提的依然没有好的算法。其实所说的平衡交换并不是数值之间的直接平衡交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；

如：二元数：特征：二元数{a,b}分布为对称性，数值不对称,传统域的一个集合 F，配备三元数（a,b）运算，

$$a\bullet b=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(2)},$$

$$a=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\};\quad b=(1+\eta)^{(K=-1)}\{R_0\};$$

$$[(1-\eta)^{(K=+1)}=a/\{R_0\}\leftrightarrow[(1-\eta)^{(K=`0)}=a/\{R_0\}\leftrightarrow[(1+\eta)^{(K=-1)}=b/\{R_0\}];$$

无量纲‘无穷公理’机制写成：$a^{(K=+1)}\leftrightarrow ab^{(K=`0)}\leftrightarrow b^{(K=-1)}$ ；

其中：交换的条件是具有相同的圆对数因子“(±η)”对称性平衡为前提，才有随机与不随机（计算机称“自动监督”），[a↔b]下，才有的加与乘的“组合”，

$$“a+b”=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}+(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}=(1+1=2)\{R_0\};$$

$$“a\cdot b”=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}+(1-\eta)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(1+1=2)};$$

7.4.2、任意空间数值-位值的三元数圆对数交换例

如：三元数：特征：元数分布与数值为不对称性，传统域的一个集合 F，配备三元数（a,b,c）运算，产生加法与乘。三元的意思就是输入三个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素，形成一个包含所有对象的域，称“组合”。反之，输入一个元素，通过减法(或者除法)会产生三个确定的元素，形成一个包含所有对象的域。

一个三元数可以分解为概率-拓扑“**1-1** 组合与“**2-2** 组合”形式的加法 (+) 和二元数乘法 (•) 的运算，称“不对称分布”，这种“道生一，一生二，二生三”的数值分析，

18 世纪卡尔丹公式以来还没有出现成熟的、完整性的平衡交换分析方法。其实所说的平衡交换并不是数值之间的直接平衡交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；

有：三元数系列：{abc}∈{ABC}

$$A\cdot b\cdot c=(1-\eta_{abc}^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(3)},$$

$$a=(1-\eta_a^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};\ bc=(1-\eta_{bc}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

平衡交换组合：.

$$bc\leftrightarrow(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=`0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=+1)}]\{R_0\}^{(3)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}=a,$$

$$bc^{(K=-1)}\leftrightarrow abc^{(K=`0)}\leftrightarrow a^{(K=+1)},$$

$$(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)}=\{0,1\},$$

平衡组合分解：

$$(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}=(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}+(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)},$$

$$(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}+(1_{[c]}^2)^{(K=-1)},$$

其中：交换的条件是具有相同的圆对数因子“(±η)”对称性平衡为前提，才有随机与不随机（计算机称“自动监督”），[a,b,c]下，才有的加与乘的“组合”，

$$“a+b+c”=(-\eta_{[a]})^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}+(-\eta_{[bc]})^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}=(1)\eta_{[a]}+(2)\eta_{[bc]}=(3)\eta_{[abc]}^{(K=\pm1)}\cdot\{R_0\}^{(1)};$$

$$“a\cdot b\cdot c”=(1-\eta_{[a]})^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}+(1-\eta_{[bc]})^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}==(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(1+1=2)};$$

其中：$(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}$属于第二个层次的互逆对称平衡交换；也可以在第一个层次实现互逆对称平衡交换；有

$$a=(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};\ b=(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};\ c=(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)\cdot}$$

交换的条件是圆对数中心零点具有相同的圆对数因子：

$$(\pm\eta^2)=(+\eta_{[a]})+(-\eta_{[bc]}^2)=\{0\};$$

对称性平衡为前提，才有随机与不随机（计算机称“自动监督”），[a↔b↔c]下才有的圆对数中心零点对称性$(\pm\eta^2)=0$，圆对数因子满足结合律、交换律、排中律：

$$\sum(+\eta_{[abc]}^2)=\sum(+\eta_{[a]}^2)+\sum(-\eta_{[bc]}^2);$$

$$\sum(+\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}=\sum(-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}+\sum(-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)};$$

如果进行三维复分析，采用圆对数方法，以无量纲圆对数才能合理地应用于$\{3\}^{2n}$范围。其描述的对象

可以是离散-连续一体化的，可以进行实分析、复分析，并且把所有数字化（数值化）对象都可以整合为一个简单的整体，具有三维八象限空间：{jik}=±1，+{ji}=-1{k}，+{ik}=-1{j}，+{{kj}=-1{i}，平面法向线与轴线组成互逆不对称性，数值不能平衡交换，数值转换为无量纲圆对数，通过圆对数中心零点共轭对称带动下，数值进行平衡交换组合。 $a \cdot b \cdot c=(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(3)}$;

概率计算：

$$\mathbf{j}a=j(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$\mathbf{i}b=i(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$\mathbf{k}c=k(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

拓扑计算：

$$\mathbf{ji}ab=ji(1-\eta_{[ab]})^{(K=+1)}\{R_0\}^{(2)};$$

$$\mathbf{ik}bc=ik(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

$$\mathbf{kj}ca=kj(1-\eta_{[ca]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

三元数平衡交换条件（即一个元数与二个乘组合元数的平衡交换组合）：

$$\mathbf{ji}ab \leftrightarrow \mathbf{k}c;\ \mathbf{ji}(1-\eta_{[ab]}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(2)} \leftrightarrow \mathbf{k}(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}$$

$$\mathbf{ik}bc \leftrightarrow \mathbf{j}a;\ \mathbf{ik}(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)} \leftrightarrow \mathbf{j}(1-\eta_{[a]}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}$$

$$\mathbf{kj}ca \leftrightarrow \mathbf{i}b;\ \mathbf{kj}(1-\eta_{[ca]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)} \leftrightarrow \mathbf{i}(1-\eta_{[b]}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

‘无穷公理’机制写成：

$$[ABC] \leftrightarrow \{R_0\}^{(K=\pm0)(3)} \leftrightarrow [abc];$$

三元数平衡交换组合规则：不变命题，不变特征模、不变同构圆对数，以圆对数的幂函数正中反向进行转换，使得真命题转换为逆命题，范畴论称态射、映射。但是范畴论根据集合论公理化的态射等没有严格数学证明。基础不牢固或不完整。无量纲圆对数以第三方完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”具有完整性的系统，每一个步骤都能完整性的自动（随机与不随机）的平衡交换公理化。具有权威性、公正性、零误差的分析、验证数值分析系统或逻辑分析系统。其中：三元数平衡交换规则按照三元数哈密顿-汪一平四元数平衡交换规则。

如：传统域的一个集合 F，配备 S 个 S 元（a,b,c,…,S）运算，产生加组合的乘组合。S 元的意思就是你输入 S 个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个或多个确定的元素。形成一个包含所有对象的域。

有概率-拓扑“**1-1** 组合、“**2-2** 组合”、“**P-P** 组合”形式的加法(+)和多元数乘法(·) 的运算以数值的通常方式定义。

目前，还没有成熟的分析方法。同理，它们的交换同样不是数值之间的交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；

如： $(a,b,c,\ldots,s)=(1-\eta^2)^K\{R_0\}^{(S)}$，$(ab,bc\ldots,sa)=(1-\eta_{ab\ldots s}^2)^K\{R_0\}^{(2)}$; $(abc,\ldots,sab)=(1-\eta_{ac\ldots s}^2)\{R_0\}^{(3)}$;

解析度 2 条件下，产生圆对数中心零点，分解为二个系列子项，

$$(1-\eta_{abc\ldots s}^2)^{(K=`1)}\{R_0\}^{(S)}=(1-\eta_{ac\ldots s}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(S)}+(1-\eta_{ac\ldots s}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(S)},$$

属于第二、三、四……个层次的互逆对称平衡交换；也可以在第一个层次实现互逆对称平衡交换；

$$a=(1-\eta_a^2)\{R_0\}^{(1)};$$

$$b=(1-\eta_b^2)\{R_0\}^{(1)};$$

$$c=(1-\eta_c^2)\{R_0\}^{(1)};\ \cdots;$$

$$s=(1-\eta_s^2)\{R_0\}^{(1)\cdot}$$

平衡交换组合的条件是具有同层次相同的“$(\pm\eta_i^2)$”；

位值-数值圆对数因子中心零点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_{\Delta A})^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}\right|+\left|\sum(-\eta_{\Delta B})^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}\right|=0;$$

传统计算机采用离散型、对称性假设，没有“圆对数中心零点”之说，但是有“极限”一词，没有证明其实际成为互逆对称平衡交换的条件，造成计算机计算结果不稳定性的近似计算。

对比圆对数中心零点是确保数值分析的稳定性和可共轭互逆对称交换性，中心零点叠加，组成具有统一的边界域$\{-1,\pm0,+1\}^{(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$的无穷长“糖葫芦串”，或无穷宽“糖薄圆饼”。圆对数中心零点的存在确保计算机的稳定性、精确性、零误差性、高鲁棒性，有效防止模式混淆、描述坍塌。

7.5、无量纲构造集‘无穷公理’的应用：

无穷构造集有一个特有的“公理”，表现为“偶数项”对称与不对称、‘无穷公理，在’圆对数中心零点二侧的对称性，随机与不随机地进行平衡交换组合分解，仍然带动数论的“元素-对象”进行转换。称“无穷公理”机制。

7.5.1、无量纲构造集证明数论公理化没有交换机制

1899 年希尔伯特希尔伯特出版的《几何基础》成为近代公理化方法的代表作，且由此推动形成了"数学公理化学派"，可以说希尔伯特是近代形式公理学派的。

但是，在建立自然数公理化中，如：微积分属于纯数字计算中无法实现跨维度对应，虽然运用微分模拟可以实现本维度内的复杂模拟。“实现跨维度计算”没有具体的数学证明。

无量纲圆对数首先解决传统数学中宏观与微观长期存在的“乘与加”的矛盾，提出以‘无穷公理’随机进行完整性的随机平衡交换组合机制，解释了这些“平衡”不能直接进行，必须在无量纲构造特有的‘无穷公理’，在圆对数中心零点处，在不改变原来的“元素-对象”通过圆对数性质属性正中反向的转换，实现“一一对应”与“跨维度“映射”。

7.5.2、无量纲构造集证明集合论公理化没有平衡交换机制

1908 年，希尔伯特的学生 Zemelo 推出集合论公理化。1914 年，豪斯多夫完成了点集拓扑公理化。1933 年，哥德尔证明了紧致性定理。1956 年，塔尔斯基模型论建立。1961 年，鲁宾逊基于紧致定理创立非标准分析。集合论公理化的一个重要内容是“映射”。

“映射”或者“投影”，是一个数学名词，指两个集合之间元素相互对应的一种关系。它在数学及相关的领域经常等同于函数。 基于此，部分映射就相当于部分函数，而完全映射相当于完全函数。应用需要预先定义投影法则部分的函数后进行运算。因此“映射”计算可以实现跨维度对应。

映射的成立条件简单的表述就是：

（1）、定义域的遍历性：X 中的每个元素 x 在映射的值域中都有对应对象。

（2）、对应的唯一性：定义域中的一个元素只能与映射值域中的一个元素对应。映射可以对非相关的多个集合进行对应的近似运算，而微积分只能在一个连续相关的大集合内进行精确运算。

但是，集合论公理化中没有数学证明“一个元素只能与映射值域中的一个元素对应”和“映射计算可以实现跨维度”的平衡交换机制，也就是说，没有证明它们为什么可以交换应用受到限制。无量纲圆对数提出以‘无穷公理’随机进行完整性的随机平衡交换组合机制，解释了这些“交换”不能直接进行，必须在无量纲构造特有的‘无穷公理’，在圆对数中心零点处，不改变原来的“元素-对象”通过圆对数性质属性正中反向的转换，实现“一一对应”与“跨维度“映射”。

7.5.3、无量纲构造集证明范畴论公理化没有平衡机制

范畴就是试图以“公理化”的方法抓住在各种相关连的“数学结构”中的共同特性，并以结构间的“结构保持函数”将这些结构相关起来。因此，对范畴论系统化的研究将允许任何一个此类数学结构的普遍结论由范畴的公理中证出。范畴论的一个重点：态射(morphism)是两个数学结构之间保持结构的过程的一种抽象。是集合论公理化的进一步拓展。最常见的这种过程的例子是在某种意义上保持结构的函数或映射。

在集合论中，例如，态射就是函数，在群论中，它们是群同态，而在拓扑学中，它们是连续函数。在泛代数(universal algebra)的范围，态射通常就是同态。态射和它们定义于其间的结构(或对象)的抽象研究构成了范畴论的一部分。

在范畴论中，态射不必是函数，而通常被视为两个对象(不必是集合)间的箭头。不象映射一个集合的元素到另外一个集合，它们只是表示域(domain)和陪域(codomain)间的某种关系。

态射的本质是抽象的，多数人关于它们的直观(事实上包括大部分术语)来自于具体范畴的例子，在那里对象就是有附加结构的集合而态射就是保持这种结构的函数。

如：由群组成的类 Grp 包含了所有具有“群结构”的物件。要证明有关群的定理，即可由此套公理进行逻辑的推导。例如，由公理中可立即证明出，群的单位元素是唯一的。

不是只专注在有特定结构的个别物件（如群）上，范畴论会着重在这些物件的态射（结构保持映射）上；经由研究这些态射，可以学到更多关于这些物件的结构。以群为例，其态射为群同态。两个群间的群同态会严格地“保持群的结构”，这是个以将一个群中有关结构的讯息运到另一个群的方法，使这个群可以看做是另一个群的“过程”。因此，对群同态的研究提供了一个得以研究群的普遍特性及群公理的推论的工具。类似的研究也出现在其他许多的数学理论中，如在拓扑学中对拓扑空间的连续映射的研究（相关范畴称为 Top），及对流形的光滑函数的研究等。

但是，范畴论公理化强调了“群组合”“一个群群组合“态射”到另一个群组合的关系”和“态射同样可以实现跨维度”的交换，但是，没有证明它们在什么条件下实现“态射”，其中仅注意群组合“外部”之间的态射，没有明显提出“内部”之间的态射，应用受到限制。无量纲圆对数提出以‘无穷公理’随机进行完整性的随机平衡交换组合机制，解释了这些“交换”不能直接进行，必须在无量纲构造特有的‘无穷公理’，在圆对数中心零点处，不改变原来的“元素-对象”通过圆对数性质属性正中反向的转换，实现“一一对应”与“跨维度“映射”。

8、无量纲圆对数与范畴论的衔接

传统数学的“逻辑分析”具有代表性的有：集合论,范畴论，或对象拓扑映射、态射等都属于函数空间。GB 系统中有一系列公理保证类中的的相等、子类、交、补、差、积等一系列操作的合理性(进而可以考虑类上的关系、函数等)。规定的空间是一种极为重要的特殊二元性赋范空间，在这类空间中可以引入态射概念和映射概念，从而把范畴论空间的几何学推广到无限维空间中去。

范畴论是以逻辑语言定义和逻辑符号，抽象地处理数学结构以及结构之间联系的一门数学理论。范畴论出现在很多数学分支中，以及理论计算机科学和数学物理的一些领域。

意大利数学家卡尔达诺(G.Cardano)在 1545 年出版的《大术》一书中，首先发表了上述公式，此公式来自意大利数学家塔尔塔利亚(N.Tartaglia)，但卡尔达诺给出了该公式的几何证明。

18 世纪一元三次方程的卡尔丹公式特例解后，一直没有新的发展代数数的理论发展到逻辑代数。留下来许多世纪性数学难题，如黎曼函数零点猜想等等得不到破解。

目前，伽罗瓦理论是数学中最令人满意的分支之一。从这里出发发展了集合论、范畴论等近代数学和逻辑语言定义的符号，编制成先进的计算机程序语言，广泛地应用全社会，发挥了无与伦比的巨大作用。

但是，哥德尔不完备性定理以及四色定理证明暴露了近代数学的“不充分性”。意味着，近代数学作为计算机程序语言和算法达到了“天花板”。计算机再要发展已经很困难了。

这里，引入无量纲圆对数构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，提出范畴论与无量纲圆对数的衔接，解决近代数学只能进行离散-对称性的统计困境，提供向高级人工智能计算机拓展的一个良好环境。其中：保持自然语言、文字、音频、视频、……数字化判断、决策、评估，以及更好的模仿人类大脑思维数字化的推理、高幂微积分方程、三维网络空间……数学解析，使计算机更好地为人类的和平、健康、生活、社会、国家、科技、科学服务。

8.1、近代数学的背景

逻辑代数是一种用于描述客观事物逻辑关系的数学方法，由英国科学家乔治·布尔(George·Boole)于 19 世纪中叶提出，因而又称布尔代数。

逻辑代数有一套完整的运算规则，包括公理、定理和定律。它被广泛地应用于开关电路和数字逻辑电路的变换、分析、化简和设计上，因此也被称为开关代数。随着数字技术的发展，逻辑代数已经成为分析和设计逻辑电路的基本工具和理论基础。

逻辑分析以范畴论为代表的代数结构：范畴是具有关联态射的对象的集合。每一个代数结构都有自己的同态概念，即任何与定义结构的运算相容的函数。因此，每一个代数结构都会产生一个类别。

例如，群的范畴是将所有组都作为对象，并且所有组同态都作为态射。这一具体范畴可以看作是一组具有附加范畴理论结构的集合范畴。同样，拓扑群的范畴(其态射是连续群同态)，它在它上定义了一个或多个满足公理的有限运算。

在数学语言的描述中，这些态射需要具有以下性质：

1. 必须存在一个恒等态射可以将一个对象映射到其自身，如图 1 所示范畴中的映射 1A：A→A。

2. 态射可以组合。如果存在两个态射 f 和 g，f 可以将 A 映射为 B，g 可以将 B 映射为 C，则一定存在映射 fg 可以将 A 映射为 C。

3. 恒等态射和一般态射的组合必须要满足单位律（unit law axiom），即如果有 f:a→B 则有 f1A=f=1Bf。

4. 态射需要满足结合律，即(hg)f=h(gf)。

逻辑分析以范畴论为代表的代数结构，指对于许多数学对象，如群、环、域、向量空间、有序集等等，用集合与关系的语言给出来的统一的形式。首先，由于数学对象的多样性，有不同的类型的集，如群表示的集为 G×G.实际上，群涉及的是二元运算;而向量空间表示的集为 F×F→F，F×V→V，V×V→V，向量空间涉及域 F 中的运算，域 F 中的元对 V 中元的运算，V 中元的运算.引入基本概念——“合成”(如，群的合成就是乘法运算;向量空间的“合成”有 F 中的元对 V 中元的作用乘法，V 中元的加法运算)，并且，要求“合成”适合给定的公理体系，得到的就是一个数学结构。

逻辑分析乘法原理中自变量是因变量成立的必要条件，与逻辑的定义正好和乘法原理的描述一致，所以与逻辑和乘法对应。

逻辑分析加法原理中自变量是因变量成立的充分条件，或逻辑的定义正好和加法原理的描述一致，所以或逻辑和加法对应。

总之，任何一个含有变量 X 的等式，如果将所有出现 X 的位置，都代之以一个逻辑函数 F，此等式仍然成立。逻辑分析乘法原理、加法原理可以看作是与逻辑和或逻辑的定量表述；与逻辑和或逻辑可以看作是乘法原理、加法原理的定性表述。

具体常用的逻辑语言：

自然变换（Natural Transformatians)概念,提供了一种保持所涉及对象的同时，将一个函子转换为另一个函子的方法。1963 年，数学家芳瑞（William Lawvere)《代数理论的函子语义学》证明了许多熟悉的代数结构可以完全用范畴和函子技语描述。函子成为范畴论的映射的重要工具。如同“集装箱”从 A 地运输到 B 地，“集装箱”内部的物件没有变化。

单位元：存在一在 M 内的元素 e，使得任一于 M 内的 a 都会符合 a*e=e*a=a。

封闭性：对任何在 M 内的 a、b，a*b 也会在 M 内。

幺半群是一个带有二元运算*:M×M→M 的集合 M，其符合下列公理：结合律：对任何在 M 内的

a、b、c，（a*b)*c=a*(b*c)。

生成元群中元素可以由最小数目个群元的乘积生成，这组群元称为该群的生成元，数目为有限群的秩。

子幺半群：幺半群是指一个带有可结合二元运算和单位元的代数结构。在几何学中，幺半群汲取了函

数复合的概念。结合的酉群胚叫幺半群。例如，赋以加法(或乘法)的自然数集 N 是幺半群。

如，拓扑是开集与闭集的各自的集合，该操作是把二个元素组成第三个元素，如(ab→c),(ab≠c)。同时满足“封闭性、结合性。

8.2、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷与改造

逻辑数学是以伽罗瓦以离散型方式破解多项式的“一元五次方程”开始建立群论，发展到集合论，到范畴论。这一系列的数学体系，有称近代数学，是研究数量、结构、变化、空间以及信息等概念的一门学科。17 世纪，数学的发展突飞猛进，是实现了从常量数学到变量数学的转折。近代数学留下来被称为：三大数学难题，“四色猜想”、“费马大定理”、“哥德巴赫猜想”。迄今为止没有满意的解决。

中国近代数学的研究是从 1919 年五四运动以后才真正开始的。

在分析学方面，陈建功的三角级数论，熊庆来的亚纯函数与整函数论研究是代表作，另外还有泛函分析、变分法、微分方程与积分方程的成果。

在数论与代数方面，华罗庚等人的解析数论、几何数论和代数数论以及近世代数研究取得令世人瞩目的成果。

在几何与拓扑学方面，苏步青的微分几何学，江泽涵的代数拓扑学，陈省身的纤维丛理论和示性类理论等研究做了开创性的工作；

在概率论与数理统计方面，许宝騄在一元和多元分析方面得到许多基本定理及严密证明。

此外，李俨和钱宝琮开创了中国数学史的研究，他们在古算史料的注释整理和考证分析方面做了许多奠基性的工作，使我国的民族文化遗产重放光彩。

1996 年 3 月下旬，当陈景润即将摘下数学王冠上的这颗明珠，"在距离哥德巴赫猜想(1+1)的光辉顶峰只有飓尺之遥时，他却体力不支倒下去了……"在他身后，将会有更多的人去攀登这座高峰。

8.2.1、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷问题的提出

指出逻辑数学、集合论、范畴论确实存在的运算缺陷，并不是全盘否定，目的有二个：

（1）、以第三方无量纲构造集特有的“偶数性不对称的随机与不随机的平衡交换机制”，验证逻辑数学、集合论、范畴论存在的“不完整性、不充分性”，表示可以与无量纲构造衔接。

（2）、把逻辑数学、集合论、范畴论的运算符号、方法，统一改造为无量纲圆对数构造的符号、方法，试图与同样改造的经典数学为无量纲圆对数构造的符号、方法统一起来。

当前，被称为最高级的数学——范畴论，它揭示了一些看似对立的学科之间的深刻联系。范畴论的主要来源是群论和拓扑学，组成数学中的结构与其他的联系。有的数学家依靠范畴论解决了一些数学问题。

所说的群论是一门正式学科，始于 19 世纪，最初是群论是为了多项式方程解而发展起来的（加罗瓦理论）推推动了数学思维方式的抽象化。

$$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0x^0=0;$$

所说的拓扑学是研究几何图形或空间在连续改变形状后还能保持不变的一些性质的学科。在多项式表现为($a_{n-1}x^{n-1}$)，称拓扑项，成为范畴论的依据。多项式(a_nx^n)称概率项。采用逻辑符号进行运算，有并集、交集、态射、……。

如想象一组形状不同的钥匙，群论就是研究如何特定的操作来分析这些钥匙之间的关系。例如那些钥匙能打开那些锁。如同定义开集的补集度量空间 X 的子集 $\boldsymbol{E}$ 是开集，当且仅当 $\boldsymbol{E}$ 的补集是闭集。

其中：（图 8.1）表示 $\boldsymbol{E}$ 是开集（阴影部分、钥匙），$\boldsymbol{E}^C$ 是闭集（阴影部分、锁）。

如果，$\boldsymbol{E}$（阴影部分）包括虚线边界的开集，称具有边界，组成单连通、圆球，如钥匙单独成为一个独立单元体等；$\boldsymbol{E}^C$ 是闭集包括虚线边界是闭集，边界组成多连通、圆环。则定义“$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^C$”二个部分是离散的。

反之：$\boldsymbol{E}$ 不包括虚线边界的开集，即钥匙不成为一个独立单元体，虚线称共享边界，$\boldsymbol{E}^C$ 是闭集以大圆包含了“$\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^C$”，

那么定义这二个部分是连续的。

（图 8.1　开集与闭集）

传统范畴论按照 E 是开集（钥匙）E^C 是闭集（锁）。分别属于二个不链接的“离散型”思想，没有解决 E 是开集（钥匙）E^C 是闭集（锁）之间的协调关系，而“操作”是则是尝试用独立的钥匙开启一把锁的过程。

如果，（把连续与离散）整合为一体，那么以大圆为比较的基础圆 R_0，“$E+E^C$”的共享边界 D_0。一把钥匙能够打开一把锁，这表明它符合某种待定的规则或结构。这就是群论所探究的。现实生活中，不是每把钥匙都能打开每一把锁。但群论想要理解的是那些钥匙适合那些锁的结构关系及操作。

所说的“操作”则是尝试用钥匙开锁的过程，如果一把钥匙能够打开一把锁，这表明它符合某种特定的规划或结构，这就是群论所探索的。

8.2.2、逻辑数学、集合论、范畴论的改革拓展方向

目前，逻辑数学、群论、集合论、范畴论具有密切联系，依序发展，一直到中心的计算机算法和程序语言，随着科学的进步和计算机的发展，暴露了原来不以为然的数学缺陷和计算机应用潜能不足问题，特别是遇到了“不对称性、连续性”问题不能解决，采用了逼近计算和复杂的公式，不能实现数学应有的零误差精确性，阻碍了人类向更高的宏观空天、更深的深海、更细的微观量子、生物，更生动活泼的思维领域，……发展。

特别是微观与宏观尖锐矛盾没有解决，如何实现一体化数学计算和计算机软硬件的精细化、小型化、零误差的精确度要求，成为人工智能发展的热点课题。返馈到近代数学以范畴论为代表的严重缺陷暴露。

（1）、逻辑代数有一套完整的运算规则，包括公理（不证自明，没有数学证明）、定理和定律，被广泛地应用于开关电路和数字逻辑电路的变换、分析、化简和设计上。因此也被称为开关代数。随着数字技术的发展，逻辑代数已经成为分析和设计逻辑电路的基本工具和理论基础。这些逻辑符号在运算中采用集合论“公理化”能否自证成立？如何确保其充分性、可靠性？

（2）、哥德尔不完备性定理，已经证明逻辑代数不能“自证”。具体表现：包括交叉科学的逻辑对象进行分析的态射、映射不能平衡，不能很好地处理逻辑对象内外部与内部的平衡交换关系，意味着逻辑数学、集合论、范畴论为中心（与经典数学一样）应用受到局限。

（3）、逻辑语言定义的符号（如交集、并集、态射、映射）与经典数学（如加、减、乘、除、开方、乘方）能不能以一种新的又可以让大家接受的运算符号，实现统一的运算规则，方便计算机的理解和应用。

人们设想：摒弃那种一组形状不同的钥匙开锁的思路，能不能找到一个万能钥匙，打开任意不同的锁？这就涉及研究那些锁的结构与不同锁结构共同的规则，满足可能存在的万能钥匙？

也就是说，范畴论的研究不能局限于锁的结构，还要研究钥匙的结构，并且协调“钥匙与锁”之间的配合关系。即范畴论的外部（锁结构）与内部（钥匙结构）之间的关系及规则。表明了钥匙与锁存在关联性、共享的规则。

许多学者设想能否由此引入了第三方系统身份和机制，解决、验证、调整、拓展逻辑数学、集合论、范畴论为中心（包括对象内外部计算一体化）成为当务之急。

中国圆对数团队发现：根据前辈数学家哥德尔不完备性定理，认为“逻辑分析系统与数值分析系统”都没有完整性和充分性；逻辑分析与数值分析对象都存在“不能直接进行平衡交换”，它们共同的缺陷是缺少“偶数不对称的随机与不随机平衡交换机制”。如果统一引入无量纲圆对数的“偶数性的平衡交换机制”，数学的“逻

辑分析系统与数值分析系统”实现以无量纲圆对数构造为核心的大统一。

8.3、范畴论与拓扑学

1969 年库恩《结构》提出了范式，是抽象地处理数学结构以及结构之间联系的一门数学理论。范畴的中心是“不可约”。通俗地说提出“不同层次”之间可跨越的关系。形象的比喻是如果把不同的数学结构想象为一座城市中的楼房、绿地、河流、湖泊、山丘，那么范畴论就像一架航拍器。随着高度的上升，地面的细节逐渐模糊，但航拍器却可以越发清晰地勾勒出整个城市的脉络，表示不同的对象，以不可约形式进行态射、映射。其中的运算符号如“→”$A^n \to B^m$。专业术语的代表是“态射”。但是，没有指出“态射的理由或可靠的根据”。公理化不能确保计算的可靠性和进一步的拓展性。

8.3.1、范畴论拓扑的局限与拓展方向

范畴论定义拓扑为“几何变形”，拓扑变形之间的关系称“态射”没有数学证明，也没有说出“拓扑”与“态射”之间的如何以数学形式定性定量地描述。数学没有正反向可互逆的“定性与定量”和“零误差”计算，严格地说，不能成为有权威性的数学。

库恩指出范式的使用范围有一定的使用范围。如“元科学”不适应“交叉科学”，实际事实面临的问题大多是交叉领域的科技和科学问题。

所说的元科学是一种不把自身当作关于客观世界的知识体系，而把它作为研究科学的本质及科学研究方法的元科学。元科学概念，最先由逻辑实证主义学派提出。认为科学哲学不把自身当作关于客观世界的知识体系，而把它作为研究科学的本质及科学研究方法的元科学。指出科学概念与元科学概念有严格的区别，如"力"、"质量"、"基因"等在"科学内部"出现的名词，是科学名词，属于对象语言"规律"、"理论"、"说明"、"确认"等用来"谈论科学的"、表示科学的陈述或活动特征的名词，是元科学名词，属于元语言。科学内容不影响元科学名词的意义，元科学名词的意义不是科学内容的函项，不随科学中使用或接受的特殊概念、命题与论证的变化而变化。

所说的交叉科学是一种与两种或两种以上不同领域的知识体系有密切联系，并借助它们的成果而发展起来的综合性科学门类。如生物物理学、生态经济学等。当前数学家非常重视“交叉科学”的探索。

“交叉科学”的生成一般有两种情况：

一种是某些重大的科研课题涉及到两个或两个以上学科领域，在研究过程中，便在这些相关领域的结合部产生了新兴学科。诸如物理数学、物理化学、生化力学、技术经济等。

另一种情况，是运用某一学科的理论和方法去研究另一学科领域的问题，也会形成一些交叉科学。诸如射电天文学和天体物理等。

如果，能够选择范畴论甜甜圈（圆环）一个封闭的环（注：甜甜圈（圆环）在无量纲圆对数表现为黎曼函数（K=-1）的转换）。在总周长度不变下而不剪断、可以拉伸、滑动成为另一个环，它们在空间结构上被认为本质相同。那么通过定义它们之间保留结构的映射来理解数学对象。由于种类、型号复杂造成了分析的困难。

20 世纪初埃米·诺特发展了环、域和代数等实体，专注它们的结构和关系发展了理论，以抽象的符号表示基础代数原来的的加减乘除，它们之间的关系以抽象代数进行更广泛的关注。

可是，逻辑代数遇到了逻辑对象的连续性、不对称性，处理起来可能还是原来的基础代数算术符号的“加减乘除开方乘方”更方便、更容易接受。于是数学家们提出“逻辑算术化、算术逻辑化”的设想，试图解决当前逻辑计算与经典计算的衔接，尽可能的实现数学大统一。

最明显的例子是 **1969** 年美国数学家提出的“朗兰兹纲领”，由罗伯特·朗兰兹在 1960 年代提出的。其是对傅里叶分析的广泛泛化，而傅里叶分析是一个影响深远的框架，可将复杂的波表示成多个平滑震荡的正弦波。朗兰兹纲领在三个不同的数学领域都有重要地位：数论、几何和所谓的函数域（function field）。这三

个领域通过一个类比网络连接在了一起，而这个网络也被称为数学的「罗塞塔石碑（Rosetta stone）」。

通俗地说，朗兰兹以一系列猜想，试图把“代数、几何、数论（算术）、群组合理论”，一个简单的公式统一起来进行描述。

40 年代，麦克莱恩(Sounder Mac Lane)艾森佰格(Sanmual Eilenberg)对数学结构中固有的变换和对称性，“函子-态射”成为将代数问题转换为拓扑问题的关键工具，将拓扑学术语翻译为抽象代数术语，建立了一个群是一个具有单一运算的元素集合成为范畴论基础。它将从一个世界对象和操作，转换为另外一个世界对象。拓扑以“基本群”这样一个工具引入理解空间结构的方式，并且通过抽象运算来完成，激发了抽象代数的正式发展。

采用无量纲圆对数构造集作为第三方来验证范畴论，认为范畴论的数学有优越性，很好地处理“对象”之间的“态射”关系。但是，缺陷不少，甚至影响范畴论数学基础的牢固性。

拓扑缺陷主要表现在：

（1）、范畴以“基本群”反映世界“对象”的离散型转换关系，事实是世界“对象”除外部离散型外，还有世界“对象”内部的连续型（各个元素之间的相互作用）关系。没有提出外部变化与内部变化的协调关系给予数学证明。也就是说，范畴论有结合律、交换律，缺少了如经典数学那样精确的“可解释性、平衡交换性”定性定量的描述。

（2）、范畴作为一个世界“对象”和操作转换为另外一个世界“对象”，应该描述它们“对象”外部-内部之间转换关系以及变化的路径记录。没有像经典代数那么有灵活性、精确性地、可靠的描述“对象”之间的平衡交换。

（3）、范畴作为一组对象和这些对象之间的“态射”（morphism、箭头）。如(ab→c)，事实(ab≠c)存在不对称性，“对象”（外部、内部）不能平衡交换。范畴论没有数学证明给与“态射、函子”应用的理由。那么范畴论面临“态射、函子、同调群、自然变换等”一些有关数学问题不能解释，意味着数学基础不牢固。

事实表明：逻辑代数、范畴论等在探索多项式方程中，以抽象语言定义和符号及解析规则，遇到了“乘组合-交集与加组合-并集过程中，如何数学处理“拓扑（变形）”的困难，其实质是隐藏了范畴论的外部与外部、内部与外部关系，内部与内部之间变形过程，意味着范畴论的拓扑先天性不足。

有没有一种更高维的如三维及三维以上的范畴论称为高维范畴论（Higer Category），具有比二维范畴中变得更加深入和分层被开发出来？至少目前的进度是没有的或不够满意。

如果，引入第三方身份的无量纲圆对数和特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”验证范畴论，验证其有二种层次不同意义和内容：这个构造系统有：

（1）、代表着一个特定的共同体成员所共有的特征（特征模）、信仰、价值、技术等构成的整体。无量纲圆对数表示为对象外部，以（特征模）中心点与周围元素的同步变化。

（2）、指谓着哪个整体的一种元素，即具体的“对象内部”谜题的解答。无量纲圆对数表示为对象内部，以（特征模）中心点与周围元素之间的位值-位置关系，解析各个元素。

证明它们的“逻辑分析对象态射的不对称性；数值分析对象平衡的不可态射性”。解决的办法：这些“对象”统一转换为圆对数，以圆对数中心零点的“偶数性的机制”带动了“对象”进行平衡交换。

这样，范畴论经过与无量纲圆对数的衔接补充，转换为完整性系统的无量纲圆对数具有广阔的应用前景。

8.3.2、范畴论拓扑空间域与无量纲圆对数空间

定义空间域，一种数学空间，实数和复数都构成域。虽然这很基础，但它确实是一个有趣的空间结构，很多复杂的空间比如说向量空间，都是以域为基础的。

近代数学所说的域，即一个集合 F，配备两个二元运算，目前这个二元运算建立于对称性的平衡交换，引入无量纲圆对数，可以拓展适应“对称与不对称的平衡交换”，称完整性的“偶数性”。圆对数把两个运算称为加法的乘法进行了统一，克服“加组合与乘组合世纪性的矛盾”。

传统的二元以对称性分布的意思就是输入两个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素，称“组合”。反之，输入一个确定的元素，通过加法(或者乘法)会产生两个元素。事实存在更多的三元不对称。三元以不对称性分布的意思就是输入三个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素没有问题，称“组合”。如果，输入一个确定的元素，通过不对称性加法(或者乘法)会产生三个元素。称“解析、分解”，发生困难了。这个也就是范畴论需要拓展的分析重要内容。

空间在数学里往往呈现出一种层次结构面向对象的设计。在这个层次结构的顶部，是最抽象的空间，比如层次结构的概率→拓扑→超拓扑→网络空间→无量纲圆对数空间。在这个空间里将展示离散-连续一体化组成的三维网络空间概念。这些空间往往具有统一的结构和属性，也可以有更加特殊的应用。

加法和乘法的（∪并集，∩交集 AB，a+b，ab）运算以实数的通常方式定义。但如果以集合论公理化的手段来定义域，它只需满足以下公理即可。逻辑代数对于所有 a , b , c ∈ F 组成的空间，人为假设“离散型-对称性”缺少可解释性。

特别是，范畴论的缺乏完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”。其并集、交集、态射都缺少明确的平衡性的内涵，不能进行态射与交换。

圆对数团队把实数集 **R** 与自然数集 **N**，一一对应的比较产生无量纲圆对数，形成一个包含所有实数和自然数的域，同样可以包含范畴论的空间的变形，以数学形式定性定量地描述它们的静态和微积分动态变化过程。**（图 8.2）**

（图 8.2）空间域与圆对数空间（图片引自网络）

如：乘组合对加组合（包含集合论类似）可以满足互逆对称结合律，不能直接进行平衡交换：

$$a+b=c \ ; \ a=c-b \ ; \ \ b=c-a \ ; \ a\neq b \ ;$$

$$a\neq(b\cdot c) \ ; \ b\neq(a\cdot c) \ ; \ (c)\neq(a\cdot b);$$

值得一提的是乘组合与加组合没有序列关系。

当进行复分析时，在域上定义顺序关系，我们就得到了有序域，常见的例子如有理数域(**Q**) 和实数域(**R**)，也可以不限于实数域的无理数、任意可数字化对象在复分析的序列中都可以组成无量纲形式的有序域。

有序域如何实现交换如代数方程式一直没有解决“一个元数与二个元数”的平衡交换问题，使得经典代数与逻辑代数得不到完整性、充分性发展。也就是说，逻辑代数与经典代数都缺少平衡交换的定性定量形式的可解释性。

引入无量纲圆对数，应用“无量纲偶数性机制”，使得范畴论空间转换与无量纲圆对数空间衔接，进行平衡交换成为可能性，填补了范畴论（内外部）三元数和二元数数值不对称平衡交换的空白。

以三元数不对称（指数值不对称、元数分布不对称）为例：

三元数：{A,B,C}，乘组合单元体：$^{(3)}\sqrt{ABC}$；

(1) 、特征模加组合单元体：$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C)$；$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)$；

(2) 、三元数圆对数：$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{^{(3)}\sqrt{ABC}/(1/3)(A+B+C)\}^{K(1)(2)(3)}$；

(3) 、三元数圆对数分配律：$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0\}^{(3)}$；

(4) 、三元数无序性的在无量纲圆对数表现为有序性；

$$(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(3)};$$

(5) 、三元数圆对数对称性：

$$(A\bullet B)^{(K=+1)}\leftrightarrow C^{(K=-1)};$$

(6) 、三元数圆对数整体平衡交换律$(A\bullet B\bullet C)^{(K=+1)}\leftrightarrow(AB\bullet C)^{(K=+1)}$：

$$(A\bullet B)\bullet C=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{D_0\}^{(3)}$$

$$=[(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(2)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(1)}]$$

$$=[(1-\eta_{[A]]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}]]\bullet\{D_0\}^{(3)}$$

$$=(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(3)};$$

(7) 、三元数圆对数不对称平衡交换律：$A^{(K=+1)}\leftrightarrow(B\bullet C)^{(K=-1)}$；

$$A=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(1)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=\pm0)}]\bullet\{D_0\}^{(3)}$$

$$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(1)}=BC;$$

(8) 、三元数无量纲圆对数中心零点偶数性的对称性：

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_j^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_i^2)^{(K=-1)}=0;$$

其中：“↔”表示数值分析与逻辑分析转换为圆对数以及偶数性的对称与不对称对应中心零点的对称性平衡交换，在圆对数性质属性正中反转换的带动下，进行简接的平衡交换（映射、态射）。

空间本身是抽象的，它从一个集合开始——通常称为点或元素的对象的集合，有逻辑语言描述的抽象实现“没有可解释性”的交换（映射、态射）。圆对数以第三方形式，进行最抽象化的（数值分析与逻辑分析）的“无量纲语言定义的四则运算（加减乘除乘方开方）”，与自然数事实的符号一样，应用范围与概念不一样。

特别的，无量纲‘无穷公理’机制描述：在不改变原来的“元素-对象”对称与不对称特征、不改变特征模，不改变同构圆对数，通过圆对数中心零点作用，进行随机与不随机的平衡交换组合。这个圆对数中心零点不仅可以描述“空间”的平衡交换组合，

无量纲圆对数的“无关数学模型，没有具体元素内容”称“圆对数空间”。具有最抽象分析，描述的距离、空间、组合、函数、拓扑变形等的差别，赋予全体及群组合意义的平衡计算和交换关系。

同理，也描述了“中微子”在物理-化学-生物世界在不改变原来的“元素-对象”对称与不对称特征、不改变特征模，不改变同构圆对数，通过圆对数中心零点作用，进行随机与不随机的平衡交换组合。也就是说，无量纲‘无穷公理’机制在数学世界的“圆对数”描述与在物理质量世界的“中微子”描述，以及任意抽象空间“中心零点”描述，它们在各自领域的地位、作用、功能相同，成为宇宙大统一的数学基础。

特别的，每个（内外部）空间都拥有自己独特的属性理论和实际应用范围。比方说空间中添加一个距离函数（圆对数）时，就能够研究收敛性，紧致性和连续性确保解析的唯一性、零误差的可靠性，更有趣的是‘无穷公理’机制通过数学“圆对数”、物理“中微子”、空间“中心点”，其形象的比喻与中国古哲学-数学的《易经》“正圆里有二个互逆偶数性蝌蚪形状，中间有一条“S”形隔离线，形隔离线上正圆中心点到各个部分距离相同，方向相反”。

这些概念统一称群组合的“元素-对象”，具有相同一致的组成部分和分析步骤：

二个部分组成：

（1）、无量纲圆对数与对应的数值特征模（外部）的中心点之间比较（范畴论称态射），

（2）、数值特征模（内部）的中心点与周围个体或小群体元素之间的比较。

二个分析步骤：

（1）、群组合的特征模中心零点与周围元素的同步变化，反映在圆对数$(1-\eta^2)$上，

（2）、群组合的特征模的概率-拓扑概念，通过圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)$与周围元素关系进行解析。

所说的“无量纲圆对数”是群组合“元素-对象”以“单元体”为底，对于的全体“元素-对象”的比较，获

得整数性零误差的展开，称“位值圆对数”。正圆中心点正好是“圆对数中心零点、中微子”和性质属性的互逆平衡交换组合分解点。性质属性控制“元素-对象”空间的“概率-拓扑-超拓扑”的收敛性、紧致性、连续性、结合性。

无量纲构造以第三方构造身份，验证了任何“元素-对象”之间都不能直接交换，必须通过第三方构造的‘无穷公理’机制偶数中心零点对称性带动“元素-对象”进行平衡交换组合分解。一旦撤销圆对数，恢复原来数值的不对称性。这些可解释性的东西，在传统数学的数值分析和逻辑分析，以及物理的“中微子”现象都没有阐述，无量纲圆对数弥补了这个缺陷，可以解释许多随机和不随机的自然现象。

如：科学家发现：光到底是波还是粒子和观测者有关系，当双缝干涉实验在没有观测者的时候，粒子就处于叠加状态，这个叠加的状态通过双缝的时候，有一半会通过 A 缝隙，另一半会通过 B 缝隙，在没有观测者的时候，量子处于叠加状态，所以我们看到的就是粒子形态，当我们去观测它的时候，就能够看到它到底是从 A 缝隙还是从 B 缝隙穿过，由于粒子的路径被锁定了，所以干涉条纹也就消失了，这个时候它就变成了波。在物理学上科学家定义光具有波粒二象性。

如：中国科学家最近在地下 700 米深层发现中微子。中微子有三个粒子（电子、μ 粒子、τ 粒子）在好符合无量纲圆对数偶数性的（三元数）不对称性，中圆对数中心零点转换为对称性。中微子就是由电量子（二个（1/2）正）-（一负）=0（中微子呈中性），粒子数为（1+2=3），成为“偶数性不对称性”形式结合的产物。无量纲圆对数的‘无穷公理’描述中微子具有“偶数性的不对称性”随机平衡交换组合特征，表现为中微子偶数性的正负电子学说，推导出中微子应当具有基本三种类型，这和我们实际中探测到的三种中微子（电子中微子、μ 中微子和 τ 中微子）是完全一致的。按照这个思路，中微子的质量至少应当是$\{3\}^{2n}$，即幂函数为两倍电子的质量 2me，4me，6me，…… 。中微子以‘无穷公理’机制形式，带动物理“元素-对象”的平衡、交换组合分解，满足无量纲交换规则：“不变质量、不变特征模（质量平均值），不变中微子”条件下，以中微子内涵的性质属性正中反向的转换，带动宇宙的平衡交换组合分解。一旦没有（撤销）中微子，宇宙世界恢复“偶数性的不对称性”。

可以推导：宇宙中如果弥漫这种东西，而且是相对比较一致的，那么我们的宇宙就是一个均衡态，其中包含着“对称与不对称”，在‘无穷公理’机制下，随机与不随机的实现宇宙平衡交换组合分解。光也是有“正中反”的三种性质属性，传递可能是需要中微子作用的，只是我们觉察不到。关于中微子磁性的研究可能是揭开“光传递是否需要依靠媒质”最为关键的问题。然而，中微子的性质决定了研究它的复杂性和十分艰难。现在中国圆对数团队发现了无量纲构造，很好的描述了中微子的偶数性‘无穷公理’机制作用、地位和功能，解决了中微子特征。

无量纲圆对数和中微子以不同领域描述了宇宙世界的“偶数性对称与不对称性”，以及“具有性质属性的收敛-交换-扩展”的循环和随机与不随机的平衡交换组合分解的‘无穷公理’机制。具体表现如人的对称性包含了心脏在左边的不对称性，偶数性的“对称与不对称”组成了神态各异万千世界。这样，无量纲圆对数补充证明了逻辑分析的集合论、范畴论、数值分析的微积分方程和各种计算方法，以及物中微子特征，并把它们统一转换为无量纲圆对数，营造了各个领域的空间与空间、层次与层次之间，通过无量纲圆对数‘无穷公理’随机进行平衡交换（投影、态射、映射、组合、分解……等），以及“随机自证真伪”。意味着无量纲圆对数占据了宇宙空间和神经网络、数据网络、信息网络空间最顶端，体现了无量纲圆对数具有最深刻、最抽象、最基本的空间构造。体现了中国古哲学数学的“二生三，三生万物”，“三”是组成世界最基本、最抽象、最深刻，最真理性的描述世界。

宇宙世界为‘无穷公理’机制描述“（粒-概率$(1+\eta_{[A]}^2)$”与“（波-拓扑$(1-\eta_{[BC]}^2)$”,在圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=0)}=0$ 对应各个层次平均值的偶数性对称与不对称性带动宇宙各个层次的圆对数因子，随机与不随机的循环性分解、组合、转换（交换）。

以宇宙 Ω 最基本例粒子三元数“中微子”广泛存在替代宇宙的“幽灵粒子”不对称性为例的‘无穷公理’

平衡交换组合分解的圆对数描述：

有：宇宙的基本粒子三元数（包含二元数“中微子”和三元数“夸克”）变量：

$$A^{(S)},B^{(S)},C^{(S)}系列：\Omega=\{abc\}\in\{ABC\}\in\{A^{(S)},B^{(S)},C^{(S)}\}=\{R_0^{(S)}\}^{(K=`1)(3)};$$

乘组合：$\{R_0^{(S)}\}^{(K=`1)(3)}=\sum(1/3S)(A^{(S)}\cdot B^{(S)}\cdot C^{(S)})=^{K(S)}\sqrt{(A^{(S)}\cdot B^{(S)}\cdot C^{(S)})}$

特征模：（宇宙基本粒子三元数组成各个层次均值函数）：

$$\{R_0^{(S)}\}^{(K=`1)(1)}=\sum(1/3S)(A^{(S)}+B^{(S)}+C^{(S)}),$$

$$\{R_0^{(S)}\}^{(K=`1)(2)}=\sum(1/3S)(AB^{(2S)}+BC^{(2S)}+CA^{(2S)})$$

已知：乘组合和特征模（加组合均值函数）就可以以‘无穷公理机制’分析宇宙世界以及宇宙各个层次的平衡交换组合分解。获得无量纲圆对数对应的“宇宙公式”

$$\Omega=(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(K=`1)}\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(3)}$$

宇宙-中微子（幽灵粒子）交换规则：

不改变宇宙到中微子的各个层次，不改变各个层次均值函数（特征模），不改变同构圆对数，通过‘无穷公理机制’的偶数性对称与不对称、随机与不随机的通过圆对数中心零点或中微子（幽灵粒子）带动宇宙各个层次循环的平衡交换组合分解：

宇宙-中微子（幽灵粒子）整体性的平衡交换组合分解：$\Omega^{(K=\square1)}\leftrightarrow\Omega^{(K=\square1)}$;

$$\Omega^{(K=+1)}=(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(K=+1)}\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(3)}$$

$$ABC^{(K=+1)}=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}\cdot\{R_0^{(S)}\}^{(1)}$$

$$=[(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(K=`0)(1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C\Omega]}^2)^{(K=`0)(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(K=`0)(2)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(3)}$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}\cdot\{R_0^{(S)}\}^{(3)}=ABC^{(K=-1)};$$

宇宙-中微子（幽灵粒子）非整体性（或局部）的平衡交换组合分解：$A_{[\Omega]}\leftrightarrow(B_{[\Omega]}C_{[\Omega]})$

$$A^{(K=+1)}=(1+\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(1)}$$

$$=[(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(Kw=`0)(1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C\Omega]}^2)^{(Kw=`0)(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(Kw=`0)(2)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(3)}$$

$$=(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{R_0^{(S)}\}^{(2)}=BC^{(K=-1)(2)};$$

其中：圆对数中心零点偶数性对称性：$|A^{(Kw=\square1)(1)}|=|BC^{(Kw=\square1)(2)}|$，kw 整体性内部的交换‘无穷公理’机制。

“2-2 拓扑组合”二元素连乘分解为圆对数的二元素相加：

$$BC^{(K=-1)(2)}=[(1-\eta_{[\Omega]}^2)^{(K=-1)}\{R_0^{(S)}\}^{(2)}]=(1-\eta_{[BC]}^2)\cdot=BC^{(K=-1)(2)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[C\Omega]}^2)^{(K=`0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(2)}$$

$$=[(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(2)};$$

同理；宇宙-中微子（幽灵粒子）跨层次交换$[\Omega_{[M]}^{(K=\square1)(S\leftrightarrow M)}\leftrightarrow\Omega_{[Q]}^{(K=\square1)(S\leftrightarrow Q)}]\in\{ABC\}$;

在总“元素-对象”$\{^{k(3S)}\sqrt{(ABC)}\}=\{R_0^{(S)}\}^{(3)}$不变，各个子项层次组成的‘无穷公理’机制不变，

$$(1-\eta_{[S\leftrightarrow M]}^2)\cdot\{^{k(3)}\sqrt{(ABC)}\}^{(K=+1)(S\leftrightarrow M)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[S\leftrightarrow M]}^2)^{(K=`0)}]\leftrightarrow(1-\eta_{[C\Omega]}^2)^{(K=`0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[S\leftrightarrow Q]}^2)^{(K=`0)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(3)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)(S\leftrightarrow Q)}]\cdot\{R_{0\Omega}^{(S)}\}^{(K=+1)(S\leftrightarrow Q)}$$

$$=(1-\eta_{[S\leftrightarrow M]}^2)\cdot\{^{k(3)}\sqrt{(ABC)}\}^{(K=+1)(S\leftrightarrow M)};$$

其中：宇宙各个层次的“元素-对象”表示为三元数（或三维空间）“$A_{[\Omega]}$，$B_{[\Omega]}$，$C_{[\Omega]}$”为“1-1 概率组合”，$A_{[\Omega]},B_{[\Omega]}$，

$B_{[\Omega]}C_{[\Omega]}$，$_]C_{[\Omega]}A_{[\Omega]}$为实现无量纲圆对数中心零点（临界点、线）$(1-\eta_{[C\Omega]}^2)$的“偶数性”对称与不对称的随机与不随机的$(\pm\eta_\Lambda^2)$平衡交换组合，可解释性地描述物理宇宙-中微子（幽灵粒子）“(概率)粒↔(拓扑)波）二重性”现

象。

8.4、范畴论符号（包括微积分符号）与圆对数符号衔接

范畴论的重要特征是拓扑几何变形之间的态射，仅仅阐述它们之间关系，没有完整性的定性定量描述，不能描述对象的定性量动态以及互逆性变化状态，带来了逻辑符号的不完整性和不严谨性，为此引入完整性的“加减乘除乘方开方以及平衡交换”的圆对数符号。

✹定义 8.4.1 群组合-函数的圆对数数学符号与微积分符号的约定：

如：　$\{X\}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}$，$\{\partial X\}=(1-(\partial\eta)^2)^K\{X_0\}$，

证：

一阶微分变量：

$$\{\partial x\}=\{(x_2-x_1)/x\}=[(1-(\partial\eta)^2)^K]\cdot\{X_0\}$$
$$=[(1-(\partial\eta_2)^2)-(1-(\partial\eta_1)^2)]^K=(1-\partial(\eta_2-\eta_1)^2)^K\{X_0\}=(1-(\eta_{[2-1]})^2)^K\{X_0\}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K[2-1]}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=-1))},$$

二阶微分变量：

$$\{\partial^2 x\}=\{\partial[(x_2-x_1)/x]\}$$
$$=[(1-(\partial^2\eta_2)^2)-(1-(\partial^2\eta_1)^2)]^K\{X_0\}=(1-(\partial^2\eta_2-\partial^2\eta_1)^2)^K\{X_0\}$$
$$=(1-\partial^2(\eta_{[2-1]})^2)^K\{X_0\}=[(1-(\partial^2\eta)^2)^K]\cdot\{X_0\}$$
$$=(1-\partial\eta^2)^K\{X_0\}^{K[2-1]}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=-2))},$$

一阶积分变量：

$$\{\int xdx\}=\int\{(x_2-x_1)/x\cdot dx\}=[(1-(\int\eta)^2)^K]\cdot\{X_0\}$$
$$=[(1-(\int\eta_2)^2)-(1-(\int\eta_1)^2)]^K=(1-\int(\eta_2-\eta_1)^2)^K\{X_0\}=(1-(\int\eta_{[2-1]})^2)^K\{X_0\}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(N=+1)}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=+1))},$$

二阶积分变量：

$$\{\int^2 x\}=\{\int^2[(x_2-x_1)/x\cdot d^2x]\}$$
$$=[(1-(\int^2\eta_2)^2)-(1-(\int^2\eta_1)^2)]^K\{X_0\}=(1-(\int^2\eta_2-\int^2\eta_1)^2)^K\{X_0\}$$
$$=(1-\int^2(\eta_{[2-1]})^2)^K\{X_0\}=[(1-(\int^2\eta)^2)^K]\cdot\{X_0\}$$
$$=(1-\partial\eta^2)^K\{X_0\}^{K(N=+2)}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=+2))},$$

交换规则：$\{X\}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{(K=+1)}$，$\{X\}$，$\{D_0\}$不变，

(一阶微积分)：$[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=\grave{}1))}$，

(二阶微积分)：$[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]^{K(Z\grave{}S\grave{}(N=\grave{}2))}$，

反之，称积分(N=+1),(N=+2)也可以成立。

如：逻辑证明命题：$(1-\eta^2)^K$ 对应特征模：

“对于所有的”$X=(1-\eta^2)^K$，“存在某个”$Y=(1-\eta_i^2)^K$，使得$(1-\eta_C^2)^K\geq(1-\eta_i^2)^K$：

“存在某个” $Y=(1-\eta_i^2)^K$，“对于所有的”$X=(1-\eta^2)^K$，使得$(1-\eta_C^2)^K\geq(1-\eta_i^2)^K$：

✹定义 8.4.2 特征模对应微积分：

微分：(-N=(符号 d, d^2)=0,1,2)，积分：(+N=(符号$\int$, $\iint$)=0,1,2)，

“存在 a（特征模）”使得：$da^n/dx=(1/n)a^{(n-1)}$，

圆对数一阶微分定义为：$d(1-\eta_x^2)^K/dx=(1-(d\eta_x/dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N-1))}$，“存在 a”$da^x/dx=[(1/n(n-1)]a^{(n-1)}=\{X_0\}^{(n-1)}$，

圆对数二阶微分定义为：$d^2(1-\eta_x^2)^K/dx^2=(1-(d^2\eta_x/dx^2)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N-2))}$，“存在 a”$d^2a^x/dx=[(2!/n(n-1)]a^{(n-2)}=\{X_0\}^{(n-21)}$，

圆对数一阶积分定义为：$\int(1-\eta_x^2)^K dx=(1-(\int\eta_x dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N+1))}$，“存在 a”$\int[(1/n]a^{(n-1)}dx=a^n=\{X_0\}^{(n+1)}$，

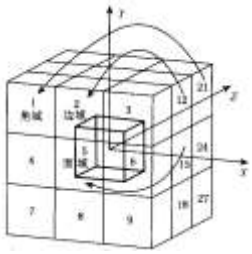
圆对数二阶积分定义为：$\iint(1-\eta_x^2)^K dx=(1-(\iint\eta_x dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N+2))}$，“存在 a”$\iint[(2!/n(n-1)]a^{(n-2)}dx^2=a^n=\{X_0\}^{(n+2)}$,,

其中：（n）表示自然数，(-N=0,1,2)表示微分阶符号；(+N=0,1,2)表示积分阶符号。

8.4.1、无量纲圆对数与三维状态空间

状态空间则是指该系统的全部可能状态的集合。简单来说，状态空间可以视为一个以状态变量为坐标轴的空间，因此系统的状态可以表示为此空间中的一个向量。即为一种将物理系统表示为一组输入、输出及状态的数学模式，而输入、输出及状态之间的关系可用许多一阶/二阶微分方程来描述。

✳定义 8.4.3 位值圆对数与三维状态空间，三维的状态空间 **K** 维格子，**A，B，C** 集各种对应的集对序与圆对数关系，其中包含状态空间在轴线概率和平面拓扑的（投影、映射、态射）平衡交换。**（图 8.3）**



（图 8.3 三维状态空间）

三元数存在不对称性分布，如一个元素与二个乘组合的平衡交换问题一直没有解决，至今成为空白领域。引入无量纲圆对数以无量纲构造特有的完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，成功解决范畴论中不对称、不均匀、不可约、不同层次的状态空间相互之间的，定性定量的圆对数变化关系的描述。

逻辑分析的范畴论也说“拓扑-态射”，是以对称性-离散假设建立（概率、一阶微分）交换规则。这个规则没有严格的数学定性定量的正反向证明，也没有“对象内外部的平衡交换”，仅仅以“变形”的函子等关系称“态射”后面有阐述。

如果，遇到格子以拓扑的二二对称性，实际上代数拓扑还变化“2-2 组合”，遇到了三维不对称性（如概率-拓扑之间不同密度的质量等不对称性），如何数学解决交换？范畴论没有给与严格的数学可解释性。

这里，通过无量纲圆对数把不对称性转换为圆对数中心零点对称性，拓展为一阶/二阶微分方程，即概率-拓扑（不对称性）的三维坐标具备最高级最抽象的圆对数空间描述，处于空间顶端。空间内不管什么层次、区段之间所谓的“态射”，经过转换为无量纲圆对数，可以获得可靠的数学解释。可是，这样的结果是“无量纲圆对数最好的替代了范畴论”。

证

这里仅仅是借用（图 8.3）为例，三维状态空间是指已经转换为无量纲圆对数空间的概念。二个元素（乘组合）在平面的投影，发生变形，同样属于拓扑概念。

这样一来，无量纲的圆对数赋予有向的序列展开。

三元数：**(A,B,C)**，

边界函数：$\mathbf{D}=[\sqrt[(3)]{\{A\cdot B\cdot C\}}]^{(3)}$，称“乘组合”单元体。

“加组合”特征模单元体：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C)$，$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)$，

也就是说，已知 $\mathbf{D}=\{A\cdot B\cdot C\}$，

特征模：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}$和$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}$，可以进行三维的复分析。

如：三维海涅-博雷尔定理的 **K** 维格子

第一步：以 3 维格子为例，在每一步中，将其划分成 8 个 3 维格子，然后选取不能被有限覆盖的子 3 维格子，再将其划分成 8 个 3 维格子。因为，这是嵌套的 3 维格子序列，所以它们的交集中，至少包含了一个点单元点$\sqrt[(3)]{(ABC)}$。中心零点 $I^3=I_x\cdot I_y\cdot I_Z$ 对应特征模$\{\mathbf{D}_0\}$处于共轭不对称性的中心点，可以转换为无量纲圆对数表示：

根据“一元三次方程”根解析，对称条件下：

$$(\eta)=(+\eta_a)+[(+\eta_b)+(-\eta_c)]=0,$$

概率组合：

$$\{^{(3)}\surd\ (A\cdot B\cdot C)\}^{(1)}=(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};$$

拓扑组合：

$$(A\cdot B)\cdot C)=(1-\eta_{[AB\cdot C]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(3)};$$

$$\{^{(3)}\surd\ (A\cdot B\cdot C)\}^{(2)}=[(1-\eta_{[AB]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[B\cdot C]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[A\cdot C]}{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)};$$

圆对数平衡交换对称性：

$$(1-\eta_{[AB]}{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=+1)}$$

根元素:

$$A=(1+\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};\ B=(1+\eta_{[B]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};\ C=(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};$$

$$AB=(1+\eta_{[AB]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)};\ B=(1+\eta_{[BC]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)};\ C=(1-\eta_{[CA]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)};$$

共轭中心零点：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1))}=\{0,1\};$$

A↔BC 的平衡交换组合条件：

中心零点$(1-\eta_C{}^2)$对应$\{\mathbf{D}_0\}$不变，无量纲圆对数带动 $A^{(K=+1)}$与$(B、C)^{(K=-1)}$之间的圆对数“偶数性”的性质属性的对称与不对称随机性平衡交换。

（1）外部‘无穷公理’平衡交换组合机制,表示特征模(外部)中心零点与周围元素同步变化

$$\{ABC\}^{(K=+1)}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0\}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}=\{ABC\}^{(K=-1)}$$

（2）内部‘无穷公理’平衡交换组合机制,表示特征模(内部)中心零点与周围元素关系的解析

$$\{abc\}^{(Kw=+1)}=(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=\pm1)}\{D_0\}=(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=+1)}$$

$$=(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=-1)}=\{abc\}^{(Kw=-1)}$$

第二步：三维海涅-博雷尔定理的 **K** 维格子，由每个维格子 **I** 由每个维度上的一个区域划定，并且划定成$\{\mathbf{3}\}^2$个部分，在每次划分中，把不能被覆盖的 **K** 维格子，继续分成$\{\mathbf{3}\}^2$个 **K=n** 维格子。得到了每次划分的:$(1/3^K)_1$，$(1/3^K)_2$，…，$(1/3^K)$，对应获得无量纲圆对数以及特征模$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=1)}$，$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=2)}$，…，$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=n)}$

它们以圆对数中心点为共轭互逆不对称性的中心点，不能平衡交换，只有转换为特征模和无量纲圆对数，应用无量纲构造特有的“偶数性”机制，进行平衡交换。有：

$$ABC=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^K\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}$$

$$A=(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}=\{(1-\eta_{[A]1}{}^2)+(1-\eta_{[A]2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{[A]n}{}^2)\}^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\},$$

$$B=(1-\eta_{[B]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}=\{(1-\eta_{[Bb2}{}^2)+(1-\eta_{[B]2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{[B]n}{}^2)\}^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\},$$

$$C=(1-\eta_{[C]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}=\{(1-\eta_{[C]3}{}^2)+(1-\eta_{[C]2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{[C]n}{}^2)\}^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\},$$

其中：圆对数具有同构一致的计算时间，因此任意三维的高维空间，同构圆对数形式始终不变。

圆对数组合：

$$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta_{[BC]}{}^2)^{(K=-1)}=\{0,3\};$$

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}{}^2)^{(K=-1)}=\{0\};$$

圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta_{[ABC]}{}^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

圆对数中心零点（临界点）对称性：

$$(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=\pm0)}=(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=\pm0)}+(1-\eta_{[abc]}{}^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

轴线概率组合：

$$\{(1-\eta_{[I]1}{}^2)+(1-\eta_{[I]2}{}^2)+\cdots+(1-\eta_{[I]n}{}^2)\}^{(K=\pm0)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)},$$

平面拓扑组合：

$$\{(1-\eta_{[ik]1}^2)+(1-\eta_{[kj]2}^2)+\cdots+(1-\eta_{[ji]n}^2)\}^{(K=\pm0)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)},$$

应用圆对数中心零点（临界点）对称性：

$$\text{轴线概率组合}\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm0)}\{\mathbf{D}_0\}^{(3)}\leftrightarrow\text{平面拓扑组合}\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}$$

圆对数条件下：轴线概率投影系列=平面拓扑系列。由此建立了三维复分析的八象限空间，适应$\{3\}^{2n}$。n=(1,2,3,…)。

平衡交换规则：原命题不变，特征模不变，同构圆对数形式不变，通过圆对数中心零点和性质属性的正中反的变化，实现交换、投影、映射、态射、组合、分解。

$$(1-\eta_{[jik]}^2)\cdot\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}^{(K=+1)(n)}$$
$$=[(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}^{(n)}$$
$$=(1-\eta_{[jik]}^2)\cdot\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}^{(K=-1)(n)};$$

其中：$(1-\eta_{[jik]}^2)\cdot\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}^{(K=\pm1)(n)}$状态空间的定性定量的三维空间坐标，描述范畴论状态空间的态射必须通过圆对数才能具有零误差的可解释性。

三维状态空间的 **K** 维格子状态空间（**图 8.3**）（角域 1 与角域 21），（边域 2 与边域 12），（面域 5 与面域 15），

圆对数： $(1-\eta_1^2)$（角域），$(1-\eta_2^2)$（边域），$(1-\eta_5^2)$（面域），…$(1-\eta_n^2)$（任意域），

圆对数集对序的映射：（任意域 ABC 与任意域 jik,分别对应概率 A,B,C,以及拓扑 AB,BC,CA）状态,圆对数对称性条件下，满足偶数性的共轭互逆对称性的交换、态射。

$$(1-\eta_{[jik]}^2)=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=-1)}=\{0,\pm1\},$$
$$(1-\eta_{[jik]}^2)=(1-\eta_{i}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{kj}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_{i}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{k}^2)^{(K=-1}+(1-\eta_{j}^2)^{(K=-1)}=\{0,\pm1\},$$
$$(1-\eta_{[jik]}^2)=(1-\eta_{k}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{ji}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_{k}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{j}^2)^{(K=-1}+(1-\eta_{i}^2)^{(K=-1)}=\{0,\pm1\},$$

其中：2-2 拓扑组合单元体可以分解为二个单元体。

特别的：状态空间的数值具有不对称性，不能直接平衡交换组合与映射、态射，通过圆对数的性质属性才能进行平衡交换组合。

由$(1-\eta_{jik}^2)=\{0,\pm1\}$组成三维八象限空间，共轭中心零点{0}，边际函数{±1}。

根据“一元三次方程”，已知：**D**=ABC 和特征模$\{\mathbf{D}_0\}$，可以直接通过圆对数和圆对数中心零点进行根解析，$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{D}_0\}$，$B=(1-\eta^2)^{(K=-1))}\{\mathbf{D}_0\}$；$C=(1-\eta^2)^{(K=-1))}\{\mathbf{D}_0\}$；

A↔B↔C)的交换条件：圆对数$(1-\eta_{ABC}^2)$与$\{\mathbf{D}_0\}$相同条件下，带动了 A 与 B 与 C 之间的随机性交换。

如（**图 8.3**）：角域 1 与角域 21：$(1-\eta_{[1]}^2)^{(k=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[21]}^2)^{(k=-1)}$,

边域 2 与边域 12：$(1-\eta_{[2]}^2)^{(k=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[12]}^2)^{(k=-1)}$,

面域 5 与面域 15：$(1-\eta_{[5]}^2)^{(k=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[15]}^2)^{(k=-1)}$, …,

其中：角域、边域、面域元素组成“2-2 组合”的通过圆对数转换为二个圆对数对应的元素相加，满足结合律和交换律。

可见，上述二维/三维复分析的交换、变换、映射、投影、态射成立的理由：“是通过相同的圆对数对称性因子条件下，以性质属性正中反向的交换解释清楚。一旦撤销圆对数，则群组合-函数恢复不对称性。

8.4.2、圆对数空间的共轭互逆对称性的平衡交换

✺定义 8.4.4 拓扑空间，拓扑空间是由一个集合和一个函数集合之间的关系，表现为 d=(态射)X·(X·X)→$(1-\eta_{pqr}^2)\{X_0\}^{(3)}$决定的，

对于任意三维空间：乘组合拓扑空间特征模单元体：

$$(p,q,r)\in\{X\},\quad \{X\}^{(1)}=\{^{(3)}\surd(p,q,r)\};\ \{X\}^{(2)}=\{^{(3)}\surd(p,q,r)\}^{(2)};\ \{X\}^{(3)}=\{^{(3)}\surd(p,q,r)\}^{(3)};$$

加组合拓扑空间特征模：

$$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/3)(p+q+r);\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}=(1/3)(pq+qr+rp),\ \{X\}\in\{X_0\}^{(3)};\text{组合系数}(A=1);$$

圆对数证明：三个元素连乘$(p,q,r)\in X=\{\mathbf{D}_0\}$存在：

$$(1-\eta_{[pqr]}^2)=\{^{(3)}\surd(p,q,r)/\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}=\{0,1\};$$

下列性质均成立。

✹性质 1：“距离、”无量纲圆对数表示，如果 $p\neq q\neq r$，那么 $d(p,q,r)>0$，$(1-\eta^2)=0$（对应特征模为数值中心点$\{\mathbf{D}_0\}$对应特征模为最大值、或称“理想”。

根据一元三次方程卡尔丹公式 $d(p,p)=0$（数值中心点与 p 重合），属于对称性特例解，即：三个元素数值的中心点与一个数值 p 重合,数值 q 与 r 对称性分布。

事实：一元三次方程的一般解，中心点可以在“一个数值元素与二个数值元素”之间，数值 p,q 与 r 呈不对称性分布。$d[(p,q),r)]\geq 0$，$(1-\eta^2)=0$（对应特征模为数值中心点$\{\mathbf{D}_0\}$），

✹性质 2：“三角不等式”，$d(p,q,r)\neq d(pq)+d(r)$。不等式不能交换，这是三维复分析的难点。三角不等式通过圆对数处理把乘组合转换为加组合的结合律，则带动了数值交换，进行复分析。

（一阶微分）：$d(p,q,r)=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-1)}=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{((K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-1)}$,

（二阶微分）：$d^{(2)}(p,q,r)=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=2)(N=-2)}=(1+\eta_{[pqr]}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-2)}$,

✹性质 3：“对称性与封闭性”，

三元素在封闭性内存在： $d(p,q,r)=(1-\eta^2)\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(3,2,1)(N=-1,2)}\geq 0$,

其中：$(1-\eta^2)$与$\{\mathbf{D}_0\}$都在封闭性范围内成立。$(1-\eta^2)$为无量纲位值圆对数，排除运算中受到具体元素的干扰。

✹性质 4：圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$d(p,q,r)=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(3)(N=-1,2)}=(1-\eta_{[pq]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}+(1+\eta_{[r]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};$$

$$d(p,q)=(1-\eta_{[pq]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)(N=-1,2)}=(1-\eta_{[p]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}+(1-\eta_{[q]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)},$$

$$d(r)=(1+\eta_{[r]}^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}$$

✹性质 5：圆对数中心零点（临界点）对称性：

$$(1-\eta_{[pq]}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}+(1+\eta_r^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=[(1-\eta_{[p]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[q]}^2)^{(K=-1)}+(1+\eta_{[r]}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=0;$$

三元数对应一阶、二阶特征模：$\{\mathbf{D}_0\}^{(3)(N=-1,2)}$,

圆对数中心零点（临界点）对称性对应一阶、二阶：

$$(1-(d\eta_{[pqr]})^2)^{(K=\pm0)}\bullet\{D_0\}^{(3)}=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(3)(N=-1)};$$

$$(1-(d^2\eta_{[pqr]})^2)^{(K=\pm0)}\bullet\{D_0\}^{(3)}=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(3)(N=-2)};$$

$$(1-(\int\eta_{[pqr]})^2)^{(K=\pm0)}\bullet\{D_0\}^{(3)}=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(3)(N=+1)};$$

$$(1-(\iint\eta_{[pqr]})^2)^{(K=\pm0)}\bullet\{D_0\}^{(3)}=(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(3)(N=+2)};$$

对应特征模内部不对称性分布$\{\mathbf{D}_0\}^{(3)}$,

特别的，数值：$d(p,q)\neq d(r)$，可以组成共轭互逆不对称性性二者不能直接交换，通过圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$和$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$控制对称性才能保持平衡与交换。

交换规则：原命题不变、特征模不变、同构圆对数，圆对数中心零点对称性不变，通过性质属性由“+”与“-”之间的随机与不随机的交换。

$$(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[pq]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[r]}^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta_{[pq]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[p]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[q]}^2)^{(K=-1)};$$

三维复空间圆对数的平衡与交换

$$(1-\eta_{[pqr]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[p]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[q]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[r]}^2)^{(K=+1)};$$

其中：$(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}$分解为$(1-\eta_p^2)^{(K=-1)}$和$(1-\eta_q^2)^{(K=-1)}$）通过圆对数的平衡与对称交换或组合。交换的共轭中心点为三维直角坐标系的中心零点。

数字例：三元数的偶数性的‘无穷公理’机制在圆对数数值因子的平衡对称性表示：

如，(1,4,7),对称性位值因子分别为“±3”对应特征模{4}，数值对称性(4-3)=0,(4-0)=4,(4+3)=7，

(3,4,8),对称性位值因子分别为“±3”对应特征模{5}，数值对称性(5-2)=3,(5-1)=4,(5+3)=8，

基于数值中心点 d(p,p)≠0 存在不对称性，有 d(p,q)≠d(r)，d(r,q)≠d(q,r)，d(p,r)≠d(q,r)，复分析中存在序列；d(+p,q)≠d(-q,p)，或者 $d(p,q)^{(K=+1)}\neq d(-q,p)^{(K=+1)}$。

上述阐述：逻辑代数的“态射、交换”定义与经典代数“平衡、计算”等数学基础，严格地说是不完整性：数值（对象）不能直接交换态射，没有中心零点，这个交换与态射是不成立的至少是不稳定，成为数值分析的微积分方程与逻辑分析的范畴论拓扑发展的先天性缺陷。

这样一来，证明了不对称性的分析的数值与逻辑的对象都不可直接交换、态射，还进一步证明，任何没有中心零点的交换、态射、计算也不能成立。提出无量纲定义语言的“无穷圆对数构造集”，具有圆对数拓扑空间与概率空间，把不对称性“群组合-函数-空间-对象”转换为圆对数及中心零点对称性，进行同构性和可交换性。合理地解释了逻辑代数、经典代数、计算机算法等，反映了人为假设的“二元数”对称性，以及经典代数的数学基础，其逻辑性或计算性不足，最后的解决：通过圆对数对称性的平衡与交换，带动了数值、对象的交换问题，建立以任意空间的复分析转换为无量纲圆对数空间分析的数学基础问题。

8.4.3、圆对数空间的共轭互逆对称性交换规则

群组合-函数通过“处理乘组合与加组合”互逆性建立了圆对数关系：内容有：

（1）、解决群组合-函数（外部）之间整体与个体同步的完备性过渡关系。

（2）、解决群组合-函数（内部）之间整体与个体的连续性相容性过渡关系。

（3）、解决群组合-函数层次之间的连续性与完备性一体化过渡-平衡-交换关系。

这些条件与范畴论的二个条件相当。也就是说，圆对数空间与范畴论可以衔接。

也就是说，圆对数中心零点解决数值中心点（特征模）与各个个体元素同步变化关系，还要解决中心点与周围个体元素的变化关系。如果个体元素内部还有变化关系，属于下一个层次的（内部、外部）关系。

$$\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$$

微分：

$$d\{a\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}=(1-(d\eta)^2)^K\{a\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=-1)\pm(q=1)};$$

$$d\{ab\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}=(1-(d\eta)^2)^K\{ab\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=-1)\pm(q=2)};$$

$$d\{abc\cdots q\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-(d\eta)^2)^K\{abc\cdots q\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=-1)\pm(q=q)};\ ;$$

积分：

$$\int\{a\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}=(1-(\int\eta)^2)^K\{a\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=+1)\pm(q=1)};$$

$$\{ab\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}=(1-(\int\eta)^2)^K\{ab\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=+1)\pm\pm(q=2)};$$

$$\{abc\cdots q\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-(\int\eta)^2)^K\{abc\cdots q\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=+1)\pm(q=q)};$$

同理：二阶微积分符号相应改变，略。

其中：$\{R_0\}$为对应的特征模或几何平均圆半径。

位值圆对数的展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}+\ldots+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=S)};$$

位值圆对数的同构性：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}\approx(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}\approx\ldots\approx(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)};$$

位值圆对数中心零线（临界线）互逆对称性组合：

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S\pm N\pm(q)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q)}=\{0,2\};$$

圆对数位值-数值因子中心零点互逆对称性：

$$(1-\eta_c^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(Kw=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots整数)}+\sum(1-\eta^2)^{(Kw=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots整数)}=\{0\};$$

其中：圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^K=\{0,1\}$对应特征模$\{R_0\}$,解决特征模与周围元素同步变化。

圆对数中心零点（临界线）$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^K=\{0\}$解决特征模内部中心点与周围元素关系解析。

当圆对数与幂函数具有共享性质属性时，通过圆对数中心零点的性质属性的改变，带动平衡交换组合分解。

也就是说，任意数值空间的交换条件。必须在圆对数中心零点对称条件下，具有相同的圆对数因子，此时的交换规则：

“不变动群组合-函数原命题$\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$、不变动特征模$\{R_0\}$、不变动圆对数$(1-\eta^2)$，通过它们共享的幂函数 K=(+1,±0,-1)的性质属性，进行正中反向的平衡与交换”。

$$\{X\}^{(K=-1)}=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\cdot\{R_0\}=\{D\}^{(K=+1)};$$

严格地说，任意群组合的数值元素或逻辑对象，由于本身的如哥德尔所说的“不完备性”，都不满足“对称与不对称”的平衡交换机制。目前的应用是二元数为主题的复分析，以离散-对称进行假设的对称性强制交换，这就是概率分析为什么没有中心零点的平衡交换原因，应用受到局限。包括计算机离散型迭代法程序的近似计算，不能进行数学原本身的“零误差”分析。至于三个元数中存在的对称不对称，根本没有对称性平衡交换环境。许多数学家，计算机专家都在探索，除无量纲圆对数外，都没有获得自洽满意的零误差分析结果。

如：传统域的一个集合 F，配备 S 个 S 元（a,b,c,…,S）运算，产生加法与乘法。S 元的意思就是你输入 S 个元素，输出 S 个元素称对称性转换、映射、态射，这个是加法（概率）产生 S 个确定性的无量纲位值圆对数元素。反之，输入一个确定的元素，解析输出 S 个元素，形成一个包含所有对象的域,称解析。这个是当前模仿人类大脑工作的新颖计算机要求。

事实，传统的数值分析-逻辑分析的概率“**1-1** 组合与拓扑“**2-2** 组合”、超拓扑“**P-P** 组合”的运算，它们之间的交换同样不能是数值（对象）之间的交换，迄今还没有成熟的分析方法。通过共享的无量纲圆对数组成对称性和中心零点及性质属性的转换，带动数值（对象）实现平衡交换。

严格的说，数值和逻辑分析（有量纲）“对象”的共轭不对称性，不能直接平衡与交换，或者说它们引用的“公理”需要数学证明其可靠性。圆对数空间构造集在把“对象”转换为无量纲的“偶数性”（即共轭平衡互逆对称性），具有可确定性的平衡与交换。这个“对象”转换是在第三方无量纲圆对数相同因子下带动了“对象”的平衡与交换。

✹推理：概率-拓扑“**1-1** 组合、“**2-2** 组合”、“**P-P** 组合”形式的加法(+)和多元数乘法(·) 的运算以数值或逻辑语言定义的分析，还没有成熟的合理分析方法。根源在于它们不对称性的数值（对象）之间不能平衡交换，必须通过共享的圆对数以及中心零点的平衡对称性及性质属性的转换，带动数值（对象）实现交换；

如：　　$(a,b,c,\ldots,S)=(1-\eta^2)\{R_0\}^{(1)}$，$(ab,\ldots,S)=(1-\eta_{ab}^2)\{R_0\}^{(2)}$，$(ac\ldots S)=(1-\eta_{ab\ldots s}^2)\{R_0\}^{(S)}$；

数值与圆对数分析：

$$a=(1-\eta_a^2)\{R_0\}^{(1)};\ b=(1-\eta_b^2)\{R_0\}^{(1)};\ \ c=(1-\eta_c^2)\{R_0\}^{(1)};\ \ \ldots;$$

$$P=(1-\eta_P^2)\{R_0\}^{(1)};\ ab=(1-\eta_{ab}^2)\{R_0\}^{(2)};\ bc=(1-\eta_{bc}^2)\{R_0\}^{(2)};$$

$$ca=(1-\eta_{cp}^2)\{R_0\}^{(2)};\ \ \ldots;\ Pq=(1-\eta_{Pq}^2)\{R_0\}^{(2)};$$

位值-数值圆对数因子中心零点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_i)^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|+\left|\sum(-\eta_i)^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|=0;$$

同样：平衡交换组合的条件是具有同层次相同的“$(\pm\eta^2)$”和同构圆对数中心零点“$(\pm\eta_C^2)$”；

同理，三维复分析采用圆对数方法建立了“圆对数交换带动了数值交换”：

$$X=(1-\eta_{[ij]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1)};\ Y=(1-\eta_{[i]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1)};\ Z=(1-\eta_{[k]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,)},$$

$$XY=(1-\eta_{[ji]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)};\ YZ=(1-\eta_{[ik]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)};\ ZX=(1-\eta_{[kj]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)},$$

特别的，三维复分析对应三维直角坐标投影（态射、交换），概率轴线：(x,y,z)，拓扑平面：(xoy,yoz,zox)，拓扑的平面法向线与轴线投影平行，方向相反。三维直角坐标的中心点为数值的共轭互逆不对称性性的点，

也是为圆对数位值的共轭互逆对称性性的点，可以进行平衡交换组合。

三维复分析通过圆对数，以无量纲语言描述了群组合-函数-空间的逻辑基础，应用于$\{3\}^{2n}$范围。其描述的元素、对象是离散-连续一体化，可以是实分析、复分析，有理数、无理数，以及可数字化对象都可以整合为一个简单统一的圆对数公式整体计算。进行“无关数学模型，没有具体元素（质量）内容”的分析。

传统数值分析和逻辑分析及计算机算法，采用二元数的离散型-对称性假设，不能发挥不对称性-连续性的“中心零点对称性”优越性，也没有可靠的个轭互逆平衡交换的环境，容易造成计算机的模式混淆和模式坍塌，测度的逼近的不稳定性的近似计算。

圆对数中心零点是确保数值分析-逻辑分析的稳定性和共轭互逆对称交换性。其中心零点叠加可以组成具有统一的边界域$\{-1,\pm0,+1\}^{(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots^{整数})}$的无穷长“糖葫芦串”，或无穷宽“糖薄圆饼”。

圆对数中心零点确保计算机的稳定性、精确性、零误差性、高鲁棒性，有效防止模式混淆和坍塌。

8.4.4、柯西序列与无量纲圆对数空间

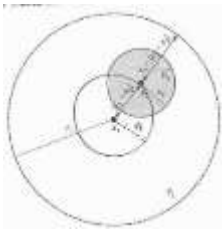
柯西序列被定义为随着序列的进展(n 趋于无穷大)，元素彼此任意接近。对于符合柯西序列资格的序列，给定的任意小的正距离 ϵ，序列中存在一个指标点，超出这个指标的任何两个元素之间的距离始终小于 ϵ，柯西序列。

逻辑代数数学表达就是下面的式子：

$$d(x_m - x_n) < \epsilon, \quad \epsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ and } n, m > N.$$

其中：$\mathbb{R}$ 中的一个序列：$3, 3.1, 3.14, 3.141, \ldots$。这个数列连续为 π 近似值添加一位在(0,1)之间的小数。因此，对于任何正数 ε，都存在一个 N，使得对于所有大于 N 的 m 和 n ，第 m 和第 n 元素之间的差小于 ε。

柯西序列的圆对数明（图 8.4）：



（图 8.4 柯西序列）

证:

设：大圆 V_1,半径 r_1(到中心点距离 x_1),小圆 V_2,半径 r_2, 小圆到中心点距离 $x_3=(r_1-r_2)$，$r_3 \geq r_2$,

根据圆对数定义，以大圆 V_1,半径 r_1 为比较参照圆，$(1-\eta_1^2)^K=(r_2)/(r_1)=0$；

所谓的 x_2 收敛于小圆 x_1 中心零点。事实 x_2 不能直接收敛于大圆 V_1 的半径 r_1, 因为中心点不重合，没有直接的关系。

应用辅助圆 r_3 $(1-\eta_3^2)^K=r_3/r_1=0$,圆 x_3

收敛于大圆 V_1,半径 r_1 中心零点

如果小圆收敛于 x_2 收敛于大圆半径 r_1 中心零点，需要根据序列 x_2 收敛于圆 x_3，通过 x_3 再收敛收敛于圆 x_1。

$$(1-\eta_2^2)^K=(r_3-r_2)/\{r_3\}\cdot\{r_3\}/\{r_1\}=(r_3-r_2)/\{r_1\}=(1-\eta_3^2)^K-(1-\eta_1^2)^K=0,$$

收敛序列始终是柯西序列。然而，并非所有柯西序列都收敛。

（1）、考虑有理数 Q 里面的柯西序列，该序列中的每一项都是有理数。然而，没有有理数可以满足这个条件。该序列在 Q 内没有极限，这意味着在有理数中这个柯西数列不会收敛，但如果我们考虑的空间是 R，很明显我们这个数列就有极限了。

（2）、收敛中，可以看到一些序列在一个度量空间中收敛，而在另外一个度量空间中发散。因此，与闭集和开集一样，收敛性取决于序列所在的空间，是否有一种与收敛相似的，不依赖数值的度量空间？

无量纲圆对数可以很好的解决上述柯西序列二个问题：

（1）、无量纲圆对数以位值这个最抽象形式把 Q 与 R 都存在从小无穷到大无穷统一起来，通过偶数性的对称与不对称，随机与不随机平衡交换机制，通过圆对数中心零点对称性进行循环转换。如果该空间中的每个柯西序列都收敛到也在该空间内的极限，则称度量空间是完备的。现在无量纲圆对数不依赖数值的度量空间和中心零点这个“极限”组成无限循环，具有无穷公理和完备概念。

（2）、无量纲圆对数中心零点作用：柯西序列在一个度量空间中收敛，而在另外一个度量空间中发散。通过无量纲圆对数的同构、同态、同调、同伦“紧致性”的不变性，以性质属性(K=+1)控制着柯西序列和无量纲圆对数空间的收敛(K=-1)、发散(K=±0)、交换(K=±0)、平衡(K=±1)。又由于存在中心零点这个“极限”，保持了空间的相容性。

这样，柯西序列和无量纲圆对数空间有了衔接，完美的发挥柯西序列空间的定义和作用。可是基于传统数学定义的“空间”由于存在不对称性不能直接进行平衡交换，如果使用不完整的度量空间会带来一系列挑战。比方说我们可以使用迭代方法或数值方法构建一系列近似解。随着序列的进展，近似解变得越来越接近，在度量空间中形成柯西序列。理想情况下，我们希望这些近似收敛到一个极限，然后证明这个极限确实是一个解。然而，只有当底层度量空间是完备的，这种方法才能保证有效。否则，我们可能需要扩展空间。这个拓展的新的空间，叫作无量纲圆对数空间。

也就是说，不完备性的柯西序列度量空间，以无量纲圆对数特有的偶数性平衡交换机制方式，成为具有“完备性（离散）与相容性（连续）”一体化，在无量纲圆对数中心零点偶数性的平衡交换的基础上，带动数值空间的平衡交换，解决柯西序列空间进一步描述的困难。注意：其中圆对数中心零点对应无量纲空间概念不等于柯西序列度量空间对应的数值中心点，二者应用的对象空间不同。

8.4.5、范畴论拓扑的模式识别与正圆模式

范畴论的对象与态射，联系的对象名称是“拓扑”，指橡皮的任意变形。如桌子-椅子-板凳是范畴论的支撑点的“拓扑”概念。所说的拓扑在一个球面上任选一些点用不相交的线把它们连接起来，这样球面就被这些线分成许多块。在拓扑变换下，点、线、块的数目仍和原来的数目一样，几何空间称“空间边界函数不变”，这就定义了拓扑等价。

庞加莱引入“基本群”在拓扑上应用。基本群是代数拓扑最基本的概念。一个拓扑空间中， 从一点出发并回到该点的闭合曲线，称为该点的一个回路。如果一条回路能够连续地形变成另一条回路(起始和终点不动)，就称这两条路同伦等价。在模式识别中引入界面/椭圆模式为“单元体”。对范畴论的影响是引入拓扑空间为“对象”和它们之间的变化关系叫“态射”。经典数学术语称“运算、推导、逻辑分析”，这些都需要数学严格的证明：“它们为什么可以交换？”、“依据是什么？”公理仍然需要数学证明。

模式识别与智能系统属控制科学与工程的二级学科，以信息处理与模式识别的理论技术为核心，以数学方法与计算机为主要工具，研究对各种媒体信息进行处理、分类和理解的方法，并在此基础上构造具有某些智能特性系统。

在光学字符识别、语音识别、人脸识别、视频追踪、医学图像处理等方面均有广泛应用。人工生命系统是智能系统概念的泛化，包括智能信息处理系统、智能控制系统、机器人、细胞自动机等。该方向致力于模拟自然生命系统中信息与控制的规律，特别是生命的自组织、自学习、自适应、自修复、自生长以及自复制的基本特性，以及感知、知觉、认知、判断、推理、思维等智能行为;以"计算"的形式表现智能，以人工生命系统实现智能，并将其应用于模式识别与图象处理、复杂动态系统建模、仿真与控制等领域。

所说的模式识别与智能系统是 20 世纪 60 年代以来在信号处理、人工智能、控制论、计算机技术等学科基础上发展起来的新型学科。该学科以各种传感器为信息源，以信息处理与模式识别的理论技术为核心，以

数学方法与计算机为主要工具，探索对各种媒体信息进行处理、分类、理解并在此基础上构造具有某些智能特性的系统或装置的方法、途径与实现，以提高系统性能。模式识别与智能系统是一门理论与实际紧密结合，具有广泛应用价值的控制科学与工程的重要学科分支，致力于生命计算学与人工智能系统的研究。生命计算学是计算智能概念的泛化，包括人工智能中的符号计算学和神经计算学，以及遗传算法、进化计算和 DNA 计算等。

事实证明，无论是经典代数的数值或逻辑代数对象或者几何空间对象，以及模式识别对象，都具有不对称性，不能进行直接的平衡交换。困难在于统一解决它们相互之间关系的连接或运算。

目前、最好的表达是范畴论，以含糊的“态射”概念，说“抽象地描述二个对象之间的关系”，硬生生地说是“不可约”的概念，这个“不可约”的说法没有数学证明，掩盖其不能精确描述其特定对象之间（内部与外部）关系的定性定量的变化过程。从严谨的数学要求来说，是不可靠、不可控。失去了数学真实的内涵。

众所周知，经典代数的解析与组合平衡代表是方程式的平衡，方程式的数值“平衡”仍然存在数值对象的不对称性，不等于可以交换。几何拓扑空间则是任意边界函数（曲线、曲面、空间、图形）不变条件下的空间变化描述，任意边界函数具有不对称性的分布，不能直接交换。代数-几何中遇到不对称性的一元三次方程（三维空间）没有满意的根元素解。

也就是说，尽管任意几何拓扑存在不变的边界函数（线、面、体、形态），仍然存在不对称性，采用方程式解析是无解，几何空间整体与局部的都不能平衡交换。范畴论的“态射”说法同样没有数学严格的平衡交换证明，意味着范畴论所说的“对象”不能直接进行“态射”或者说“平衡交换”。

这里，指出了范畴论的缺陷，有什么办法解决或弥补范畴论“拓扑”的短板？意味着范畴论的不严谨性，还有拓展的空间。

范畴论把数学归纳为“对象与态射”二个内容，“对象”一般可以理解，范畴论把所有的数学分析计算内容的主题，归纳为抽象的“对象”，这个是成功的。“态射”是处理关系，只能说是数学上的一点进步，没有突破性进步，这应该可以肯定和理解的。因为历史原因“无量纲圆对数还没有正式出现”。

但是，范畴论所说的“态射、不可约、拓扑变换”等抽象概念没有落到实体的实处。这种以“逻辑”为借口的说法，回避了数学的严谨性，没有满足数学严谨零误差计算的要求计算。如果范畴论赋予“态射”给与明确的抽象数学抽象计算概念，可以拓展范畴论的应用范围和零误差的数学计算是可行的。

圆对数团队提出了无量纲圆对数构造，实体的“对象”为特征模平均值和最抽象的无量纲构造，“态射”提高为最抽象的无量纲构造以特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，

范畴论与模式识别的二个基本条件：

（1）、代表着一个特定的共同体成员所共有的特征、信仰、价值、技术等构成的整体。相当于特征模（均值函数，算术平均值）的描述。圆对数在“对象”变化中，强调特征模与周围元素的同步变化，确保完备性的跳跃方式过渡。

（2）、指哪个整体的一种元素，即具体的谜题的解答。相当于特征模内部中心零点与周围元素的位值-位置关系，进行解析根元素。

在上述基础上，基于范畴论“对象”之间基于不对称性，对象之间不能平衡交换，在圆对数带动下“对象”依靠圆对数中心零点进行间接地实现平衡交换解决“对象-特征模”内外部各个具有“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制（即等价于“无穷公理”）”，替代了范畴论不严谨的“态射”，赋予“态射”以确切的数学内涵，拓展了范畴论的应用空间和零误差计算范围。

以拓扑的橡皮型拓扑变化为例：在总元素不变前提下，采用同一个相同的一个标准为比较基本值，这个比较值称“正圆模式（几何语言）或特征模（代数语言）”。任意几何-代数空间统一向正圆模式或特征模变化，变化的过程定义了路径积分。

8.4.6、范畴论拓扑与正圆模式

所说的路径积分：以包括两点间所有路径的和或泛函积分而得到的量子幅来取代经典力学里的单一路径。路径积分表述是由保罗·迪拉克开始并由理论物理学家理查德·费曼在 1948 年发展出来。在此之前约翰·惠勒在他的博士论文里已经得到一些早期结果。

因为路径积分的表述法显然地把时间和空间同等处理，它成为以后理论物理学发展的重要工具之一。

路径积分的表述，也把量子现像和随机现像联系起来。为 1970 年代量子场论和概括二级相变附近序参数波动的统计场论统一奠下基础。薛定谔方程是虚扩散系数的扩散方程，而路径积分表述是把所有随机移动路径加起来的方法的分析延续。因此路径积分表述在应用于量子力学前已经在布朗运动和扩散问题上被应用。

上述的路径积分，建立在实体“对象”基础上。运算中往往受到具体实体“对象”元素的干扰，“路径积分、历史记录、幂函数”的表示很困难。同样成为世纪性数学难题。虽然范畴论以抽象的“态射”描述，没有定性定量的描述，没有解决数学要求“零误差”分析要求。

这里，把范畴论的：“对象”分解为特征模和无量纲圆对数，“态射”在特征模不变条件下，分解为无量纲圆对数的具体平衡计算和零误差的交换。这是范畴论没有涉及的问题。

定义“对象与空间、时间”变化的动态路径积分，分别有性质属性 K(指几何函数及空间性质，如（K=+1）为椭圆、（K=-1）为双曲线圆、（K=0）为抛物线圆等等；无穷元素 Z：指几何空间边界函数无穷点；(Z±S)指几何空间封闭的边界函数无穷点中任意有限点，如平面圆周长为 2π、面积 $2\pi R^2$,三维球曲面 $2\pi R^2$ 体积 $(4/3)\pi R^3$ 等等；路径积分描述封闭的边界函数不变条件下，形状的变化反映为无量纲圆对数在幂函数上的描述，此时圆对数不变形式表现为“正圆模式”，代数表现为（乘组合与加组合）“特征模”。

“正圆模式”有二种模式：

（1）、标准正圆边界元素点$\{W_0\}$“均匀分布”以$(1-\eta_{00}^2)^K$表示，适应算术平均值单元体和“加组合”几何空间。

（2）、非标准正圆边界元素点$\{W_{00}\}$“不均匀分布”以$(1-\eta_0^2)^K$表示，适应几何平均值单元体和“乘组合”代数空间。

标准正圆边界元素与非标准正圆边界元素数值相同，从几何角度来看，它们的中心零点不重合，距离：

$$\{W_0\}=(1-\eta_{00}^2)^K \cdot \{W_{00}\}^{K(Z\pm S\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

范畴论拓扑与正圆模式：

设：“对象”的任意形状几何空间为{W},对象提取正圆模式特征模$\{W_0\}$，动态变化选择微积分零阶（几何空间的启动点），一阶（速度）、二阶（加速度）以(N=-0,1,2)/t 微分、(N=+0,1,2)/t 积分阶的动态表示。几何空间动态变化序列(q=0,1,2,3…整数)。

它们之间的关系为抽象的无量纲圆对数。

$$\{W\}=(1-\eta^2)^K \cdot \{W_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

其中：无量纲圆对数与特征模具有共享的幂函数，幂函数同步地定性定量地描述拓扑几何空间动态变化过程及序列。代数-几何都可以反映任意空间的变化，进行定性定量的描述。

其中：“特征模”：$\{W_0\}$分别为

（1）、代数的算术平均值，称“加组合特征模”；

（2）、代数的几何平均值，称“乘组合特征模”；

幂函数内容还分别表示：性质属性，无穷中任意有限元素，三维空间，微积分阶、元素组合形式，以及时间动态变化，基于圆对数存在“偶数性的平衡交换机制”，它们的变化都必须在圆对数带动下实现的平衡与交换的变化。一旦撤销圆对数，各个过程立即停止，恢复原来的不对称性和不能平衡交换性。

8.4.6、任意空间与无量纲圆对数的路径积分

定义 8.4.5 路径积分：路径积分为任意函数边界不变，特征模不变对应数值中心点，趋向正圆均匀分布的位值圆对数中心零点重合的过程，称“正圆模式”，变化的过程成为路径积分的圆对数为底的幂函数过程。

整个过程反映为任意函数多“边界曲率中心点与边界形状同步变化”，也就是说，曲率中心点的位置趋近于正圆中心零点的移动，反映为面积、体积的变化，这个变化称圆对数。变化的过程称圆对数的路径积分。

任意空间只要几何边界函数不变，几何可以随意拉伸压缩变形，代数的群组合总元素不变，可以有不同形式的组合，同样可以是任意子项的空间的变化。但是，它们向哪一个方向变化最有利于数学描述？不能想当然地认为，事实：

（1）、“几何向正圆描述变化，称“正圆模式 D_{00}”，因为正圆模式表示正圆的辐角与边界曲线、曲面均匀分布，中心点辐角变化与变化函数及拓扑变化同步，对应“和组合”平均值，几何中心点在几何中心重合。这是包含椭圆以及任意封闭性圆空间所没有条件。

（2）、“代数向特征模描述变化，称“特征模 D_0”，因为“特征模 D_0”表示算术平均值，数值与正圆模式半径 D_{00} 相同。边界的数值分布是不均匀的，对应“乘组合”平均值。但是特征模中心点不能几何中心重合，适应分析乘组合的根元素。

任意函数趋近正圆模式，表现为 任意圆中心点与正圆中心零点 O 移动的路径积分。反映为群组合-圆对数分析的二个步骤：

（1）：已知边界函数和特征模函数，建立方程式的群变量运算求解圆对数，这里面包含概率-拓扑特征模中心点与周围元素的同步变化关系。

（2）：应用概率-拓扑特征模中心点与周围元素的同步变化关系下，通过圆对数中心零点对称性解析各个根元素数值。（图 8.5）

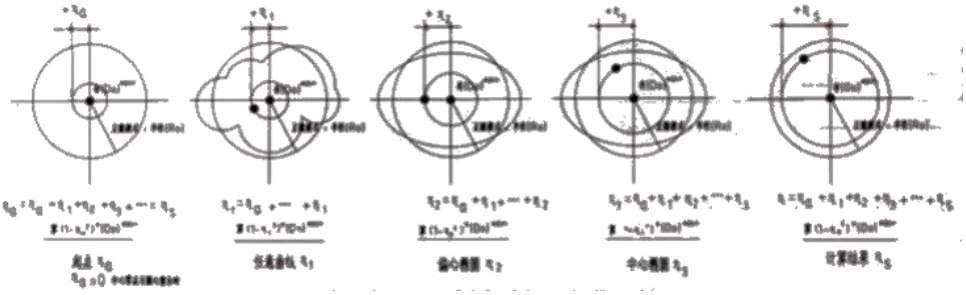
圆对数路径积分：无量纲圆对数幂函数描述几何拓扑变化过程：

无量纲圆对数形式描述的变化过程（图 8.5）：

任意曲面圆$(1-\eta_1^2)^K$↔偏心椭圆$(1-\eta_2^2)^K$↔…$(1-\eta_n^2)^K$↔中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$↔正中心正圆$(1-\eta_{00}^2)^K$；

其中：中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$（正圆边界分布不均匀、乘组合，几何平均值），正中心正圆$(1-\eta_{00}^2)^K$（正圆边界分布均匀、加组合，代数平均值）。

任意函数$\{S^n\}$→椭圆函数$\{S^n\}$→正圆不均匀分布函数→正圆均匀分布函数$\{S_0^n\}$中心点可以重合，成为数值特征模中心点设置于三维直角坐标系。



（图 8.5） 任意圆向正圆模式拓扑变化的路径积分

在三维坐标里以直角坐标系的中心零点 O 为中心的（一分解为三）为共轭互逆不对称性函数“对象”，互逆不对称性函数“对象”不能平衡交换。只有通过

（1）、圆对数路径积分无量纲圆对数描述几何拓扑变化过程：

任意曲面圆$(1-\eta_1^2)^K$→偏心椭圆$(1-\eta_2^2)^K$↔…$(1-\eta_n^2)^K$↔**几何正圆模式$(1-\eta_{00}^2)^K$；**

（2）、**圆**对数路径积分无量纲圆对数描述代数拓扑变化过程：

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_1^2)+(1-\eta_2^2)+\ldots+(1-n_n^2)\rightarrow(1-\eta_0^2)^K$$

对应特征模$\{\mathbf{D}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\ldots整数\leq S))/t}$

（3）、路径积分（历史记录）成为群组合与圆对数共享幂函数：$K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\ldots整数\leq S))/t$；

其中：无量纲圆对数幂函数分别为性质属性 K，无穷中任意有限元素(Z±S）三维空间八个象限±(Q=3)；微积分（零阶、一阶、二阶）±(N=0,1,2))/t；元素组合形式±(q=0,1,2,3…整数≤S)。

任意曲面圆/偏心椭圆=$(1-\eta_1^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm(S=1)/t}$

偏心椭圆/中心椭圆=$(1-\eta_2^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=2)/t}$，…，

中心椭圆/特征模=$(1-\eta_n^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=n)/t}$，

特征模/正圆模式=$(1-\eta_0^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=0)/t}$，

数值相同：中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$=正圆模式$(1-\eta_{00}^2)^K$，

区别在于 中心正圆在几何偏心，正中心正圆模式在几何中心，二个中心点不一定重合。

无量纲圆对数路径积分展开：

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_1^2)+(1-\eta_2^2)+\cdots+(1-n_n^2)]^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q)/t}$$

或：$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta^2)^{(1)}+(1-\eta^2)^{(2)}+\cdots+(1-\eta^2)^{(n)}]^{K(Z\pm S\pm(N)\pm(q=n)/t}$；

特别的，几何正圆模式对应$(1-\eta_{00}^2)^K$ 与$(1-\eta_0^2)^K$ 它们边界函数相同。区别在于几何正圆边界上均匀与不均匀或对称与不对称之分。

范畴论没有说清楚理由的“态射”，在这里通过无量纲圆对数第三方构造的数学验证：因为“态射”（不可约、拓扑变换、对称与不对称、内部与外部）皆缺少了一系列“平衡”条件，因此这个“态射”不能直接交换。范畴论与无量纲圆对数描述：

（1）、任意几何空间的拓扑变化或平衡交换过程过程，可以是互逆性的任意几何空间收敛到正圆模式中心零点（称极限），也可以从到正圆模式中心零点扩散到任意几何空间的拓扑变化。称性质属性控制着“对象与态射”的改变。

（2）、范畴论的不清晰描述的“态射”，是被不对称的“对象”（经典函数数值分析与近代代数逻辑分析）之间，没有“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”产生的困难。也就是说，“态射”交换的前提是“平衡在先”，有了平衡才能交换。范畴论没有数学严格证明“不同层次、空间、状态、……”的“对象”之间如何实现平衡?

平衡以无量纲圆对数幂函数的对称性有二种形式：

（1）、圆对数中心零线（临界线），适应“元素-对象”（特征模）系列的外部平衡。

其中：各个“元素-对象”变化反映其临界线与周围元素同步变化。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0,1\},$$

（2）、圆对数中心零点（临界点），适应“元素-对象”（特征模）系列的内部平衡。

其中：在“对象”同步基础上，处理中心零线（临界线）上各个中心零点（临界点）与周围元素之间的圆对数关系解析。

$$(\pm\eta^2)^{(K)}=(+\eta^2)^{(K)}+(-\eta^2)^{(K)}=(\pm\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0\},$$

特别的，无量纲圆对数的幂函数与圆对数因子变化同步。也就是说，对于无量纲圆对数来说，“元素-对象”自身总数不变，乘组合-交集，加组合-并集，组成的数学模型没有太大的区别，称“无关数学模型”的计算。

如：二个不对称性“元素-对象”乘组合-交集的{A,B},转换共有的一个特征模$\{R_0\}^{(K=\pm1)(Z\pm(S=2)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t}$和圆对数$(1-\eta_{00}^2)^K$以及共享的性质属性控制“对象”的转换：

$$\{A,B\}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_0\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

偶数性对称性“对象”{A,B}可以获得偶数性相同的圆对数才能进行平衡，才能交换：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{A\}/\{R_0\}^{(Z\pm(S=1)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{B\}/\{R_0\}^{(Z\pm(S=1)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})/t};$$

无量纲‘无穷公理’的平衡交换组合形式：

$$A=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\{R_0\}=B;$$

$$a=[(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}]\{R_0\}=b;$$

其中：任意“元素-对象”在无量纲圆对数相同因子条件下，出现对称与不对称随机与不随机的平衡交换。

无量纲圆对数平衡交换规则：

不改变“对象”命题，不改变特征模，不改变同构圆对数，仅仅通过圆对数性质属性正中反向性质的改变，从真命题变成了逆命题。

无量纲圆对数构造以特有的不对称、随机与不随机的无穷公理机制实现平衡交换。

$$\{A\}=\sum[(1-\eta_1^2)+\ldots+(1-n_n^2)]^{(K=-1)}\leftrightarrow[(1-n_{00}^2)]^{(K=\pm0)}\leftrightarrow\sum[(1-\eta_1^2)+\cdots+(1-n_n^2)]^{(K=+1)}\{R_0\}=\{B\};$$

其中：中心零点$(1-n_C^2)^{(K=\pm0)}=(1-n_{00}^2)^{(K=\pm0)}$为“对象”的共轭中心点转换点具有“不对称性”，不一定与与圆对数中心零点重合。真正实现转换需要无量纲圆对数中心零点的对称性。

范畴论二个“对象”{A,B}以无量纲圆对数对称性的描述，可以拓展到三个“对象”{(A,B),C}以无量纲圆对数对称性的描述：

同理：在三维坐标里特征模以中心零点 O 为中心的共轭互逆不对称性函数，只有在圆对数中具备偶数性对称性，可以实现平衡与交换，也就是说，任意函数的变化（态射）是在圆对数带动下进行的。

$$\{AB_{[jik]}\}=(1-\eta_1^2)^{(K=-1)}\bullet\{R_{0[jik]}{}^{(2)}$$

$$[(1-\eta_1^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow[(1-n_{00}^2)]^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_n^2)^{(K=+1)}]\bullet\{R_{0[jik]}{}^{(3)}\}$$

$$=(1-n_n^2)^{(K=+1)}\bullet\{R_{0[jik]}{}^{(1)}=\{C_{[jik]}\};$$

圆对数空间可以精确性定性定量的变化过程描述了代数-几何空间，以圆对数为单位体的比较，无量纲圆对数以“无穷公理”的圆对数的偶数对称性化解了范畴论“态射”的困难。

这样一来，任意“元素-对象”在封闭空间以任意（曲线、曲面）圆为边界函数，在总边界曲线、曲面或特征模（正中反均值函数）不变条件下，转换为正圆模式（几何）或特征模（代数）。通过无量纲位值圆对数和对应的圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）与周围元素关系，解析根元素。也就是说，无量纲圆对数“平衡交换”具有比范畴论抽象的“对象与态射”最抽象、最深刻、最基本的特征空间。

8.4.5、任意空间（逻辑分析和数值分析）的一体化

范畴论确实把复杂的数学简单化，取得很好的效果：按照范畴论的观点，数学计算就是“对象与态射”。“对象”是什么很容易理解：指人类对于自然的描述，以数学形式表达。争议点焦点在于“态射”的处理。

无量纲圆对数以强大生命力和惊人的优越性很好地解决了当前二大数学基础的缺陷和矛盾：

（1）、数值分析：不能处理关系交换问题；

（2）、逻辑分析：不能解释（内外部）平衡计算问题。

圆对数顺应时代需求，提出：以“无穷”为基础，以更抽象的、一个简单的圆对数符号$(1-\eta^2)^K$（注：(η)为希腊字母，中文发音“埃塔”），包容了“数值分析”与“逻辑分析”为一体化的分析理论。

当然，这个需要证明和验证：证明范畴论空间（逻辑分析）和希尔伯特空间（数值分析）与圆对数空间的关系。

1664-1665 年艾萨克·牛顿提出二项式定理，推广到任意实数次幂，即广义二项式定理。同样可以推广到无穷任意实数-自然数-无理数，称无穷二项式。

定义了无穷集合二项式为无穷元素（任意对象可以数字化的元素数值），在总元素不变条件下进行不重复的无穷子项的组合与集合。二项展开式的公式为：

$$(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^{(n-1)}b+\ldots+C(n,i)a^{(n-i)}b^i+\ldots+C(n,n)b^n$$

$$=Aa^n+Ba^{(n-1)}b+Ca^{\wedge(n-2)}+\ldots+b^n$$

式中，C(n,i)表示从 n 个元素中任取 i 个的组合数=n!/(n-i)!i!,成为 A,B,C…整数系数。

幂函数写成：n=K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…无穷整数)，方便幂函数中容纳更多的数学对象和分析内容。

二项式与帕斯卡-杨辉三角的关系体现在二项式系数的性质和杨辉三角的结构上。其中：杨辉三角的关系于 1303 年中国数学家朱世杰给出，帕斯卡于 1653 年给出。

杨辉三角是二项式系数在三角形中的一种几何排列，每一行的数字都是对应的二项式系数。

具体来说，杨辉三角的第 n 行（通常将最上面的一行计为第 0 行）的数字依次是二项式系数 C(n, 0), C(n, 1), …, C(n, n)，这些系数出现在二项式定理的展开式中。称多项式子项正则化。

当：组合系数分别有：

$$C(n,0),=1,\ B(n,1)=[2!/S(S-1)]^K,\ C(n,2),=[3!/S(S-1)(S-1)]^K\ \cdots P(n,(P-1))=[(p-1)!/(S-0)!]^K$$

与元素-对象组合形式结合，组成特征模$\{X_0\}$。

$$A=1;\ B=1/\{X_0\}^{(S-1)};\ C=2!/\{X_0\}^{(S-2)};\ \cdots;\ P=(P-1)!/\{X_0\}^{(S-p)},$$

✵定义 8.4.6 广义黎曼函数（乘组合、几何平均值）特征模：

多个足够大的素数连乘或连加，组成素数函数。

$$\{X\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S))}=\prod\{X_1{}^SX_2{}^S\ldots X_S{}^S\}^K=[\sqrt[KS]{\{X_1{}^SX_2{}^S\cdots X_S{}^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$

✵定义 8.4.7 广义黎曼函数（加组合、算术平均值）特征模：

$$\mathbf{\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S\pm(q=p))}}=\sum[((P-1)!/(S-0)!)]^K\prod_{[Z\pm(S=p)]}\{X_1{}^SX_2{}^S\cdots X_P{}^S+\ldots\}^K。$$

✵定义性质属性 K： K=k(±1,±0)，Kw=(±1,±0)，K • Kw=(+1,±0,±1,-1)：

✵定义圆对数及性质属性：$(1-\eta^2)^K=[\{X\}/\{X_0{}^S\}]^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$；

证：

证明目的：基于逻辑分析和数值分析都来源于牛顿二项式定理，通过证明二项式转换圆对数，达到无量纲应用‘无穷公理机制的圆对数，以第三方构造集包容“逻辑分析和数值分析”实现一体化的无量纲分析。

1715 年泰勒在《增量方法及其逆》奠定了有限差分法的基础，对单变量的幂级数有著名的泰勒公式，成为微积分方程的拓展，也是当前数学分析源头的依据：

$$f(x+h)=f(x)+hf^{(1)}(x)+h^2/2!f^{(2)}(x)+h^3/3!f^{(3)}(x)+\ldots((R_n+h_n)(余项);$$

多项式系数为正则化分布与变量元素的相应的子项组成无穷中任意有限变量元素特征模（正中反均值函数）：

$$e^x=1+x/1!+x^2/2!+x^3/3!+\ldots+(R_n)(余项);$$

其中：f(x+h)为多项式展开，多项式系数为正则化分布。

设：已知无穷中任意有限变量元素：$x^{KS}=\{x_1x_2\ldots x_n\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{整数})}$，

各个子项（层次）特征模：

$$\{x_0\}^{KS}=\{x\}^{K(S-0)}+[1!/S]^K\{x\}^{K(S-1)}+[2!/(S-0)(S-1)]^K\{x\}^{K(S-1)}+[(P-1)!/(S-0)!]^K\{x\}^{K(S-P)}+\ldots$$

$$=\{x_0\}^{K(S-0)}+\{x_0\}^{K(S-1)}+\{x_0\}^{K(S-2)}+\ldots+\{x_0\}^{K(S-P)}+\ldots;$$

其中：幂函数 K(Z±S±Q±N±m±(q=0,1,2,3,…整数)，可以有：性质属性、无穷中任意有限、三维空间、微积分、微积分上下限、组合形式。可以根据分析内容增减。

无量纲圆对数的‘无穷公理’“一一对应”条件下，余项也可以转换为圆对数，满足圆对数的整数性展开，确保圆对数中心零点稳定性和精确性。

如：范畴论逻辑分析和希尔伯特数值分析，都依靠集合论公理化和希尔伯特数值数论公理系统证明与展开，试图拓展到“无穷分析”。实际上大多是停留在“二元论”人为假设“离散型-对称性”的平衡转换分析，现实世界大量的是“不对称性分布”、“连续型-不对称性”的平衡转换组合，在进一步“二生三”做不下去了。

也就是说，自然数公理化和集合论公理化比不上‘无穷公理’不仅具有偶数性对称与不对称、还能够随机平衡交换组合和随机自证真伪的优越性。

现有数学分析“二元数”$\{2\}^{2n}$ 通过无量纲‘无穷公理’机制可以拓展进步到三元论$\{3\}^{2n}$ 完整的分析，这个对于计算机来说将发生突破性进展，不仅提高了计算机速度，功能，还可以进行“连续性的对称与不对称（模仿人类大脑）”的 AGI 分析，还确保零误差分析，零误差精确度达到宇宙 10^{200} 级别。

这样一来，传统的数值分析与逻辑分析各种优越性得到拓展，各自的缺陷相互弥补。它们与圆对数关系：

多项式→集合论（元素-映射）→范畴论（对象-函子）→无量纲圆对数（特征模-圆对数）；

考虑多项式系数作为方程式的已知(a_0^n)或未知($\sqrt[n]{x}$)的作用，圆对数本身处理了乘组合与加组合的关系，由圆对数单元体组成有加与减平衡方程式的计算结果：

$$a_nx^n\pm a_{n-1}x^{n-1}+\ldots\pm a_0x^0=[(\sqrt[n]{X})\pm\{a_0\}]^{(n)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^K\cdot\{(0，2)\cdot\{a_0\}\}^{(n)}；$$

其中：$[(\sqrt[n]{X})-\{a_0\}]^{(n)}$计算结果为{0}；$[(\sqrt[n]{X})+\{a_0\}]^{(n)}$计算结果为{2}；

圆对数的三维空间展开：

$$(1-\eta^2)^{K(n)}=(\sqrt[n]{x}/\{a_0\}\}^n=(1-\eta_{[jik]}^2)^{K(n=0))}+\cdots+(1-\eta_{[jik]}^2)^{K(n=1)}=\{0，1\}；$$

圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(\sqrt[n]{x}/\{a_0\}\}^n=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=-1)}=\{0，2\}；$$

圆对数中心零点：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[jik]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0，1\}；$$

圆对数的平衡交换组合：

$$\{A\}^{(K=-1)}=\sum(\sqrt[n]{X}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=\pm1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n$$

$$\sum(\sqrt[n]{X}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n=\{B\}^{(K=+1)}；$$

其中：传统数学的幂函数 n 不够使用，写成：K(Z±S±Q±N±m±(q=0,1,2,3,…整数)，可以根据分析的“元素-对象”内容增加或减少幂函数因子。

特别的，圆对数$(1-\eta_{[jik]}^2)^K=1$ 属于三维空间离散型完备性数学结构，$(1-\eta_{[jik]}^2)^K\neq1$ 属于三维空间连续型相容性数学结构。$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^K=1$,属于圆对数中心零线（临界线），$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^K=0$,属于圆对数中心零点（临界点），圆对数包含了范畴论的优越性，同时解决了范畴论的不足，使得范畴论二元论向三元论拓展。

如：函子问题：函子成为范畴论的映射的重要工具，圆对数(1-η2)K(n)同样是映射的重要工具,包含了二个对象之间的态射，可以以二维/三维形式的态射描述。

$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)^{K(S=n)}=(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)$对应特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm m\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$通过中心零点的控制特征模，表现为特征模（外部）中心点与周围子集点同步变化。同时通过中心点$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)$对应特征模$\{D_0\}^{Kw(Z\pm S\pm Q\pm N\pm m\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$控制特征模（内部）周围子集点独立变化关系。

无量纲圆对数$(1-\eta^2)^{K(S=n)}$是一个无穷构造集，具有单元性，封闭性，对应由封闭性组成的平均值（特征模），圆对数功能的不变性、同构性功能等价于欧拉对数 e 的功能。基于圆对数对应特征模平均值，表示在总元素不变条件下的各种形式的封闭性组合，带来了无量纲圆对数的封闭性和单元性。

无量纲圆对数$(1-\eta^2)^{K(S=n)}$是对应特征模。如范畴论所说的“幺半群理论”，其实幺半群是一个二元数或偶数（对称性 $M_1\times M_2\rightarrow M_0$，此时，范畴论还不能解决偶数性不对称性的如三元数）除了没有逆元素之外，满足其他所有群的公理。因此，一个带有逆元素的幺半群和群是一样的。可以转换为特征模（正中反均值函数）拓展出现新的功能，它可以是由一个带有突破二元论思想，建立了三元复运算：

$M_1\times M_2\times M_3\rightarrow M_0$ 的集合 M，（若 x,y,z∈N ，则 x*y*z*∈N*，以及 xy*,yz*,zx*∈N*）的子集 M_0(特征模)。

很明显，M_0 自身会是个幺半群，在导自 M 的三元运算之下，等价地说，子幺半群是一个子集 M_0 ，且上标 * 为克莱尼星号，说明二元/三元数值不能直接交换，必须有一个什么东西引导，但是* 克莱尼星号没有进一步证明它是什么，有什么明显的功能。

8.4.7、范畴论与圆对数的衔接

当前数学家热捧的“同调代数-范畴论”，其基本概念是建立在“偶数性”对称性“元素-对象”上。

范畴：用于描述数学对象和它们之间的关系。范畴论是同调代数的理论基础，提供了研究数学对象之间自然联系的框架。这种交换或变化以“态射”不能获得满意解释,也没有说明原因。

函子：在范畴之间保持结构的映射，可以将一个范畴中的“对象”和“态射、映射”到另一个“范畴”

中，同时保持原有的关系。函子是同调代数中构建同调群的关键工具。

这个函子-“态射、映射”在无量纲圆对数里表示为同层次、幂维次之间，也可以跨层次、幂维次之间，在‘无穷公理’机制，通过圆对数中心零点进行平衡交换组合分解。表示为

$$A\leftrightarrow B,\text{或 } A\leftrightarrow B\leftrightarrow C,\text{以及 } A^{(P)}\leftrightarrow B^{(Q)},\text{或 } A^{(L)}\leftrightarrow B^{(M)}\leftrightarrow C^{(Q)};$$

其中：满足$\{A，B，A^{(P)}，B^{(Q)}，A^{(L)}，B^{(M)}，C^{(Q)}\}\in\{A^{(S)},B^{(S)},C^{(S)}\}^{K(Z^{\cdot}S)}$;

自然变换：描述两个函子之间的映射，保持了函子之间的自然联系。自然变换是同调代数中处理函子间关系的重要概念。在“圆对数空间”同样以“三个不变”更深刻地保持二个（多个）函子之间具有正中反向可互逆的平衡交换（映射、态射）。

同调群：同调代数的核心概念，用于量化数学对象的拓扑性质。同调群通过解决特定的组合问题得到，反映了对象的洞的数量和形状的复杂性。无量纲圆对数以简单的一个公式描述了范畴论（内外部）定性定量的平衡与交换的全部过程。

目前范畴论限制于运算为可交换的幺半群称之为可交换幺半群（或较少地，称之为阿贝尔幺半群）。没有排中律。其实，平衡交换不可避免中心零点联系着正反向二边的关系，这个是事实存在的排中律，这也是“态射”不能说清楚的关键所在。

圆对数对应可交换幺半群 M 的序单位是一个在 $M_0^{(n)}$内的元素 u（定义为概率、加组合）或者 uv（定义为拓扑、乘组合）的集合，扩大了范畴论成为圆对数理论 。

特别的，这种交换是不改变原来命题、特征模、同构圆对数，仅仅通过共享受的幂函数性质属性，在正中反之间随机与不随机的交换，满足 RMI 规则。

范畴论没有三维空间的“态射、函子”，对任一在 M 内的元素 x 而言，总会存在一个正整数 n 使得 $x\leq uv$。这经常用在 M 是偏序阿贝尔群 G 的正锥体的情况，在这种情况下我们称 u 或者 uv 是 G 的序-单位。有接受任何交换幺半群，并把它变成全资格阿贝尔群的代数构造，叫做格罗滕迪克群的拓展。

但是，传统的基础代数采用加减乘除符号，仅仅是解决了加与减、乘与除的互逆性，同样没有乘与加的互逆性，范畴论也没有解决这个“乘与加的互逆性”问题。也就是说没有数学证明 uv 内部与外部的关系。可以满足“u（概率、加组合）或者 uv（拓扑、乘组合）的集合 与交换”。

无量纲圆对数以代数形式。首次以单元性、封闭性的无量纲提出 $(1-\eta^2)^{K(n)}=(\sqrt[n]{X/x_0}\}^{K(n)}=\{\pm0，\pm1\}$解决“乘与加的互逆性”造成的不对称性平衡交换问题，填补了范畴论在三元数的空白。

圆对数$(1-\eta^2)^K$成功地解决了范畴论做不到的“离散型与连续型”一体化数学问题。如同“万能钥匙”都能够打开各种形式的锁，即无量纲圆对数可以解决各种数学问题。圆对数的中心术语中心是“无关数学结构模型”，通过圆对数都可以“没有具体元素内容”，以及“圆对数中心零点偶数性平衡交换机制”的以比范畴论抽象的最高度抽象，获得任意数学模型的解析，成为一种强大的理论分析与运算工具。

圆对数也是也是基本运算单位。功能不仅仅包含范畴论“函子”的（外部）态射功能，同时还具有处理（内部、外部）（中心点与多个对象之间的态射联系，同时也是从传统的抽象的数值分析进步到“更抽象的位值分析”。因此，圆对数可以说是验证所有的数学解决问题是否合理性、完整性的基石。

范畴论研究范畴试图以“公理化”的方法抓住在各种相关连的“数学结构”中的共同特性，并以结构间的“结构保持函数”将这些结构相关起来。因此，对范畴论系统化的研究将允许任何一个此类数学结构的普遍结论由范畴的公理中证出。

考虑下面的例子：由群组成的类 Grp 包含了所有具有“群结构”的物件。要证明有关群的定理，即可由此套公理进行逻辑的推导。例如，由公理中可立即证明出，群的单位元素是唯一的。不是只专注在有特定结构的个别物件（如群）上，范畴论会着重在这些物件的态射（结构保持映射）上；经由研究这些态射，可以学到更多关于这些物件的结构。

以群为例，态射为群同态。两个群间的群同态会严格地“保持群的结构”，这是个以一个群中有关结构的讯息运到另一个群的方法，使这个群可以看做是另一个群的“过程”。因此，对群同态的研究提供了一个得以研究群的普遍特性及群公理的推论的工具。类似的研究也出现在其他许多的数学理论中，如在拓扑学中对拓扑空间的连续映射的研究（相关范畴称为 Top），及对流形的光滑函数的研究等。

范畴论具有的这些概念，采用无量纲圆对数不仅可以替代范畴论，而且比范畴论的描述以深刻的数学原理、零误差精确化地描述对象（内外部）之间变化和正反向平衡交换过程，使得范畴论与无量纲圆对数衔接。

设：“元素-对象”分别为

M，M_0，$M_i\in\{M_1M_2\ldots M_n\}$(概率、加组合)，$M_{ji}\in\{(M_1M_2)\ldots(M_{n-1}M_n)\}$(拓扑乘组合)，

（1）、外部态射联系：表示对象与对象之间外部的态射描述，

$$\boldsymbol{M_i}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\boldsymbol{M_0}^{\boldsymbol{K}(Z\pm S)};$$

（2）、内部态射联系：表示对象内部的态射描述，

$$\boldsymbol{M_i}=(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}\bullet\boldsymbol{M_0}^{\boldsymbol{K}(Z\pm S)};$$

（3）、对象（内外部）之间过程的历史记录、路径积分：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-0)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-1)}+\ldots+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-n)};$$

（4）、元素-对象（内外部）圆对数中心零点对称性：

$$(1-\eta_{H[]ik}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_1{}^2)^{(K=\pm1)(S-0)}+(1-\eta_2{}^2)^{(K=\pm1)(S-1)}+\ldots+(1-\eta_n{}^2)^{(K=\pm1)(S-n)}=\{\pm0,\pm2\};$$

（5）、元素-对象（内外部）圆对数中心零点同构性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_{1[\mathbf{c}]}{}^2)^{(Kw=\pm1)(S-0)}=(1-\eta_{2[\mathbf{c}]}{}^2)^{(Kw=\pm1)(S-1)}=\ldots=(1-\eta_{n[\mathbf{c}]}{}^2)^{(Kw=\pm1)(S-n)}=\{\pm0,\pm1\};$$

其中：K=(K=±1)(Kw=±1)分别表示“元素-对象”（已经转换为特征模）外部与内部的性质属性，方向分别表示中心零点左右两侧。

中心零点与态射联系：这个是迄今为止没有解决的“中心零点猜想的数学问题。中心点不等于圆对数中心零点，只有圆对数中心零点才有可靠的对称性，实现“平衡交换组合”

范畴论与无量纲圆对数对应的空间：

(a)、单连通、圆球的极限点在区间 $\boldsymbol{M_0}$ 内部。称黎曼函数零点,性质属性（K=-1）。

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_0}\}^{\boldsymbol{K}(n=S)};\ (\text{概率})$$

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=-1)}=\boldsymbol{M_{ji}/M_0}\}^{\boldsymbol{K}(n)=S)};\ (\text{拓扑})$$

（b）多连通、圆环的极限点在区间外部第一个 $\boldsymbol{M_{01}}$ 及极限点在区间内部第二个 $\boldsymbol{M_{02}}$。称郎道-西格尔的二个零点猜想（圆对数减定理）。

（a）、圆环中心轴线；$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_{01}}\}^{\boldsymbol{K}(n=S)}=\{\pm0\};$

（b）、圆环边界；$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_{02}}\}^{\boldsymbol{K}(n=S)}=\{\pm1\};$

（c）、圆环（外中心部）中心点：$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=\boldsymbol{M_{ji}/M_0}\}^{\boldsymbol{K}(n)=S)}=\{\pm0\};$

可见，范畴论-函子及所有的特征，可以转换为等价的特征模与圆对数，具有偶数性平衡交换的可操作性的特征。

圆对数不仅包含了范畴论外部态射的特征，同时拓展了范畴论没有的内部态射，填补了范畴论从“二元数到三元数”以及稳定性“态射”的特征。这样，无量纲圆对数以‘无穷公理’机制，进行“偶数性”对称与不对称、随机与不随机的平衡转换机制和广泛应用的一种理论和工具。无量纲构造还证明了范畴论的“态射”没有可靠的数学证明，缺少对象内外部的“平衡”的‘无穷公理’机制，所以不能直接平衡交换组合分解，范畴论数学基础不牢固。

9、圆对数与朗兰兹纲领的衔接

9.1、背景介绍，

我们认识数学基本上都是从整数开始的，然后是简单的几何与多项式方程。一个最古老的数学分支 - 数

论，就是研究整数的。整数中间有无穷的魅力、奥秘和神奇，始终吸引着最富智慧的数学家和业余爱好者。著名的问题包括哥德巴赫猜想，孪生素数猜想，费马大定理等。

几何同样是最古老的数学分支。古希腊人对直线、圆周以及圆锥曲线的研究到后来发展成为代数几何，这个分支专门研究多项式方程对应的图形。过去一百多年来，代数几何的发展非常迅速，大家辈出，在数学其他分支和数学物理中都有很深刻的应用。已获菲尔兹奖的数学家中约三分之一的工作与代数几何有关。

群论的产生只有一百多年，源于多项式方程的求根公式。人们很早就会解一元一次方程和一元二次方程，一元三次方程和四次方程的公式解在十六世纪被找到，其实并不完整，属于对称性特例解。

一个重要的数学分支——群论在探索方程的根式解的过程中诞生了。方程是否有根式解与相应的群是否可解为一回事。群论的诞生改变了数学的面貌，影响几乎遍及整个数学，在物理和化学及材料科学中有很多的应用，是研究对称的基本工具。

朗兰兹纲领指出这三个相对独立发展起来的数学分支：数论、代数几何和群表示论，实际上是密切相关的，而连接这些数学分支的纽带是一些特别的函数，被称为 L-函数。L-函数可以说是朗兰兹纲领的中心研究对象。数学界著名的七个“千禧年大奖问题”中有两个就是关于 L-函数的，它们分别是黎曼假设和 BSD 猜想。它们的重要性由此可见一斑。

所说的 L-函数是有算术有意义和算术背景的 L-函数・例如黎曼在研究高斯和勒让德提出的素数定理时，引出了和素数分布有关的复变量的黎曼 zeta-函数。

一般地, 对于数学对象 X, 我们可定义复数列{\lambda_X(n)\}_{n=1}^{\infty}, 形如

$$L(s, X)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_X(n)}{n^s}, Res>1$$

且有 Euler 乘积的 Dirichlet 级数, 我们称其为关于 X 的 L-函数.

一般地说, L-函数来源由两类组成: 算术 L-函数和自守 L-函数，自守函数(automorphic function)圆函数、双曲函数、椭圆函数等概念的推广。 根据 P. R. Langlands 的猜想： 笼统地说, 一切有意义的 L-函数都来自自守 L-函数.

算术 L-函数； 简单地说, 是有算术有意义的 L-函数. 例如黎曼 zeta-函数, Dirichlet L-函数, Dedekind zeta-函数, 椭圆曲线的 Haass-Weil L-函数, 阿廷 L-函数等等.

算术 L-函数在无量纲圆对数里表现为“加组合”特征模），自守 L-函数在无量纲圆对数里表现为“乘组合”。自守 L-函数: 全纯模形式的 L-函数, Maass L-函数, 标准 L-函数等等.

根据 P. R. Langlands 在国际数学家大会上的报告所指, 研究一个 L-函数主要有三部分内容:

(1) 解析延拓, 函数方程: 这是最基本的一部分. 对于一般的自守 L-函数这是较容易得到的, 但是对算术的 L-函数这一部分并不是容易得到的. 例如, 对于 Haass-Weil L-函数, 这部分就是 Taniyama 猜想, 该猜想一部分就能推出费尔马大定理. 关于阿廷 L-函数的全纯解析沿拓的阿廷猜想也是数论中重要的未知问题.

(2) 零点的分布: 非零区域, 黎曼猜想和广义黎曼猜想问题; 在假设黎曼猜想下, 零点虚部的分布问题与随机矩阵的联系等等.

(3) 特殊点的值: 中心值, 临界点, 整点的值, 极点的留数等. 这里面也有很多猜想, 像 BSD 猜想, 类数问题, Deligne 猜想，Beilinson 猜想，Goldfeld 猜想. 其实往往我们重要的不仅是关心它具体有多大，而是关心的这个量里面隐含着什么样的算术意义。像 Dedekind zeta 函数在 s=1 处的留数，里面包含了一个数域的很多不变量：类数，判别式，regular 等；BSD 猜想就是 Haass-Weil L-函数在中心点的的阶就是该椭圆曲线的秩！朗兰兹提出了怎样对一般的简约群的自守表示定义一些 L-函数，并猜测一般线性群自守表示的一些 L-函数跟来自数论的伽罗华群的一些表示的 L-函数是一样的。这个猜想被朗兰兹本人和其他数学家进一步拓展、细化，逐渐形成了一系列揭示数论、代数几何、表示论等学科之间深刻联系的猜想。

朗兰兹纲领就是对这些猜想和相关问题的研究。朗兰兹纲领被视为现代数学研究中最大的单项项目。被称为“数学大统一理论”。它提出数论、代数、几何、群表示论，这几个独立发展的数学分支之间其密切相关。

想的主题是：猜想用一个初等、经典代数方式把它们之间的关系统一描述出来。也就是说，试图解决克莱因所说的：解决数学发展史上留下来两个没有解决的大问题：

其一，去证明不加限制的经典分析与集合论的相容性。

其二、在严格直观的根基上，上去建立数学。

这里，基于无量纲构造集和‘无穷公理’机制的出现，把算术 L-函数与自守 L-函数两者在无量纲圆对数里分别表现为“加组合（特征模、模形式）”与“乘组合”，它们又是密切联系在一起的。若已知加组合和乘组合，就可以转换为无量纲圆对数以及圆对数中心零线（临界线）中心零点（临界点），依靠‘无穷公理’偶数性对称与不对称随机与不随机的，并且限制在{0 到 1}平衡交换组合分析，并且从二维$\{2\}^{2n}$ 空间，拓展到三维空间$\{3\}^{2n}$ 分析。也就是说，应用无量纲圆对数表示的一个公式，解决“朗兰兹纲领猜想”。

9.2、朗兰兹纲领猜想内容与无量纲圆对数衔接

9.2.1、朗兰兹纲领猜想概述

1960 年，罗伯特·朗兰兹（Robert Langlands）提出的。其实是对傅里叶分析的广泛泛化，而傅里叶分析是一

个影响深远的框架，可将复杂的波表示成多个平滑震荡的正弦波。很容易证明，正弦波以及三角函数线等价于无量纲圆对数。

朗兰兹纲领在三个不同的数学领域都有重要地位：数论、几何和所谓的函数域（function field）。这三个领域通过一个类比网络连接在了一起，而这个网络也被称为数学的“罗塞塔石碑（Rosetta stone）”。

1967 年，普林斯顿大学教授罗伯特·朗兰兹（Robert Langlands）给“数学的罗塞塔石碑”创始人安德烈·韦尔 (André Weil) 寄去了一封长达 17 页的手写信，信中向阐述了他的愿景。

这里的“罗塞塔石碑”是一种比喻，指的是由数学家 André Weil 提出的一个数学领域之间的类比，这个类比把数论、几何学和函数域这三个看似不同的数学领域联系在了一起。现在将转换为“无量纲构造集”把不同数学领域联系在了一起。

几何朗兰兹纲领猜想作为朗兰兹纲领的几何版本，在上世纪 80 年代被提出，它提供了一种将数论方法和概念应用于几何问题的框架，反之，亦成立。利用该猜想可以为数学、物理诸多悬而未决的问题，提供新的思路和工具。比如量子场论研究。

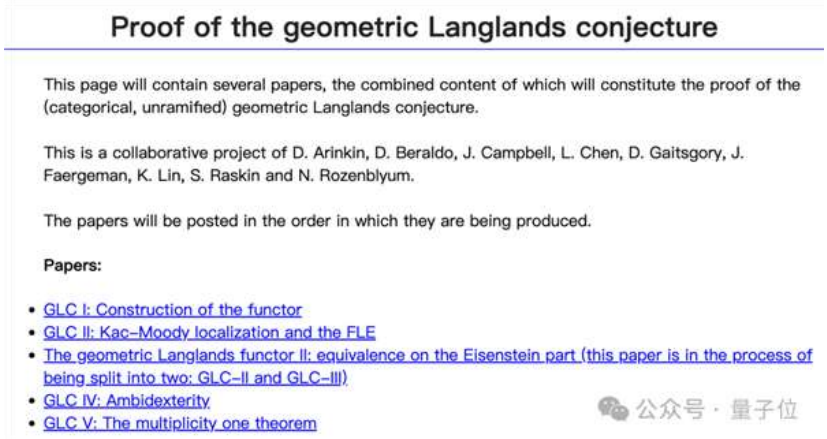
如，费马大定理完全证明，就得益于对朗兰兹纲领的应用。安德鲁·怀尔斯（Andrew Wiles）对一小部分函数的数论朗兰兹关系证明，就解决了 300 年的困扰。“费马大定理”证明借鉴了朗兰兹思想，将椭圆椭曲线和模形式联系起来，并最终通过这些联系取得成功。其中：几何朗兰兹纲领猜想不仅拥有更广泛的联系，还提供了强大的工具。

无量纲圆对数以第三方构造集的公正性验证：怀尔斯的证明中提出“椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）”不一致性，证明“费马大定理”成立。但是，“费马大定理”可以通过无量纲圆对数和‘无穷公理’机制（不改变幂维次 n，不改变 X,Y,Z 元素，随机自证平衡交换组合）统一起来。“费马大定理”离完整性证明还有“一步之遥”。

9.2.2、朗兰兹纲领猜想内容与无量纲圆对数衔接

朗兰兹纲领猜想证明的核心内容：是关于黎曼曲面上的自相似和对称性，的深层次对应关系，再借用富里叶分析模式来解释的话，就是数学家们很早就了解几何朗兰兹纲领猜想的“频谱”一侧。但对于“波”一测的理解则经历漫长的过程。

完整的欧几里得几何公理，是德国数学家希尔伯特(Hilbert，1862-1943)于公元 1899 年首先提出的.其内容是:基本概念(原始概念):(1)基本对象:点;直线;平面.(2)基本关系:点在直线上，点在平面上(属于、通过、……均为在……上的同义语);一点在另两点之间;线段合同，角合同.80 年代数学家符拉基米德·德林费尔德



（Viadimir Drinfeld）意识到通过特征层替换特征函数，有可能创建一个几何版本的朗兰兹对应关系。1899 年，希尔伯特《几何学基础》出版，开启了数学公理化的进程。

2012 年，丹尼斯·盖茨戈里与迪玛·阿金林（Dima Arinkin）一起指出证明几何朗兰兹纲领猜想的核心思想是找到一个等价关系，将代数曲线 X 上的 G-丛（代数空间 G 上的纤维丛，其纤维是 G 的副本）的 D-模，（某些空间上的微积分方程解）。范畴论与朗兰兹纲领对偶群 G^的局部系统的 Indcoh-上同调对象联系起来，即：

2013 年，丹尼斯·盖茨戈里写下了几何朗兰兹纲领猜想草图。草图依赖的中间关系尚未证明。可能就是想以类似证明“圆”的普适性功能。

如：1960 年，安德鲁·怀尔斯的费马大定理证明借鉴了朗兰兹思想，将椭圆椭曲线和模形式联系起来，

所说的模形式与很多重要的数学问题有关，在现代数学的发展中占有重要地位。例如，对阿贝尔扩域已建立了完整的类域论而使 D.希尔伯特的第 9 问题得到解决。

目前，一个非常重要的问题是关于非阿贝尔扩域的类域论的研究，发现非阿贝尔扩域与模形式之间的内在联系。又如关于希尔伯特第 12 问题得到对于虚二次域的结论：虚二次域的任一阿贝尔扩域必是该域添加模函数 j(z)的某些值所得到的域的子域。著名的高斯猜想即虚二次域的类数问题的解决，也用到模形式论。

所说的模函数是上半复平面上处处亚纯函数的一类，模形式是模函数的推广。定义在单位圆(或上半平面)内部且以其周界为自然边界的某种特殊解析函数。解析函数的许多经典理论如整函数理论中的皮卡定理、正规族理论中的一些判定定理，都可借助模函数的性质来证明。

无量纲圆对数把“虚二次域”定义为二个元素关系，目前三元数中，没有解决一个元数与二个元素关系。原来的特征函数称特征模（正中反均值函数），

基于“几何朗兰兹纲领猜想”涉及几何空间，为理解以无量纲圆对数解决三维空间为例：二元数波函数

有：三元数系列{abc}，组合为椭圆体三个轴线，三维椭圆单元体$\{^{(3)}\sqrt{acb}\}$和模形式定义为“特征模”，幂函数表示为：K(Z±S±(Q=0,1,2,3)±(N=0,1,2)±(q=0,1,2,3,…整数)/t

表现三维空间的特征函数。依序列为性质属性 K；无穷中任意有限元素(Z±S)；三维空间：±(Q=0,1,2,3)；微积分动态零阶一阶二阶±(N=0,1,2)/t；系列元素组合形式±(q=0,1,2,3,…整数)；

特征模有“乘组特征模”和“加组合特征模”二种类型：

特征模“乘组合”三维椭圆单元体为基本值：

三维$\{R\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}$；二维$\{R\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(2)}$；一维$\{R\}^{(1)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(1)}$；点的集合一维$\{R\}^{(0)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(0)}$；

可以写成：三维椭圆单元体为基本值。

其中：概率“1-1 组合”特征模：$\{R_0\}^{(1)}=\{(1/3)(a+b+c)\}$，

拓扑“2-2 组合”特征模：$\{R_0\}^{(2)}=\{(1/3)(ab+bc+ca)\}$，

三维椭圆单元体进一步写成：标准正圆球模式：其关系：三维椭圆单元体$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$ • 标准正圆球模式

几何正圆的元素在边界函数的均匀分布和几何中心零点在正圆几何中心点。

$$\{R_{00}\}^{(3)}=(1/3)(R_0^2+R_0^2+R_0^2)\leftrightarrow\{R_{00}\}^{(n)}=(1/3)(R_0^n+R_0^n+R_0^n)。$$

圆对数描述：从任意曲面、曲线变化关系到椭圆到正圆的历史记录、路径积分过程，表现在圆对数与特征模加载在共享的幂函数因子（路径积分）任意{P↔Q}变化记录上：

$$\{R\}^{K}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{R_{00}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=P\leftrightarrow Q)/t}$$

其中：(Q=0,1,2,3)表示三维空间的点，一维（直线、曲线），二维（平面、曲面），三维空间，它们的区别，通过性质属性描述。（可见黎曼函数三种性质）以及跨区域(q=P↔Q)/t 的微积分动态变化描述上

圆对数同构一致性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(1)}=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(2)}=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(3)};$$

无量纲圆对数偶数性的对称与‘无穷公理’的不对称、随机与不随机，通过圆对数带动“元素-对象”的平衡交换组合分解：

$$[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(q=n\ldots3,2,1,0)}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{R_0\}]^{(q=n\ldots3,2,1,0)}=\{\pm0\text{ 到}\pm1\};$$

拓展到任意空间的描述。

三维空间的特征函数（特征模、三维椭圆函数）成为：

$$\{R\}^{K(n)}=\leftrightarrow(^{(3)}\sqrt{abc})^{(n)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_0\}]^{(q=n\ldots3,2,1,0)}$$

$$\{R\}^{K(n)}=(1/3)(a^n+b^n+c^n)^K\leftrightarrow(1/3)(a^n+b^n+c^n)^K$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_0^2)^{(K=\pm1)}\bullet(1/3)(R_0^n+R_0^n+R_0^n)^K\leftrightarrow(1-\eta_{00}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_{00}\}^{(q=n\ldots3,2,1,0)}。$$

其中：$(1-\eta_{00}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_{00}\}^{(n)}$分别表示正圆圆对数和正圆模式，(q=n…3,2,1,0)表示从任意曲线型到正圆模式的过程。

这里，涉及三元数的费马大定理（不改变幂指数 n,不改变元素（$X^{(n)}Y^{(n)}Z^{(n)}$））与圆对数衔接。作为黎曼函数的描述，性质属性分别有抛物线型、椭圆线型、双曲线型。还可以包含圆环型、马鞍形线型。

9.3、几何朗兰兹纲领与代数朗兰兹纲领联系

2013 年，丹尼斯·盖茨戈里写下了几何朗兰兹纲领猜想草图的功能；

2020-2022 年年，山姆·拉斯金和乔阿基姆·费而格曼证明了每个特征层都以某种方式贡献于“白噪音”。所说的白噪音是指一段声音中的频率分量的功率在整个可听范围（0～20KHZ）内都是均匀的。理想的白噪音具有无限带宽，因而其能量是无限大，这在现实世界是不可能存在的。

结合庞加莱猜想（Poincare Sheaf）作此类比的是富里叶变换正弦波。这一个结果让丹尼斯·盖茨戈里相信成功，后来成为证明的关键部分。

因此，当几何朗兰兹纲领猜想被证明，无疑会轰动世界。主要研究朗兰兹纲领的菲尔兹奖得主彼得·舒而茨（Pet Scholzc）将这个成果评论为“30 年努力的颠峰”。该研究由丹尼斯·盖茨戈里（Dennis Gaitsgory)和山姆·拉斯金（San Raskin）领导的团队完成。

2023 年，丹尼斯·盖茨戈里以及其他七位合作者向几何朗兰兹纲领猜想发起了总攻，现在，一系列论文证明了这个罗塞塔石碑的几何栏位的朗兰兹猜想：https://people.mpim-bonn.mpg.de/gaitsgde/GLC/。最后，包含了五篇论文，篇幅超过 800 页，于 2024 年发表。如：

要验证他们的新证明成果还需要些时日，但很多数学家都表示相信其核心思想是正确的。Lafforgue 说：该理论的内部一致性很好，所以很难相信它错了。

在证明之前的几年里，该研究团队创建了不止一条通往问题核心的路径。他们得到的理解是如此的丰富和广泛，以至于他们从所有方向包围了这个问题。他说，它已无路可逃。

还有谱侧。这由数论中的对象组成；朗兰兹认为这些对象标记了特征函数的频谱。他提出，存在一种类似于傅立叶变换的处理机制可将这里的波侧与谱侧连接起来。“这件事有点神奇。”Ben-Zvi 说，“这不是我们没有任何理由时就能事先预计的东西。”

加州大学伯克利分校的 Edward Frenkel 表示：朗兰兹纲领被视为“数学的大统一理论”。然而，即便数学家已经努力证明了朗兰兹愿景中越来越大的部分，但他们也很清楚这个愿景并不完备。在这块罗塞塔石碑的几何学栏位，波与频率标签的关系似乎无法体现出来。

这里，我们认为无量纲圆对数以最抽象形式和特有的“偶数性不对称、随机与不随机平衡交换机制”，以第三方无量纲圆对数构造给与“几何朗兰兹纲领”验证，以及解决“波与频率标签的关系采用无量纲圆对数表现出来”。

W=

问题是凭什么理由和依据说“无量纲圆对数”可以具有第三方构造集的验证身份和资格？

本文正前面所有的内容，无论是对于“经典数学的数值分析或逻辑代数对象分析”，证明它们都能够与无量纲圆对数很好地、自洽地衔接，体现圆对数强大的魅力。

或者说无量纲圆对数以“无关数学模型，没有具体元素内容”特征，以及特有的“偶数性对称与不对称性、随机与不随机的零误差平衡交换机制”，包括无穷圆对数的同态、同构、同调、同伦的紧致性，以及随机平衡交换直接证明“真伪”，是具有“无穷公理”随机自证“真伪”优越性，具有公正性、权威性、可靠性、可行性。以最深刻地、最基本的无量纲圆对数，对任意“对象”任意逻辑对象、几何空间、数论函数、群组合（乘组合与加组合）的平衡交换，进行定性定量地零误差描述。

9.3.1、第一篇“函子”（functor）的构造与圆对数衔接

目前、朗兰兹研究是丹尼斯·盖茨戈里团队是最好的成果。分析以什么方式进行证明，以及如何与无量纲圆对数？

从朗兰兹的研究工作开始，数学家对几何朗兰兹对应（geometric Langlands correspondence）的谱侧的样子有了一个想法。韦伊设定的罗塞塔石碑的第三个栏位（几何）涉及紧黎曼曲面（compact Riemann surface），包括球面、甜甜圈形曲面以及多孔甜甜圈形曲面。一个给定的黎曼曲面都有一个对应的对象，称为基本群（fundamental group），其跟踪的是环绕曲面的环线的不同形式。

所说的谱侧，为亚瑟-塞尔伯格迹公式适用于一般的半单群(或约化群)。此公式的一侧称为谱侧,与群的表示相关；另一侧称为几何侧,与函数之轨道积分相关。

塞尔伯格迹公式联系了负常数曲率紧曲面上的拉普拉斯算子的谱，以及该曲面上的周期测地线长度。对于环面，塞尔伯格迹公式化为泊松求和公式。数学家猜想，几何朗兰兹对应的谱侧应当由基本群的特定蒸馏形式构成，这些特定的蒸馏形式也被称为基本群的表征（representation）。

在对几何朗兰兹其它问题解决之后，面临着二个或多个对象之间进行“态射”的困难。前面（第八章节）的内容已经证明“态射”的不可靠性，通过无量纲圆对数给与改造、补充。

现在需要在特征（圆对数称特征模，正中反均值函数）在中心点“0”环境下，从自守（automorphic)到谱方向构造，几何朗兰兹纲领猜想函子 LG,并证明其等价性，即能够在二个范畴之间建立一一对应的关系，如果这个等价性能够得到证明，那么几何朗兰兹纲领猜想成立。

所说的，自守函数(automorphic function)黎曼函数圆函数、双曲函数、椭圆函数等概念的推广。自守函数与自守形式的研究历史很久，早在高斯(Gauss , G. F.)就有了初步的概念，但他没有发表这些结果，直至 19 世纪 60 年代才被重新发现和研究。

第一个系统地研究并形成理论的是庞加莱(Poincare, (J.-)H.)，他关于单变量自守函数理论的工作被誉为是划时代的，极大地推动了解析函数论的发展。

西格尔(Siegel,C. L.)则创造性地把单变量的研究推广到多变量情形，这并不是一件自然的事情。这一工作对多复变函数论的发展起了极大的促进。盖尔芳特(Gelfand , I.)和塞尔贝格(Selberg ,A.)从“酉空间”表示的观点来研究自守函数和自守形式，这一思想极大地开拓、丰富、发展了自守函数和自守形式理论。

近年来，朗兰兹((Langlands , R.)进一步发展了这一思想，他在这方面的结果和想法，更是涉及到数学的

几乎每一个分支，特别对数论、代数几何、非交换调和分析和自守函数与自守形式理论本身等学科的发展产生了极其深远的影响.时至今日 ，自守函数与自守形式的研究已成为现代数学的中心课题之一。

所说的，全纯函数(Holomorphic functions)是复分析研究的中心对象；它们是定义在复平面 C 的开子集上的，在 C 中取值的函数，在每点复可微。这是比实可微强得多的条件，它表示函数无穷可微并可以用它的泰勒级数描述。解析函数(analytic function)一词经常可以和“全纯函数”互相交换使用，虽然前者有几个其他含义。一个在整个复平面上全纯的函数称为整函数(entire function)。“在一点 a 全纯”不仅表示在 a 可微,而且表示在某个中心为 a 的复平面的开邻域可微。双全纯(Biholomorphic)表示一个有全纯逆函数的全纯函数。

前面在第三章节（3）“哥德巴赫猜想”问题；第四章节（4）黎曼 ζ 函数（零点）猜想；第五章节（5）朗道-西格尔零点猜想全部采用无量纲圆对数分析解决。其中：无量纲圆对数通过性质属性 K=(+1,-1,±0)控制研究的对象，前面已经阐述了黎曼函数的三个零点猜想，如黎曼函数：圆球（单连通、加组合）为(K=-1)与(Kw=+1)控制，(K=-1)与(Kw=-1）为圆环（多连通、减组合）为(K=-1)与(Kw=+1)控制。黎曼函数：圆球（单连通、加组合）与，(K=-1)与(Kw=-1）为圆环（多连通、减组合）具有共轭互逆不对称性，它们之间可以通过中心点(K=±0)进行范畴论所说的的“态射”，然而，不对称性的二个范畴论“对象”不能直接交换，如何使得它们能够进行“平衡交换？”。不对称性分析计算典型的是“三元数复分析”，避免重复，（略）。

如：圆对数为基础的逻辑代数处理**“**范畴论、函子……等**”**形式。表现为无量纲圆对数的

（1）、圆对数把“椭圆椭曲线和模形式{R_0}”统一起来，并且与正圆模式{R_{00}}联系起来，它们的变化以无量纲圆对数幂函数表现的路径积分，定性定量零误差精确描述它们的变化过程：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=[(\sqrt[(3)]{acb})/\{R_0\}\cdot\{R_0\}/\{R_{00}\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}$$

$$=(\sqrt[(S)]{(abc\cdots S)}/\{R_{00}\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\cdots^{整数})}=\{\pm0,\pm1\};$$

（2）、无量纲圆对数中心零点对称性：

正圆模式特征：正圆条件下存在绝对平均值{R_{00}}，满足中心点辐角度的变化与边界曲线（曲面）函数同步。

（3）、在圆对数里的几何朗兰兹纲领猜想表现为“同构性、同调性、互逆性、等价性。当圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0,\pm1\}$称“零环境，转换点”，与$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\neq1$，称“一般环境，非零空间”，能够在二个（多个）范畴（内部、外部）之间建立一一对应的关系，满足紧致性（每个项序一样的构造）要求。

（4）、黎曼曲面上的自相似和对称性：黎曼函数各个序项统一写成同构圆对数$(1-\eta^2)^K$。

其中：$(1-\eta^2)^{(K=+1)}$为椭圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=-1)}$为双曲线圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$为黎曼函数圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$为黎曼函数空间的转换。特别的，黎曼函数数值本身具有自相似性，但是存在不对称性，不能直接交换，

（5）“函子”可以跨区域态射、映射、交换，没有数学证明。圆对数则证明“元素-对象”具有不对称性，不能直接交换，必须通过圆对数中心零点的对称性，进行平衡交换组合分解。

所说的，“自相似性”是复杂系统的总体与部分，这部分与那部分之间的精细结构或性质所具有的相似性，或者说从整体中取出的局部(局域)能够体现整体的基本特征，即几何或非线性变换下的不变性： 在不同放大倍数上的性状相似。包括几何结构与形态、过程、信息,功能、 性质、能量、物质(组份)、时间、空间等特征上，具有自相似性的广义分形。

自相似性的数学表示为:$f(\lambda r)=\lambda^{\alpha}f(r)$,或 $f(r)\sim r^{\alpha}$.其中 λ 称为标度因子,α 称为标度指数(分维),它描述了结构的空间性质。函数 f(r)是面积,体积,质量等占有数、量等性质的测度。都可以转换为无量纲圆对数精确描述其“对象”（外部、内部）变化的过程

在圆对数里：$(1-\eta^2)^K$ 的同构性、同调性等表示了它们的自相似性，以及圆对数把任意“对象”不对称性空间转换为不对称性空间，在无量纲圆对数中心零点对称性条件下，带动了“对象”全体数值的平衡交换，弥补了范畴论精细结构不对称性转换为对称性交换的不足。

山姆·拉斯金和乔阿基姆·费而格曼证明了每个特征层替换特征函数，纤维是 G 的副本,圆对数称“特征模{D_0}”（即正中反均值函数）。特征模的提出，解决了运算或证明过程中，不受到具体元素的干扰，确保零完

成的分析和计算。

所说的，整函数总可以在原点展开成泰勒级数，它在全平面（也可以是全三维）收敛，整函数以∞点为唯一的孤立奇点，它在∞点的罗朗展式与它在原点的泰勒展式有一样的形式。当∞点是整函数的可去奇点时，这个整函数只能是常数，这就是著名的刘维尔定理，通常表述为“有界整函数必为常数”。

刘维尔(Liouville)定理：若 f(z)在全平面 C 上全纯且有界，则 f 为常数。

证明：若|f(z)|≤M，当 z∈C。固定 a∈C，作 D(a,R)，由柯西不等式得到|f'(a)|≤M/R。令 R→∞，得到 f'(a)=0。由于 a 为 C 中任意一点，故 f'(z)=0 对任意 z∈C 都成立，因此 f(z)在 C 上为常数。这里的关键点：“常数不等于整数性”。如果以常数作为这个整数性证明缺乏足够的说服力。

数学上经常遇到多元素连乘 M=(a,b,c,…)，其中(a,b,c,…)为元素不重复的不同形式的乘组合，若：R 为固定的某一个（乘组合）数值，若 e=2.71828…为分母，|f'(a)|≤M/R 得不到整函数展开，表现为泰勒级数“余项”。“余项”的消除与否，决定了函子的稳定性。

该第一篇文章研究了证明“等价性”，即能够在二个范畴之间一一对应的关系，如果这一个“等价性”能够得到证明，那么几何朗兰兹纲领猜想成立。设想在没有整数性展开，中心零点不稳定性条件下，这个“一一对应”很难展开。

“酉空间”表示的观点来研究自守函数和自守形式，“酉空间”同样也可以转换为圆对数的统一描述，可见第 7 章节：行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间与无量纲圆对数衔接。

庞加莱猜想（Poincare Sheaf）作此类比的是富里叶变换正弦波。可以转换为统一的圆对数形式。

也就是说，第一篇相当于圆对数的证明，验证了几何朗兰兹纲领猜想在整数性问题上证明可能有缺陷，没有解决其空间的稳定性问题。这个也是范畴论的最大缺陷。圆对数的等价性、同构性、同调性、整数性、互逆性证明，确保空间交换的可靠性、稳定性、零误差性。

9.3.2、第二篇论文研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用与圆对数衔接

该文章研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，说，证明了该函子在特定条件下，确实是一个等价函子，从而推进了几何朗兰兹纲领猜想。

所说的，Kac–Moody 代数是一个李代数, 通常无限维, 其定义自(Victor Kac 所谓的)广义根系。 Kac–Moody 代数的一嘉当子代数。若 g 是 Kac–Moody 代数的一元，使得其中 **ω** 是的一元，

则称 g 为权(weight)**ω** 的。我们可分解一 Kac–Moody 代数成其幂空间，则嘉当子代数的幂为零，ei 的幂为 α*i，而 fi 的幂为−α*i。若二幂特征向量的李括号非零，则其幂是二幂之和。（若） 则 一条件即指 α*i 都是简单根。

那么给一个广义 Cartan 矩阵（即去掉 Cartan 矩阵所要求的正定性），其也对应一组变元以及 Serre 关系，由此生成李代数的即被称为这一广义 Cartan 矩阵所对应的 Kac-Moody 代数。

其结构与表示理论与半单李代数有诸多类似之处，例如，可以定义其根系，Weyl 群，权格，范畴。其“可积”不可约表示也被其最高权所决定，也有对应的 Weyl 特征公式。（当然也有不同，例如其对应的范畴 并不是 Artinian 的），利用这一定理可以得到代数基本定理的简单证明。

当：∞点是整函数的 n 阶极点时，这个整函数是一个 n 次多项式 ，也就是它的泰勒展式(或罗朗展式)有限多项。

当：∞点是整函数的本性奇点时，这个整函数的泰勒展式一定有无限多项，这类整函数称为超越整函数。

由代数基本定理知道 n 次多项式一定有 n 个零点(也就是根)，它总可以分解为 n 个一次因式的积，对于超越整函数，它可能有无限多个零点 ，比如 sinπz 就以全体整数为其零点集。

一般来说，没有零点的超越整函数总可以表成 eg(z)的形式，此处 g(z)也是一个整函数，而有无限多个零点的超越整函数 f(z)也有一个因子分解式：形如 g(z)是整函数，0 是 m 阶零点，zk 是非零零点集，gk 是多项式，这是魏尔斯托拉斯因子分解定理（分解定理是指任意整函数 f(z)可以分解为无穷乘积的形式）。

超越整函数还有一个重要性质：若 f(z)是超越整函数，则对任意复数 A(包括 A=∞)，存在点列{zk }，使 zk ∞(k∞)而有 f(zk)A。Kac–Moody 代数\mathfrak 由符号 e_i , f_i (i=1,..,n) 及空间\mathfrak 生成。

这里的局限性：仅仅限制于二元对偶性的对称性分析，没有解决二元对偶性的不对称性分析以及二元对偶性的不对称性分析，可以转换为三元数复分析。

圆对数拓展 Kac–Moody 代数\mathfrak。由符号 $(1-\eta^2)^K$_jik , f_jik(jik=1,..,n) 及三维空间\mathfrak 生成。

所说的，李代数：令 g 是域 F 上一个李代数，V 是 F 上一个向量空间。李代数的一个同态 ρ: g→g{(V)，称为 g 在 V 上的一个线性表示,简称表示。用(ρ，V)代表 g 在 V 上的表示 ρ，V 称为 ρ 的表示空间。当 dimV=n 时,取定 V 的一个基，将 g{(V)与 g{(n,F)看成一样,于是就得到一个李代数同态 ρ: g→g{(n,F)，仍记作 ρ,称为 g 的一个矩阵表示。如果 g 的一个表示 ρ 是单射，那么就称(ρ,V)是一个忠实表示。有阿多－岩沢定理：域 F 上每一个有限维李代数都有一个忠实表示。同样可以转换为无量纲圆对数。

所说的，本性奇点，定义如果在洛朗级数中含有无穷多个 $z-z_1$ 的负幂项，那么孤立奇点 z_1 称为 F(z)的本性奇点。被称为圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta_C^2)^{(K\backslash=\pm1)(Kw=\pm0)}$={0,1}对应各个层次（子项正中反向特征模）外部之间的对称性平衡交换关系，以及圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}${0}对应各个层次（子项正中反向特征模）内部之间的对称性平衡点交换关系，。

例如：函数 e^(1/z)以 0 为它的本性奇点。因为函数的展开式为：

$$e^{\wedge(1/z)}=1+z^{\wedge-1}+(1/2!)*z^{\wedge-2}+\ldots+(1/n!)*z^{\wedge-n}$$

圆对数函数 e^(1/z)以 0 为它的本性奇点。因为函数的展开式为：

$$(1-\eta^2)^K=\{e^{\wedge(1/z)}/D_0\}=1+z^{\wedge-1}/\{D_0\}^{\wedge+1}+(1/2!)*z^{\wedge-2}/\{D_0\}^{\wedge+2}+\ldots+(1/n!)*z^{\wedge-n}//\{D_0\}^{\wedge+n}$$

其中：$\{D_0\}^{\wedge+1}$，$\{D_0\}^{\wedge+2}$…为已知任意数值的平均值，反映了圆对数与欧拉对数具有等价性。

（1）、矩阵可以通过基本行和列操作的而彼此变换,但是，由于存在不对称性，必须通过圆对数中心零点带动平衡交换。

（2）、当且仅当它们具有相同的秩时，两个矩阵是等价的。“等价”存在不对称性，必须通过圆对数中心零点带动平衡交换。

第二篇 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，没有证明该函子在（对称性与不对称性）特定条件下，不能是一个等价函子。或者说，还没有完全证明定位与全局的同构一致的计算时间。

所说的，极限的不同类型判别孤立奇点的类型。其实圆对数中心零点可以通过代数联立方程获解。

”圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^K=0$,对应各个层次（子项正中反向特征模）。$(1-\eta_C^2)^{K(n)}$通过中心零点的控制，

$$(1-\eta^2)^{K(n)}=\{e^{\wedge(1/z)}/D_0\}^{K(n)}=\{0.1\};$$

表现为：（1）、外部中心点与周围子集点同步变化，

（2）、中心点控制周围子集点独立变化关系。

论文中 Kac-Moody 定位与全局的相互作用可能不具完整性，需要圆对数给予补充完整性。

9.3.3、第三篇论文说通过 Kac-Moody 定位与全局的相互作用局部化技术与圆对数衔接

第三篇论文说通过 Kac-Moody 定位与全局的相互作用局部化技术，不仅将等价性结果扩展到更一般情况，为理解朗兰兹纲领函子和常数项函子的兼容性关键的洞见。

同时，证明在可约谱参数下几何朗兰兹纲领猜想的兼容性。为进一步证明不可约谱参数下朗兰兹纲领猜想奠定了基础。

所说的，不可约多项式：由若干个单项式相加组成的代数式叫做多项式（若有减法：减一个数等于加上它的相反数）。多项式中的每个单项式叫做多项式的项，这些单项式中的最高项次数，就是这个多项式的次数不可约多项式是一种重要的多项式。

Kac-Moody algebra 可以认为是 Lie algebra 的一种推广。是由 matrix (generalized Cartan matrix)来定义的。这个 Matrix 包括了这个 algebra 的 roots 的一些信息。

现在的框架下，Kac-Moody algebra 大概分为三类，

1. finite type（semisimple Lie algebra）；2. affine type (affine Lie algebra)；3. indefinite type。

由这个分类可以看出，Kac-Moody algebra 确实是 Lie algebra 在某一种程度上的推广。

其中：可约多项式，能写成两个次数较低的多项式之乘积的多项式。不可约多项式，不能写成两个次数较低的多项式之乘积的多项式。

当：有理系数的多项式，当不能分解为两个次数大于零的有理系灵敏多项式的乘积时，称为有理数范围内“不可约多项式”。不可约多项式判别法：

如：艾森斯坦因判别法：设 $f(x)=a_0+a_1x+...+a_nx^n$ 是整系数多项式。若有一个素数 P 使得 P 不整除 a_n，但整除其他 $a_i(i=0,1,...,n-1)$；p^2不整除 a_0，那么 f(x)在有理数域上是不可约的，称“不对称性”。

如：希尔伯特不可约性定理(Hilbert theorem of irreducibility)是判别多元多项式不可约性的一种方法。

设：$f(x_1，x_2，…，x_n)$是数域 P 上的 n 元多项式，若 f 在数域 P 上不可约，则对于任意的 m $(0<m<n)$，必存在 $\alpha_{m+1}，…，\alpha_n\in P$，使 $f(x_1，x_2，…，x_m，\alpha_{m+1}，…，\alpha_n)$为数域 P 上的 m 元不可约多项式。也就是说，多项式存在不对称性展开。若产生不可避免的“余项”，由于采用“元素-对象”集合的“均值函数”为底的无量纲圆对数，可以确保全部“元素-对象”集合的整数性零误差性的展开。

圆对数对于不可约多项式认为是不对称性多项式，可以通过比较转换为相对对称性，也就是说通过圆对数可以无顾虑地完成“无关数学模式，没有具体曲线内容”的几何朗兰兹纲领函子和常数项函子的兼容性和关键性的洞见。

9.3.4、第四篇论文作者证明 Ambibexterity 定理与圆对数衔接

这个 Ambibexterity 定理表明 LG-cusp(可视为 LG 在一个的、更小的范畴上的行为)的左伴随和右伴随是同构的。这是证明 LG 是一个等价函子的重要步骤。这里，可能没有证明二元数的“左伴随和右伴随”如何同构及相互转换的条件。也就是说，“同构”不一定是可以“交换”。

圆对数明确证明：在圆对数控制下，“左伴随和右伴随”具有相同的圆对数因子，不仅仅是同构，还可以通过相同圆对数进行随机与不随机的交换。

应用圆对数处理“左伴随(A)和右伴随(B)”的不对称性,

（1）、“左伴随(A)和右伴随(B)”具有对称性分布：

设：二元数存在同构的乘组合：A·B，平均值为：$D_0=(1/2)(A+B)$，$(1-\eta^2)^K=(\sqrt[(2)]{A\cdot B})/D_0$,

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot D_0；B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot D_0；$$

表示了左伴随(A)和右伴随(B)的同构性和同圆对数因子的随机与不随机交换性。

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}=A/D_0；(1-\eta^2)^{(K=-1)}=B/D_0；$$

圆对数“偶数性”的‘无穷公理’交换带动了“左伴随(A)和右伴随(B)”：

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}：$$

（2）、“左伴随(A)和右伴随(B)”具有不对称性分布：

设：三元数存在同构的乘组合：(A・B)・C，

特征模平均值为：$\mathbf{D}_0^{(1)}=(1/3)(A+B+C)$，$\mathbf{D}_0^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)$，

同构圆对数：$(1-\eta^2)^K=[(\sqrt[(3)]{ABC})/\mathbf{D}_0]^{K(3,2,1)}$

圆对数中心零点对称性：

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^K=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=0；$$

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^K=\mathbf{ik}(1-\eta_{AB}{}^2)^{(K=-1)}+\mathbf{ik}(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{CA}{}^2)^{(K=-1)}=0；$$

圆对数解析三个根(概率)复分析：

$$\mathbf{J}A=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(1)}；\ \mathbf{i}B=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(1)}；\ \mathbf{K}C=(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(1)}；$$

圆对数解析三个根(拓扑)复分析：

$$\mathbf{Ji}AB=(1-\eta_C^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(2)};\ \mathbf{iK}\,BC=(1-\eta_A^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(2)};\ \mathbf{Kj}CA=(1-\eta_B^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(2)};$$

其中：

$$\mathbf{Ji}AB=(1-\eta_C^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_A^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_B^2)^{(K=-1)};$$

$$\mathbf{iK}BC=(1-\eta_A^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=+1)};$$

$$\mathbf{Kj}CA=(1-\eta_B^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B^2)^{(K=+1)};$$

表示了左伴随(A)和右伴随(B)的同构性和同圆对数因子的随机与不随机交换性。

圆对数随机与不随机地交换带动了“左伴随(A)和右伴随(B)”的“对称性不对称性”平衡交换组合：

$$(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=-1)};$$

$$\mathbf{Ji}AB=(1-\eta_{AB}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^{2(K=\pm0))}\leftrightarrow(1-\eta_C^2)^{(K=+1)}=\mathbf{K}C;$$

$$\mathbf{iK}BC=(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^{2(K=\pm0))}\leftrightarrow(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}=\mathbf{J}A;$$

$$\mathbf{Kj}CA=(1-\eta_{CA}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^{2(K=\pm0))}\leftrightarrow(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}=\mathbf{i}B;$$

其中：三维直角坐标系中，二元数平面（拓扑）投影的法向线与轴线（概率）投影具有个轭不对称性，通过圆对数中心零点成为对称性，圆对数因子对称性随机带动{A，B，C}或{AB，BC，AB}元素的平衡交换组合分解。

特别的，圆对数对于“左伴随(A)和右伴随(B)”的“不对称性”交换，应用于“素数的圆对数分布定理”，

所说的，“素数的圆对数分布定理”是素数尾数{1,3,（5=0）,7,9}的以圆对数中心零点 $(1-\eta_{[\mathbf{c}]}^2)=0$ 对应自然数尾数（5）的“左伴随(A)和右伴随(B)”中对称性不对称性（含孪生素数）分布的展开。真正实现了“左伴随(A)和右伴随(B)”进行“对称性与不对称性”的交换。把原来的几何-代数与数论联系起来成为一个紧致体。

9.3.5、第五篇论文的推广与圆对数衔接

该文作者引入前面的结论推广到一般，为扩日持久的证明画上了句号。这个成果应该给予肯定。但是几何朗兰兹纲领与完整性朗兰兹纲领，还有一定距离，或许还需要更抽象的无穷圆对数构造集证明。无量纲圆对数在学习、验证几何朗兰兹纲领过程中，认为可以用无量纲圆对数衔接，发挥无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”和“无穷公理化”的功能。

9.4、无量纲圆对数证明朗兰兹纲领

9.4.1、无量纲圆对数构造集证明朗兰兹纲领

通过圆对数的证明与鉴定，发现几何朗兰兹纲领，给予无量纲圆对数理论与工具，获得真正的完整性证明。

圆对数的证明范围可以扩大到整个朗兰兹纲领，以一个简单的基础代数把“代数-几何-数论（算术）-群理论”统一为一个整体性分析。这样一来，圆对数以“无关数学模型、没有具体元素（数字）内容”，顺利地以一个简单的经典公式，把代数-几何-算术（数论）-群理论统一起来。

$$W=(1-\eta^2)^KW_0:\ (1-\eta^2)^K=\{\pm0,\pm1\};$$

无量纲圆对数的平衡交换：

$$W^{(K=+1)}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]W_0=W^{(K=-1)}$$

其中：W：“对象”，W_0：对象特征模，$(1-\eta^2)^K$ 无量纲圆对数和性质属性。

也就是说，原本朗兰兹纲领是猜想可以用一个初等代数的抽象方式把所有的“对象”（指代数-几何-数论（算术）-群组合理论）之间的关系和变化统一描述出来。找到了被称为“无量纲圆对数构造”的一个简单的无量纲圆对数公式在{0,1}范围内分析解决。

“无穷圆对数构造集”基础的前身：$(1-\eta^2)^K$，就是《数学手册》经常出现的$(1-\eta^2)=(1-\eta)\cdot(1+\eta)$=(几何平均值/算术平均值)的公式给予拓展和应用，在引入“无穷公理随机的平衡交换”，替代了数百年复杂的数学分析的价值。并且还证明了：任意数字、数值、函数、群等“对象”，存在不对称性，不能直接平衡交换，通过特有的无量纲圆对数中心零点带动下，“对象”实现共轭互逆对称的偶数性平衡交换，才能给予解析、组合等分析。

9.4.2、无穷公理与无量纲圆对数构造

目前，数学中强调“数理逻辑”，“数理逻辑”有证明论、递归论、模型论、公理集合论。这个本来是哲学家的问题，开始被希尔伯特引入数学体系的证明，有“元数学”即“证明”，变成了“数理逻辑”。

有证明论："选择公理"有很多等价的形式(equivalent form)，以下用一个较简单的描述：选择公理 设 C 为一个由非空集合（即连续性）所组成的集合。那么，我们可以从每一个在 C 中的集合中，都选择一个元素和其所在的集合配成有序对来组成一个新的集合。核心问题是“C”(如“自然数集 N 和实数集 R”之间有没有存在？康托尔说“没有”，哥德尔说“有”，没有证明。近 100 年来数学家们一直争论。许多世纪性数学难题被卡，数学得不到实质性进步。这是个关键性的数学基础问题，意味着数学又一次出现第四次数学危机。

递归论：递归函数是数论函数的一种，其定义域与值域都是自然数集。只是由于构作函数方法的不同而有别于其他的数论函数。将定义域推广到不限于自然数集时，便是所谓广义的递归函数。在范畴论指“对象”。递归论研究的函数主要包括本原函数、原始递归函数、递归半函数和递归全函数或称一般递归函数、可摹状函数等等。递归论进一步研究不可判定的，也就是非递归的递归可枚举集之间的复杂程度问题。

1944 年 E.L.波斯特提出不可解度的概念。又给出了相对可计算性的构造方法。这就使人们开始对不可解度进行比较，并研究不可解度的代数结构。这方面出现了有穷损害优先方法、无穷损害优先方法等多种有力的研究手段，出现了许多有趣的研究成果。对可计算的递归集，也可以研究其计算的复杂性，考虑图灵机上计算的时间，空间，就得到计算时间的长短计算所占空间的多少这两个复杂性。计算复杂性研究对计算机科学的发展有很大影响和作用。

1936 年，丘奇、A.M.图林各自独立地提出一个论点，即凡可计算的函数都是一般递归函数，这就把递归函数论与能行性论紧紧地结合起来，从而使递归函数的应用范围大大地扩展了(见能行性与一般递归)。关于递归函数本身的进展主要在于定义域的推广，从而得到递归字函数、a 递归函数和递归泛涵等等。由于递归函数可以与其性质这样不同的函数类相等价，因此丘奇和图林同时提出：可计算函数类恰好是递归函数，可计算的半、全函数分别是递归半、全函数。他们的这个论点现已受到数理逻辑学界的一致赞同，并被当作能行性理论的一个基础。

模型论：。主要内容有：紧致性定理，省略型定理，内播定理，完全理论与模型完全理论，初等键，越积，模型论力迫法，他和模型等。并附有模型论方法对经典数学应用的一些例子。

如：粒子物理学的标准模型是一套描述强力、弱力及电磁力这三种基本力及组成所有物质的基本粒子的理论。它隶属量子场论的范畴，并与量子力学及狭义相对论相容。

模型论在概率论中，任何随机变量的特征函数(缩写：ch.f,复数形式：ch.f's)完全定义了它的概率分布。

模型论在拓扑论中，任何随机变量的特征函数在范畴论称“对象”，集合论称“元素”，完全定义了它的拓扑变形的“态射、映射”过程。

在无量纲圆对数称“特征模”（指“对象、元素、空间”各种组合的均值函数），体现其共同的特征的（概率、拓扑、超拓扑）综合。其中：“特征模”包含“对象、元素、空间”单元体“外部（离散型）与内部（连续型））”之间的关系。

公理集合论：是用公理化方法重建(朴素) 集合论的研究以及集合论的元数学和集合论的新的公理的研究。是 19 世纪 70 年代，德国数学家 G.康托尔给出了一个比较完整的集合论，对无穷集合的序数和基数进行了研究。20 世纪初，罗素悖论指出了康托尔集合论的矛盾。为了克服悖论，人们试图把集合论公理化，用公理对集合加以限制。

迄今为止，这些公理仍然存在“不完整性、不充分性”，表现为一个公理不能包含另外一个公理的缺陷。那么完整性的公理是什么？有数学家们提出“完整性的公理必须包含所有应用到的公理，称‘无穷公理’”，那么无穷公理的具体表现在哪里？

中国圆对数团队发现“无穷构造集的无量纲圆对数”和无量纲圆对数构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换的‘无穷公理’机制”。也就是说，完整性的公理表现约束“平衡与交换”的机制，二者

缺一不可。这就是目前产生“不完整性”公理化原因。

这样，“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换的‘无穷公理’机制”在无量纲圆对数的“无关数学模型，没有具体元素（质量）内容”，随机进行“平衡交换”自证“真伪”。发挥了无量纲特有的“无穷公理”作用，不仅解决验证“自身”，也可以验证其它对象系统。这才是真正的完整性、充分性公理化功能。在无量纲圆对数偶数项中心零点对称性条件下，带动“对象”各个层次（外部、内部）之间的平衡交换的可靠性。可行性，发挥“无量纲构造”具有真理性、公正性、权威性等的优越性。也就是说，无量纲破解了第四次数学危机，开启了又一个新的数学时代。

10、数学史的发展与数学危机

数学发展史记录了人类对于自然的认识，以数字及模式描述逐渐形成数学，其中出现了许多数学家、科学家、工程师、教育工作者。他们的辛勤劳动，为人类社会留下来丰富的成果，体现了人类对于未知世界的不断追索精神。

数学发展经历五个时期和四次数学危机：

（1）、数学萌芽时期：时间公元前 2000 年到公元前 600 年

中国古数学的成就有《易经》、《九章算经》、《道德经》一大批数学数学家、科学家，成为当时世界上科学、数学顶峰。

公元前 1000 年，中国商时期《孙子算经》的筹算记数法有“十进制”，指出数字有“数值和位值”二种内涵，明确指出“凡算之法，先识其位”。这个“位”是指“位值”。指出了数学探索的方法，应该先从“位值开始”。

公元前 600 年中国古数学《道德经》记载“道生一，一生二，二生三，三生万物”。指出数学发展方向。指出了“三比二”难度更大，“三生万物”是最基本。

公元前 600 年古希腊的欧几里得《几何原本》成为希腊最高的数学成就。《几何原本》总结了泰勒斯、毕达哥拉斯及智者派等前代学者的几何知识，建立了定义和公理，并研究了各种几何图形的性质。在这部著作中，欧几里得确立了一套从公理、定义出发，论证命题得到定理的几何学论证方法，形成了一个严密的逻辑体系——几何学。

（2）、初等数学时期：时间公元前 600 年到公元 17 世纪

数学萌芽时期整个时期的数学以“整数”为主题的发展。代表人物毕达哥斯的整数理论。无理数的√2 发现，出现了“**第一次数学危机**”。

公元前 370 年，欧多克索斯提出“数和量”的分开，比中国杨雄的《太玄经》的“数与位”迟到了 200 多年。无理数的推翻了毕世哥斯理论，拓展了新的数学概念。

（3）、变量数学时期：时间公元 17 世纪到公元 19 世纪 20 年代

欧洲国家从出现微积分，其中的“无穷小”概念含糊不清，阻碍了微积分发展。出现了“**第二次数学危机**”。柯西提出“极限”理论，实质是“变量”，“零”为极限，建立了微积分的基本原理和微积分的严格的理论基础。

（4）、近代数学时期：时间公元 19 世纪 20 年代到 20 世纪 40 年代

17 世纪以来，西方国家数学的发展，勿略“位值”作用直接建立“数值分析”，一直到集合论为基础的“逻辑分析”。极限理论和集合论都是以实数为基础，提出集合论的一组公理上。出现了“罗索悖论”，出现了“**第三次数学危机**”。弗兰克尔提出了 ZF 公理系统，以及 8 条公理。解决“罗索悖论”造成的危机。

集合论的 ZF 公理系统有选择公理：也叫策梅洛公理，对于任意两两不交的集合族，存在集合 C，使对所给的族中的每个集合 X，集合 X 与 C 的交恰好只含一个元素。

20 世纪 20 年代，在集合论不断发展的基础上，大数学家希尔伯特向全世界的数学家抛出了个宏伟计划，其大意是建立一组公理体系，使一切数学命题原则上都可由此经有限步推定真伪，这叫做“公理体系的完备性”。希尔伯特还要求公理体系保持“独立性”(即所有公理都是互相独立的，使公理系统尽可能的简洁)和“无矛盾性”(即相容性，不能从公理系统导出矛盾)。

值得指出的是，希尔伯特所说的公理不是我们通常认为的公理，而是经过了彻底的形式化。他们存在于一门叫做元数学的分支中。元数学与一般数学理论的关系有点像计算机中应用程序和普通文件的关系。

1931 年哥德尔以“不完备性定理”。这一理论使数学基础研究发生了划时代的变化，更是现代逻辑史上很重要的一座里程碑。该定理与塔尔斯基的形式语言的真理论，图灵机和判定问题，被赞誉为现代逻辑科学在哲学方面的三大成果。哥德尔证明了任何一个形式系统，只要包括了简单的初等数论描述，而且是自洽的，它必定包含某些系统内所允许的方法既不能证明真也不能证伪的命题，扰乱了“希尔伯特计划”。

前面数学的这三次危机不仅挑战了当时的数学观念，也促进了数学理论的发展和完善。

（5）、近代数学时期：时间公元 19 世纪 40 年代到 21 世纪初

集合论建立于离散-对称性的基础上，表现为“自身除自身一定是 1”。根据策梅洛公理，康托尔提出“实数集 R 与自然数集 N 之间”有没有另外的一个集合 C 的构造集？或称第三种无穷构造集。

康托尔说“没有”，哥德尔-柯恩说“有”。都没有证明。

中国学者汪一平领衔的圆对数团队，经过 40 多年探索，首次发现“实数集 R 与自然数集 N 之间”存在一个新的无穷构造集“无量纲圆对数”和无穷构造集特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，具有“无穷公理的真理性”。

提出无量纲圆对数公理假设：“群组合元素自身除自身不一定是 1 和圆对数中心零点对称可平衡交换性”。以无量纲圆对数作为第三方构造集身份，验证哥德尔所指的传统数学体系，除“不完备性”外还存在“不充分性、不可直接交换性”。建立了平衡交换规则：

不改变命题、不改变特征模、不改变同构圆对数，仅仅以圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，把真命题平衡交换为逆命题。

$$(ABC\ldots S)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

$$=[(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{D_0\}^{(3)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(S)}=(ABC\ldots S)^{(K=+1)(S)};$$

无量纲圆对数中心零线（临界线）偶数性的对称性适应“群组合”系列。

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}=\{\mathbf{1}\};$$

无量纲圆对数中心零点（临界点）偶数性的对称性：适应“群组合”系列上各个点”。

$$(\eta_{[\mathbf{c}]})^K=\sum(+\eta_{[\mathbf{xyz}]}{}^2)^K+\sum(1-\eta_{[\mathbf{xyz}]}{}^2)^K=\{\mathbf{0}\};$$

也就是说传统数学的“数学分析和逻辑分析”中，如果属于“有无量纲体系”的，其“数学元素-对象”存在的不对称性、不充分性的。如数值分析的平衡不能交换；逻辑分析的态射、映射不能平衡，缺一不可。不能直接平衡交换。只有转换为无量纲圆对数，在圆对数中心零点对称性条件下，带动“有量纲”数学模型“数学元素-对象”被动的进行平衡与交换。即：“宏观-微观”数学的“离散型-连续型、完备性与相容性、平衡交换性”组成一体化分析。一旦撤销圆对数恢复原来的不对称性和不可交换性。

为此，把哥德尔二个定理的数学体系定义为“有量纲构造集”体系，与之对应的称“无量纲构造集”体系，把“几何-代数-数论（算术）-群组合理论”等多学科领域，以一个简单的圆对数公式在{±0,±1}统一分析，以“无量纲圆对数随机与不随机的平衡交换机制”带动了一大批世纪性数学难题的解决。并且以无量纲构造集第三方身份，重验、重塑、重建新的数学体系，开启了一个新的“无量纲”数学历史时期。

11、讨论：无量纲构造与宇宙世界的联系

无量纲构造把所有的传统数学归纳为一个简单的公式，由于“元素-对象”不能直接交换，以特有的‘无穷公理’随机平衡交换组合（分解）带动“元素-对象”的平衡交换组合（分解）。同理，自然界也存在类似“无关数学模型，没有质量内容”的“无量纲构造”运算。与自然界产生广泛的联系。

11.1：无量纲构造与哲学的联系

哲学有个著名的逻辑定理：“对称逻辑”。对称逻辑以对称规律为基本的思维规律，是思维内容与思维形

式、思维主体与思维客体、科学本质与客观本质对称的逻辑。无量纲圆对数发现：对称逻辑（称偶数性）里面包含对称与不对称性的平衡交换机制，现有哲学的对称逻辑往往强调“偶数性”的对称性，没有发现“偶数性”的不对称性，并且更没有发现无量纲圆对数里面的“偶数性的不对称性转换为对称性”的平衡与交换的机制。如果在“对称逻辑”中发现“偶数性的对称与不对称”，以及偶数性的“不对称转换为对称”，那么这个辩证逻辑的“对称逻辑”，是具象逻辑与抽象逻辑相统一的，这个才是完整、严谨的逻辑发展的最高阶段。

11.2：无量纲构造与宏观宇宙的联系

宏观物理著名的“暗物质、暗能量、黑洞”，可以解释无量纲的“偶数性”的对称与不对称性系统转换为‘无穷公理’中心零点对称性的随机与不随机的平衡交换组合（分解）系统。无量纲圆对数对应转换有二种状态：

（1）概率性“暗质量”（2）拓扑性“暗能量”，以无量纲圆对数对应的各个层次中心零点组成的“黑洞（拓扑临界线、概率临界点）”，在无量纲“偶数性”中心零点对称性条件下，带动了永恒宇宙世界的正中反向体系的平衡（宇称平衡）与交换（宇称演变），以及局部的“宇称不守恒”现象。

11.3：无量纲构造与神经网络的联系

神经网络的基本原理是模仿人脑的神经元结构，通过大量的简单计算单元（神经元）连接而成的网络来实现复杂的信息处理。每个神经元接收输入信号，对其进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。这些信号在神经网络中从前向后传播，经过多次加权求和和激活函数的作用，最终产生网络的输出。神经网络的学习过程主要是通过反向传播算法，根据输出误差调整神经元之间的连接权重，从而使网络能够逐渐学习到输入与输出之间的映射关系。

基本原理有：（1）神经元：神经网络的基本组成单元，它接收输入信号，进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。（2）权重和偏置：权重表示输入信号对神经元输出的影响程度，偏置则是为了让神经元能够学习到更加复杂的模式。（3）激活函数：用于引入非线性，使得神经网络能够学习和模拟更复杂的函数关系。常见的激活函数包括 Sigmoid、tanh 和 ReLU 等。（4）前向传播：输入信号通过网络的前向计算，得到网络的输出。这是神经网络的基本计算过程。（5）反向传播：在神经网络的学习过程中，通过比较网络输出和实际目标，计算误差，并将误差反向传播回网络，调整权重和偏置，以减小误差。这是神经网络学习的核心算法。（6）迭代学习：神经网络通过多次迭代，不断调整权重和偏置，逐步减小输出误差，直至达到预定的学习目标。

通过这些基本原理，神经网络能够学习和模拟复杂的输入输出关系，从而在各种领域如图像识别、语音识别、自然语言处理等发挥重要作用。这些正是密切联系了无量纲构造‘无穷公理’的随机平衡交换组合（分解）特征。

11.4、无量纲构造与量粒子纠缠

量子纠缠所代表的在量子世界中的普遍量子关联则成为组成世界的基本的关联关系。或许用纠缠的观点来解释“夸克禁闭”之谜。当一个质子处于基态附近的状态时，它的各种性质可以相当满意地用三个价夸克的结构来说明。但是实验上至今不能分离出电荷为(2e/3)的 **u** 夸克或（-e/3）的 **d** 夸克对应 **e** 电子，称“偶数性不对称性”。这是由于夸克之间存在着极强的量子关联，后者是如此之强，以至于夸克不能再作为普通意义下的结构性粒子。

中微子“**e** 电子、**μ** 中微子电荷为(e/2)和 **τ** 中微子电荷为(e/2)”或许用纠缠的观点来解释“夸克禁闭”之谜。当一个质子处于基态附近的状态时，它的各种性质可以相当满意地用二个价夸克的结构来说明。称“偶数性对称与对称性”。

这些粒子表明：它们这些粒子具有“一一对应”正负电子电荷的“偶数性”组成电量的平衡。

其中：“三阶”质量粒子为 **u** 夸克与 **d** 夸克和 **e** 电子不对称性分布。“二阶”质量粒子为 **μ** 中微子与 **τ** 中微子和 **e** 电子对称性分布。

通常所说的结构粒子有“偶数性”的“对称性、不对称性”二类型量子纠缠粒子状态：

（**1**）、二元阶对称性**{2}^{2n}**偶数性共轭结构粒子{**μ** 和 τ}组成一个复合粒子{X_{ab}}=(**μ**·τ)，(即{$^{(2)}\sqrt{ab}$}(几何单元体)的结合能远小于[(1/2)(a+b)]的静能之和（算术平均值单元体），**μ** 或 τ 的自由态与束缚态的差别是不大的，它们属于对称性的二阶结构量子纠缠粒子。

（**2**）、三元阶不对称性**{3}^{2n}** 偶数性共轭结构粒子{**u** 和 **d** 和 **e**}组成一个复合粒子{X_{abc}}=(**u**·**d**)(即{$^{(3)}\sqrt{abc}$}(几何单元体)的结合能远小于[(1/3)(a+b+c)]以及[(1/3)(ab+bc+ca)]的静能之和（算术平均值单元体），**u** 和 **u** 和 **d** 的自由态与束缚态的差别是不大的，它们属于不对称性的三阶结构量子纠缠粒子。

量子纠缠粒子转换为无量纲圆对数描述对应的三维物理空间对应五/六维幂次空间：设：(ABCUV…S)分布组成的“S”系列结构量子纠缠粒子：

（1）、量子纠缠粒子三维阶空间三阶不对称性进动（辐射、振荡）：

$$(ABC)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(3S)};$$ 对应{**u** 和 **d** 和 **e**}

（2）、量子纠缠粒子二维阶空间二阶对称性进动（辐射、振荡）或旋转：

$$(UV)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[UV]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(2S)};$$

（3）、量子纠缠粒子五/六维阶轨道空间三阶进动（辐射、振荡）+二阶旋转：对应{**e**、**μ**、τ}

$$(ABCUV\cdots S)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(nS)};$$

量子纠缠粒子的整体性粒子（外部）以及整体性粒子（内部）之间，存在着‘无穷公理’平衡交换组合（分解）。

其中：旋转空间法向线与进动（辐射、振荡）**一致**的组成五维幂次空间，**不一致**的组成六维幂次空间。可以拓展导任意高维幂次的量粒子，组成多轨道的高维幂次空间。

（**3**）交换规则：

在无量纲构造的“无穷公理”机制下，不改变命题、不改变特征模、不改变同构圆对数，以无量纲‘无穷公理’对应圆对数中心零点和特征模，随机与不随机的幂函数性质属性正中反向改变，真命题交换为逆命题。

（1）、量粒子纠缠粒子 S 维幂次同层次的改变性质属性交换：

它们的个数组成多层次、多方位、多参数（权值、轨道距离等包含在聚类集变量中）、各向异构性的三维物理空间中的量粒子模型或宇宙多层次行星运动轨道：

（2）、三维物理空间每个维方向有 S 维幂次，每一个维的单元体为各个层次 S 维的五幂次子空间

{{{{(3 三维进动+2 二维旋转}+{{2·[(S-3)+2]}+{3·[(S-3)+2)+2]}+…+(Z`S-n)·[(S-3)+2)]}；

组成统一的无量纲圆对数公式：

$$(ABCUV\cdots S)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)K(Z\pm S\pm((q=5^{\cdots无穷整数}))};$$

（3）、三维物理空间各个层次量粒子的平衡交换组合分解

$$(ABCUV\cdots S)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=5^{\cdots无穷整数}))}$$

$$[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=5^{\cdots无穷整数}))}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3^{\cdots无穷整数}))}=(ABCUV\cdots S)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=5^{\cdots无穷整数}))};$$

无量纲圆对数的中心零点的交换带动各个层次量粒子的平衡交换（简写）：

$$(ABCUV\cdots S)^{(K=+1)}\leftrightarrow(ABCUV\cdots S))^{(K=\pm0))}\leftrightarrow(ABCUV\cdots S)^{(K=-1)};$$

特别的，三维物理空间中的量粒子或数学中任意“元素-对象”都处于广谱性的不对称性不能直接平衡交换组合分解。必须通过‘无穷公理’机制的圆对数平衡交换组合分解带动下，才能进行。

其中：$(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}$对应各个层次特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=5^{\cdots无穷整数}))}$表示由 5 个粒子为“基本粒子”，特征模可以是{ABC,(O),UV}物理学的宇宙的‘中微子’，生物学的‘细胞、胚胎’数学的‘无量纲圆对数单元体’。它们都服从‘无穷公理’机制的平衡交换组合分解。

(b)、三维物理空间任意层次{ABC,(O),UV}五维量子纠缠粒子随机转换三维进动与二维旋转：

设：不同层次、不同能量的偶数对称性{L,(O),MQ}∈{S},交换条件中心零点$(1-\eta_{[\mathbf{c}][xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}=0$ 对应特征模,中心零点 O 位置{ABC,(O),UV}，

交换条件：不变元素粒子。不变特征模，不变同构圆对数的同能量偶数性，随机进行不对称性分布）交换形式(S=(5)=(3：ABC 三维进动)+（2：UV 二维旋转）。交换“封闭性”表现为中心零点对应不同的特征模和维幂次。

（1）、同层次的（偶数性、同能量）对称交换

$$(ABC+UV)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=5))};$$

$$=[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=5))}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(K=+1)(Z\pm S\pm(q=5))}=(ABC+UV)^{(K=-1)};$$

$$(ABC+UV)^{(K=+1)(5)}\leftrightarrow(ABC+UV)^{(K=\pm0)(5)}\leftrightarrow(ABC+UV)^{(K=-1)(5)}$$

（2）、不同层次的（不同层次能量）的中心零点偶数性的对称交换：

设：层次及中心零点位置{L,(O),M}∈{Z`S}$^{=(Z\pm S\pm(q=5))}$=(5)，对应不同层次的特征模$\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=LM)\pm(q=5))}$。

$$(ABC+UV)^{(K=+1)(Z\pm(S=(L))\pm(q=5))}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(L)(5)};$$

$$=[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=L,M)\pm(q=5))}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(M)}=(ABCUV)^{(K=-1)(K=+1)(Z\pm(S=(M))\pm(q=5))};$$

$$(ABC+UV)^{(K=+1)(L)}\leftrightarrow(ABC+UV)^{(K=\pm0)(LM)}\leftrightarrow(ABC+UV)^{(K=-1)(M)};$$

（3）、五维幂次量子纠缠粒子内部分解为三维粒函数和二维波函数，满足‘无穷公理’随机转换规则：

设：层次及中心零点位置{ABC,(O),UV}∈{Z`S}$^{=(Z\pm S\pm(q=5))}$=(5)，对应不同层次的特征模

$\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=LM)\pm(q=5))}$。$(ABC)^{(K=+1)(3S)}=(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(3S)}$;

$$=[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^{2})^{(K=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(5S)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[uv]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(2)}=(UV)^{(K=-1)(2S)};$$

$$(ABC)^{(K=+1)(3S)}\leftrightarrow(ABC+UV)^{(K=\pm0)(5S)}\leftrightarrow(UV)^{(K=-1)(2S)};$$

（4）、量子纠缠粒子三维进动内部的波与粒的随机转换（同的不改变性质属性交换）：

设：层次及中心零点位置{A,(O),BC}∈{Z`S}$^{=(Z\pm S\pm(q=5))}$=(5)，对应不同层次的特征模$\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=LM)\pm(q=5))}$。

$$(\mathbf{JI}AB)^{(K=+1)(2S)}=(1-\eta_{[AB]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(2S)};$$

$$=[(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=-1)}]\bullet\{D_0\}^{(3S)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[Z]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}=(\mathbf{K}C)^{(K=-1)(S)};$$

$$(\mathbf{JI}AB)^{(K=+1)(2S)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=\pm0)}=(\mathbf{JIK}ABC)^{(K=\pm0))(3S)}]\leftrightarrow(\mathbf{K}C)^{(K=-1)(S)};$$

$$(\mathbf{J}A)^{K=+1)(S)}\leftrightarrow[(1-\eta_{[AB]}{}^{2})^{(K=\pm0)}=(\mathbf{JI}AB)^{(K=\pm0)(2S)}]\leftrightarrow(\mathbf{I}B)^{(K=+1)(S)};$$

其中：$(\mathbf{JI}AB)^{(K=+1)(2S)}=(1-\eta_{[AB]}{}^{2})^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(2S)}$为{XOY}平面投影，$(\mathbf{K}C)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[C]}{}^{2})^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}$为{Z}轴线投影，它们以三维直角坐标系的中心零点为共轭中心点$(\mathbf{JIK}ABC)^{(K=\pm0))(3S)}$，对应“元素-对象”$\{D_0\}^{(3S)}$组成不对称性分布，转换为圆对数则为中心零点对称性分布，中心零点对称性带动不对称性的“元素-对象”平衡交换组合分解。

（5）、量子自旋纠缠粒子{U,V}二维波函数与的随机转换（同的不改变性质属性交换,）：

设：层次及中心零点位置$\{U,(O),V\}\in\{Z`S\}^{K(Z\pm S\pm(q=5))}=(5)$，中心零点表示相反或相同的旋转方向的对应不同层次的特征模$\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=LM)\pm(q=5))}$。

$$(U)^{(K=+1)(2S)}=(1-\eta_{[U]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(1)};$$

$$=[(1-\eta_{[UV]}{}^2)^{(K=\pm1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[UV]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[UV]}{}^2)^{(K=\pm1)}]\bullet\{D_0\}^{(2S)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[V]}{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(S)}=(V)^{(K=+1)(S)};$$

$$(U)^{(K=+1)(S)}\leftrightarrow(1-\eta_{[UV]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow(V)^{(K=+1)(S)};\quad\text{（如电子同方向旋转）；}$$

$$(U)^{(K=+1)(S)}\leftrightarrow(1-\eta_{[UV]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow(V)^{(K=-1)(S)};\text{(如电磁力反方向旋转)；}$$

（**4**）、无量纲圆对数中心零线（临界线）偶数性的对称性：适应“群组合(5S)”。

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_{[xyz+UV]}{}^2)^{(K=+1)(5S)}+\sum(1-\eta_{[xyz+UV]}{}^2)^{(K=-1)}=\{\mathbf{1}\};$$

（**5**）、无量纲圆对数中心零点（临界点）偶数性的对称性：适应“群组合(5)上各个点”。

$$(1-\eta_{[\mathbf{c}]}{}^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_{[xyz+UV]}{}^2)^{(K=+1)(5)}+\sum(1-\eta_{[xyz+UV]}{}^2)^{(K=-1)}=\{\mathbf{0}\};$$

（**6**）、无量纲圆对数特征模对应（S=5）粒子关系的解析（分解与组合）”

$$(A)^{(K=+1)(S)}=(1-\eta_{[A][xyz+uv]}{}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

$$(B)^{(K=+1)(S)}=(1-\eta_{[B][xyz+uv]}{}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

$$(C)^{(K=+1)(S)}=(1-\eta_{[C][xyz+uv]}{}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

$$(U)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[U][xyz+uv]}{}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

$$(V)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[V][xyz+uv]}{}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$

而核子内的夸克在“取出”的过程中大变而特变，人们看到的只能是整数电荷的，介子等强子。同一个质子，在不同的过程中有不同的表现，在理解它时需要考虑不同的平衡交换组分和不同的动力学。

一个质子在本质上是一个无限的客体。实质上整个宇宙和中微子是一个整体的能量惯性体系包括实在的粒子和空间，由于能量惯性的存在，整个能量体系时刻按一定的能量运动规律运动，宇宙中的每一个粒子作为宇宙能量的一分子它本身的能量惯性状态始终与宇宙环境保持一致即能量的稳定性，它们的电磁能量波始终存在着相互作用。当俩物质粒子同时处于某一状态即尽量使之处于基态或能量控制编码态，它们在相互作用时产生了电磁能量惯性互动及量子纠缠现象。因此，物质具有能量，而人们只能从物质的相互作用中获得并得到利用。

这样一来，无量纲构造“偶数性”对应它们的对称性分布（**μ,τ** 中微子与 **e** 电子“中心椭圆”轨道）与不对称性分布（**u,d** 夸克与 **e** 电子“偏心椭圆”轨道）进行随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合（分解）机制，无量纲圆对数把不对称的“夸克禁闭”和对称的“中微子”衔接在一起描述了微观世界。根据“中微子-夸克”这个对称与不对称特征的‘无穷公理’机制，可以推导到宏观世界。说明了‘无穷公理机制’具有普适性地描述整个数学世界到物理宏观-微观世界。

11.5：无量纲构造与强人工智能（AGL)联系

11.5.1、人工智能概述

目前，人工智能以冯·诺依曼和图灵以“离散-对称”概念制作了计算机（AI），替代人类大数据的统计工作的数据网络、信息网络、神经网络，带动了世界科学与经济的革命，深入到每个人的具体掌握和应用。其中：著名的神经网络的基本原理是模仿人脑的神经元结构，通过大量的简单计算单元（神经元）连接而成的网络来实现复杂的信息处理。每个神经元接收输入信号，对其进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。这些信号在神经网络中从前向后传播，经过多次加权求和和激活函数的作用，最终产生网络的输出。神经网络的学习过程主要是通过反向传播算法，根据输出误差调整神经元之间的连接权重，从而使网络能够逐渐学习到输入与输出之间的映射关系。

总的来说，神经网络的基本原理集中在以下几个方面：

神经元：神经网络的基本组成单元，它接收输入信号，进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。

权重和偏置：权重表示输入信号对神经元输出的影响程度，偏置则是为了让神经元能够学习到更加复杂的模式。

激活函数：用于引入非线性，使得神经网络能够学习和模拟更复杂的函数关系。常见的激活函数包括 Sigmoid、tanh 和 ReLU 等。

前向传播：输入信号通过网络的前向计算，得到对称性网络的输出。这是神经网络的基本计算过程。

反向传播：在神经网络的学习过程中，通过比较网络输出和实际目标，计算误差，并将误差反向传播回网络，调整权重和偏置，以减小误差。这是神经网络学习的核心算法。

迭代学习：神经网络通过多次迭代，不断调整权重和偏置，逐步减小输出误差，直至达到预定的学习目标。

通过这些基本原理，神经网络能够学习和模拟复杂的输入输出关系，从而在各种领域如图像识别、语音识别、自然语言处理等发挥重要作用。

11.5.2、强人工智能概述

所说的强人工智能（AGI）是指具备与人类相似的解决问题和适应新情境能力的 AI 系统。以下是几个强人工智能的例子：

AlphaGo：由谷歌开发的围棋 AI，能够在与人类围棋冠军的比赛中取得胜利。

自然语言理解和回答问题：能够将人类语言转换为机器可以处理的格式，并进行分析和回答问题。

图像识别和分类：通过计算机视觉技术对图像进行识别和分类，以及自动标注和描述图像内容等。

导航和自动驾驶：强人工智能算法可以通过感知环境、处理数据、预测驾驶行为，并制定出最佳的驾驶方案，使自动驾驶汽车更加符合人类预期。

机器人制造：强人工智能可以使机器人更加具有自主性和灵活性，快速学习并推断出最佳的操作行为，使机器人成为一个智能制造系统。

医疗诊断：强人工智能可以通过对医学图像、生物信号和医疗数据库的分析，辅助医生进行疾病诊断和治疗。

金融投资：强人工智能可以更加准确地预测市场趋势，并指导金融投资者进行更加优质的投资。

情感预测：例如 EmotionAI，用于预测媒体和广告消费者是否会发现喜欢和难忘的内容，或者是否提高了购买东西的可能性。

个性化推荐：例如在电子商务网站上的推荐系统，能够精确地预测用户需求，并提供个性化的服务。

虚拟个人助理：如 Siri、Google Now 和 Cortana 等智能数字个人助理，可以通过自然语言处理技术帮助用户完成各种任务。

视频游戏：视频游戏中的 AI 角色能够理解玩家的行为，响应刺激并以不可预测的方式做出反应。

购买预测：通过分析用户的地址、购买偏好、愿望清单等数据，提供可靠性较高的购买预测结果。

音乐和电影推荐服务：通过分析用户喜欢的音乐或电影，找到其中的共性，并推荐相应的作品。

以上例子展示了强人工智能在不同领域的应用潜力。

11.5.3、新算法加快全球计算速度

传统计算机建立于离散-对称假设，反映为群组合特征模外部的联系，没有群组合特征模内部的联系，使得计算机缺乏内部思维能力。换句话说，不能思考——长期被认为是人工智能（AI）的主要缺点。

11.5.4、超强人工智能与无量纲圆对数衔接

21 世纪，数学、计算机、物理学、材料学努力探索，在进入模仿人类大脑“神经元”的分析中，计算人们发现：世界并不都是对称性，大量存在的是不对称性。现有的神经网络前向传播与反向传播对称性不适应需求。如神经网络往往产生网络的前向计算，得到不对称性网络的输出，如计算中要求“输入一个数据和一

个特征函数，要求输出二个对称性的数据，或者三个不对称性的数据”，基于数学的“三元数”（不对称性）计算没有解决。超强人工智能高级模仿电脑“神经元”的“分析、判断、评估、分析计算、……”遇到了难以跨越的鸿沟。随着技术的不断发展，人们期待人工智能将在更强大、高功能、高功效、零误差精确度等多方面发挥作用。

中国圆对数团队首次解决了“无穷构造集和特有的‘无穷公理’”可以随机进行“偶数性”对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合分解，还可以随机自证真伪。建立了无量纲圆对数构造体系。这个功能竟然可以与中微子在物理中的作用类似，或可以说得到了“判决性”验证的条件之一。

无量纲圆对数是超强人工智能计算的数学基础具体应用：

（1）、数学理论领域：发现了一个新的数学“无量纲构造集”，解决离散与连续一体化的零误差计算在数学中应用功能。开启了“无量纲构造”新时代。获国家知识产权局“证书”

（2）、彻底改革数学和计算机算法：基于同构圆对数（具有圆对数中心零点对称性的稳定性）与不变特征模（具有封闭性）的整数性，通过幂函数的表达层次、位置，进行“无关数学模型，没有具体元素-对象”干扰，应用‘无穷公理’随机自证真伪机制，可以避免“多次”加权求和和激活函数，输出“误差调整”神经元之间的连接权重，确保每一步程序的零误差展开。

（3）、数学计算领域：以一个简单的无量纲圆对数，全部替代现有的计算方法，实现大统一。

（a）、1984 年在青岛市全国图算学会，应用无量纲圆对数原理发表“建筑的钢筋混凝土构件图表计算”。后改进为“多元素连乘的计算图表”。

（b）、提出传统的直观《圆对数计算尺》解决任意高幂维次方程和椭圆计算，进行国家专利申请。

（4）、计算机领域：提出新的计算理论和新的芯片架构。

（a）、存储系统：“五进制”的芯片架构原理，以自然数尾数的奇数{1.3.(5=0).7.9}和偶数{2.4.(5=0)5.6.8}和圆对数中心零点及幂函数形式，极大的节省存储器空间。

（b）、计算系统：“十机制”的芯片架构“四光子”控制原理，以圆对数和‘无穷公理’进行三维空间的平衡交换组合分解，可以解析任意高次方程和任意椭圆空间，特别是圆对数同构性，避免了复杂的计算程序，而且具有三维$\{3\}^{2n}$的高效功能，确保高精确的零误差达到 10^200 宇宙级别，极大的节省计算软硬件和材料。

计算机的芯片架构和制作原理，连续四年获得中国人工智能学会“特等奖”。

（c）、根据“计算尺”《圆对数计算尺》原理可以制作计算机的柔性软硬件。

（5）、旋转机械工程领域：应用圆对数原理，提出三维连续涡旋叶片为主题的“航空氢动力涡喷发动机”、“船

舶六冲程低温内燃机”，“水下推进器”等 9 个发明专利。

特别的，新的计算机算法原理，全面地改革了传统计算机算法，芯片架构原理，具有满足大数据统计，多元化、多层次、多方位、各向异构性的离散与连续一体化的超强人工智能神经网络功能，为制作可靠、可控、可行的零误差计算的“超强万能计算机”数学基础。

11.6：无量纲构造与中微子的链接

中微子的发现要追溯到 1930 年，当时奥地利人 Wolfgang Pauli 提出了这个概念，以解释某种放射性衰变过程中的能量损失。随后，在 1956 年，意大利物理学家 Reines 和 Cowan 通过实验首次捕捉到了中微子。2024 年 10 月中国科学家在地下 700 深处发现了“中微子”，在世界上引起很大的反响，许多国家都热衷于探索“中微子”。

“中微子”又称作“幽灵粒子”，它是一种极其微小、质量几乎为零的基本粒子，属于基本粒子中的轻子家族。正对应着无量纲构造集“无关数学模型、没有具体元素（质量内容）”的计算。

无量纲构造集可能等价对应于物理的“中微子”体系，中微子是一种很难捕捉到的粒子，因为它们与物质的相互作用非常微弱，这使得它们可以穿透物质而不被阻挡。其中，它具有三种不同的类型，分别是电子 e 中微子、μ子中微子和τ子中微子。这三种类型的中微子对应着三种不同的轻子，分别是电子 e、μ子和τ子。每种中微子都可以转化为另外两种中微子，这种现象被称为中微子振荡。

通过对中微子的研究，科学家们可以揭示宇宙的起源以及宇宙演化过程中的重要事件。

中微子的作用和用途主要包括以下几个方面：

（**1**）、探索中微子的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’机制，在不改变“物质质量元素”下，中微子以对称与不对称性的中心零点，带动宇宙各个层次的（深空、生命）平衡交换组合分解，以及运动轨迹。

其中：中微子对应无量纲构造的‘无穷公理’“偶数性”对称随机进行平衡交换组合（分解）。

（a）、圆对数“中心零线（临界线）”可能等价于物理描述的“正中反量粒子（质量）的“阈值”；

（b）、圆对数“中心零点”（临界点）可能等与不价于物理对称的描述的“中微子为正中反量粒子（质量）的转换点。称“幽灵粒子”。

（c）、中微子“电子 **e**、**μ** 子**和 τ** 子”正好对应无量纲构造集的“$\{A_{[e]}\}^{(K=-1)}$、$\{B_{[\mu]}\}^{(K=-1)}$和$\{C_{[\tau]}\}^{(K=-1)}$”三元数对称不对称性，并且证明了中国古数学《道德经》经典加载“二生三、三生万物”的事实。

（**2**）、描绘宇宙图景：中微子是唯一能直接观察宇宙高炉内部的眼睛，通过捕捉超新星爆发时释放的中微子，可以推测特定时期发生的超新星爆发次数，进而建立新的宇宙学模型，揭开暗能量和暗物质的神秘面纱。

（**3**）、监测核扩散：利用反中微子探测器可以监测核扩散，确保核安全。反中微子是核裂变的副产物，通过分析核反应堆的反中微子流，可以确定核燃料的类型，从而有效监测非法核试验和活动。

（**4**）、评估地球内部结构：中微子科学装置可以揭示地球内部的构造规律，包括地球热流的来源、地球的组成和起源等。通过给地球内部拍照，地质学家可以更好地理解地球的内部结构。

（**5**）、提供新的通信方式：中微子以“对称与不对称方式”接近光速进行直线传播，具有极强的穿透性，能够穿透钢铁、海水、山脉等，甚至从地球南极穿到北极，这为天地交互提供了新的通信方式。

（**6**）、中微子通信：中微子通信是利用中微子运载信息的一种通信方式。中微子通信除用于全球人类通信外，还可以穿透月球，与月球背面的空间站联系，或者作为“特殊信使”，遨游太空，与在宇宙中飞行的宇宙飞船直接联系，为人类征服宇宙服务。

（**7**）、地质勘探：中微子与物质相互作用的截面会随中微子能量的提高而增加，如果用高能加速器产生能量为一万亿电子伏以上的中微子束定向照射地层，与地层物质作用，可以产生局部小“地震”，人们利用此原理可对深层地层进行勘探，将地层一层一层地扫描。

（**8**）、暗能量-暗物质研究：中微子具有“三粒子”的对称与不对称分布，可以出现暗能量（拓扑组合、波子）-在暗物质（概率组合、粒子）探测中的潜力，中微子作为暗能量-暗物质探针，中微子与暗能量-暗物质的“粒子-波子”相互作用可能产生高能中微子，通过探测这些高能中微子的方向和能谱，可以追溯到暗能量-暗物质“粒子-波子”的湮灭或生成或转换过程。

（**9**）、超新星爆发研究：中微子在超新星爆发中的作用，超新星爆发是恒星生命结束时释放出巨大能量的事件，其中产生大量中微子。超新星中微子探测可以提供超新星爆发机理的重要信息。

（**10**）、探索中微子与圆对数的等价关系：

中微子具有“三粒子”的对称与不对称分布，‘无穷公理’机制随机与不随机出现的，带动（促进、催化）量子纠缠粒子三维进动和二维旋转的“粒子-波子”（不改变物理属性交换）的随机转换：可以进行如下推导、评估、分析等等。

设：中微子**{ν}**具有“三粒子”**{μτe}**在宇宙各个层次及中心零点{O}位置，组成三维物理空间的{三维进

动+二维旋转}的五维幂次空间对应不同层次的特征模$\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm(S=LM)\pm(q=5))}$组成三维物理空间的五维幂次子空间：

$$\{\boldsymbol{\nu}\}=\{\boldsymbol{\mu\tau}\text{,}(O)\text{,}\mathbf{e}\}\{O\}\{\mathbf{U}_{\mu}\text{,}(O)\text{，}\ \mathbf{V}_{\tau}\}\in\{Z'S\}^{=(Z\pm S\pm(q=5))}=(5)\text{，}$$

其中：中微子可以有三种状态，配合宇宙三维物理空间和各个层次的五维幂次状态，出现三个中心零点层次：

其一：{O}表示中微子中心零点在三维进动与二维旋转之间；

其二：{$\boldsymbol{\mu\tau}$,(O),**e**}表示中微子中心零点在“一个粒子与二个粒子”之间；

其三：{$\mathbf{U}_{\mu}$,(O)，$\mathbf{V}_{\tau}$}表示 **μ** 中微子{自旋电量(1/2)}与 **τ** 中微子{自旋电量(1/2)}对应电子与 **e** 互逆对称性：

（1）、中微子的圆对数描述：

$$\{\boldsymbol{\nu}\}=\{\boldsymbol{\mu\tau e}\mathbf{U}_{\mu}\mathbf{V}_{\tau}\}=[(1-\eta_{[\nu]}{}^2)\{D_0\}^{(K=\pm1)(Z\pm(Q=\mu\tau e)\pm(q=5))}$$

（2）、中微子的圆对数平衡交换组合分解（电子作为一个单元体参加组合分解）：

$$\{\boldsymbol{\mu\tau e}\mathbf{U}_{\mu}\mathbf{V}_{\tau}\}^{(K=+1)(5S)}=(1-\eta_{[\mu\tau]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_{0[e\mu\tau]}\}^{(K=-1)(2S)};$$

$$=[(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{D_{0[e\mu\tau]}\}^{(3S)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{[e]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_{0[e]}\}^{(K=-1)(S)}=(\mathbf{e}C)^{(K=-1)(S)};$$

$$(\boldsymbol{\mu\tau})^{(K=+1)(2S)}\leftrightarrow(\mathbf{e})^{(K=-1)(S)};$$

$$(\mathbf{U}_{\mu},)^{K=+1)(2S)}\leftrightarrow(\mathbf{V}_{\tau})^{(K=+1)(S)};$$

$$(\boldsymbol{\mu\tau}AB)^{(K=+1)(2S)}=(1-\eta_{[\mu\tau]}{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=+1)(2S)}\text{为}\{XOY\}\text{平面投影，}$$

$$(C)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[e]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}\text{为}\{Z\}\text{轴线投影，}$$

$$(\mathbf{e})^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[e]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}\text{为}\{XYZ\}\text{三维空间围绕}(\boldsymbol{\mu\tau})\text{旋转，}$$

它们以三维直角坐标系的中心零点为共轭中心点，对应“元素-对象”组成不对称性分布，对应圆对数则为中心零点对称性分布，由中心零点对称性带动不对称性的“元素-对象”平衡交换组合分解。

7.5.4、“中微子”与无量纲构造相互融合

中微子是目前已知的唯一质量未知的粒子，测量其质量将有助于发现超越标准模型的新物理定律。中微子是一种质量极小，又不带电的中性基本微粒。中微子通信是利用中微子运载信息的一种通信方式。

到目前为止，中微子难道是最小的吗？还可以再分了吗？要知道，中微子体积仅为一个电子的 100 亿分之 1，即 100 亿个微中子合在一起才等于一个电子。

中微子又译作微中子，是轻子的一种，是组成自然界的最基本的粒子之一，常用符号 **ν** 表示。中微子不带电，中微子电子负电量 **e** 对应 **μτ** 自旋为(1/2)，组成正电相等，组成“偶数性”，质量非常轻（小于电子的百万分之一），以接近光速运动。

中微子是物理领域一种极为神秘的物质，无量纲圆对数是数学领域一种极为神秘的“元素-对象”，在科学界有“幽灵粒子”之称。虽然中微子在宇宙广泛出现，但是极难探测得到，科学家对它所知不多。1934 年才确定它的存在，直至最近才确认中微子有质量。

中微子从星体核聚变中产生，太阳为其中一个产生地点。中微子是一种基本粒子，不带电，质量极小，几乎不与其他物质作用，在自然界广泛存在。太阳内部核反应产生大量中微子，每秒钟通过我们眼睛的中微子数以十亿计。

同理，无量纲圆对数，数学家对它所知不多。20 世纪末才确定它的存在，直至最近才确认无量纲圆对数属于无穷构造集以及特有的‘无穷公理’随机与不随机的平衡交换组合分解机制。

中微子与无量纲圆对数关系探讨：基于中微子质量非常轻特征与无量纲圆对数特征几乎相同，同样可能存在无量纲‘无穷公理’机制，组成宇宙共性的平衡交换组合分解机制。

中微子与无量纲圆对数构造对应有多个几乎相同的特性：

（A）、中微子是一种物理“基本粒子”，

（B）、无量纲构造的圆对数是一种群组合集合的“基本单元体”，也可以称数学“基本粒子”。

（A）、中微子质量极小：中微子的质量非常小，

（B）、无量纲构造的圆对数在“中心零点”处于“（无穷小）极限”。

（A）、中微子不带电，不受电磁力影响。

（B）、无量纲构造不受“具体“元素-对象（质量）”干扰。

（A）、中微子穿透性强：自由穿过地球。中微子以接近光速运动。可以跨界穿越任何物体。

（B）、无量纲构造有‘无穷公理’机制，随机与随机在圆对数“中心零点”处跨越维幂次进行平衡交换组分解。

（A）、中微子偶数性：中微子电子负电量 **e** 与 **μ,τ** 自旋{1/2}，组成正负电量相等“偶数性”对称与不对称性。

（B）、无量纲构造有偶数性‘无穷公理’机制，可以随机与不随机在圆对数中心零点跨维幂次平衡交换。

（A）、中微子几乎不与其他物质发生相互作用，这使得它们在宇宙中几乎是不可见的。

（B）、无量纲构造有‘无穷公理’机制,不与其他数学模型发生作用。使得它们在数学领域中几乎是不可见的。

（A）、中微子广泛存在于宇宙世界的作用满足无量纲‘无穷公理’很难发现。

（B）、无量纲圆对数广泛存在于数学世界的作用满足无量纲‘无穷公理’很难发现。

（A）、无量纲圆对数验证中微子可能存在一种“中微子中心零点”$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$,对应不变特征模——“宇宙级别的各个层次”。在不改变原物理（质量）属性，通过随机的性质属性正中反向的改变，从正物质（正离子）正中反向的交换成为负物质（负离子）。反之也成立。

（B）、无量纲圆对数以‘无穷公理’和圆对数中心零点$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$,对应不变特征模——“无穷构造集”。不改变原来命题，通过随机的性质属性正中反向的改变，从真命题交换到逆命题。反之也成立。

11.7：无量纲构造与宇宙界的联系

宇宙中物质实体之外的部分称为空间；航天术语：外层空间简称空间、外空或太空。互联网上：指盛放文件或者日志的地方。以及可以数字化的任意对象，其中包括宏观世界的空间和微观世界的空间。神经网络：模仿人类大脑思维活动的推理、判断、决策、分析等。

所有的“空间”是指一种具有特殊性质及一些额外结构的集合。这里，所有的（宏观与微观）物理空间，统一解释为转换为无量纲圆对数抽象空间的正中反相互作用的三段形式的圆对数对应选择的不变特征模，通过无量纲圆对数性质属性正中反向的转换，表示自然界、宇宙界的静态-动态以及正中反向变化（演变）过程：

真命题，正向世界、收敛、衰老↔性质属性转换，黑洞、胚胎、种子↔逆命题，反向世界，膨胀；

$$W=[(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=-1)}]\cdot W_0$$

这里，数学“圆对数”和物理“中微子”,分别不改变原来的物质和非物质状态，以‘无穷公理’和中心零点$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$，各自带动了数学“乘组合与加组合”和物理的“纠缠与化合”的平衡交换组合分解。

从数学科学角度来看：

（1）、中微子具有独特的物理偶数性对称（二粒子 **μτ**）与不对称性（三粒子 **eμτ**）的（无量纲中心零点‘无穷公理’平衡交换组合分解）功能与无量纲构造特有的（无量纲中心零点‘无穷公理’平衡交换组合分解）数学特性相类似，

（2）、“中微子”很可能验证了“无量纲构造特有的‘无穷公理’以及无量纲构造中心零点的‘无穷公理’的对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合（分解）存在性与可能性”。

也就是说，中微子判决性证明了“无量纲构造”数学的存在，反过来“无量纲构造”数学深刻地描述了“中微子特性”。二者相互交融，自洽、有序地把物理-数学链接成为一个整体。

“中微子”与“无量纲构造”通过‘无穷公理’机制，以最基本、最抽象、最深刻地描述了现实世界和虚拟世界的结合体。

特别的：幂函数(K=±1)中，(K=+1)表示宏观世界（如引力、光子力学、收敛），(K=±1)表示中观世界（如热力学，细胞生命力、光子力学、平衡），(K=-1)表示微观世界（如核力学、电磁力、光子力学、中微子，扩展）、(K=`0)表示宏观世界、中观世界、微观世界中心零点（如核力学、引力、电磁力、光子力学、中微子等的正反向平衡交换组合的平衡转换点）。

从中国古哲学数学 6000 年前《易经》符号“圆内部二个反对称性蝌蚪”开始到今天的“圆对数和中微子”，以‘无穷公理’和中心零点$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$,带动了“元素-对象”的平衡交换组合（分解），不仅解释了范畴论称“映射函子、态射”，带动了数学“乘组合与加组合”的平衡交换组合（分解）”。

其中：在物理和网络世界的性质属性：(K=+1)表示宏观粒世界，(K=-1)表示微观量子世界，(K=±1)表示中性量粒子世界，(Kw=±0)表示微观的中微子，宏观的黑洞（大爆炸），中观的神经网络，生命转换对应无量纲‘无穷公理’中心零点带动宏观世界“元素-对象”随机平衡交换组合（分解）。

也就是说，无量纲的‘无穷公理’对称与不对称、随机与不随机带动了整个自然界的平衡交换组合（分解）。这个无量纲构造体系不仅仅对应数学、哲学、物理、经济、人工智能、神经网络、数据网络、信息网络、宇宙等科学领域，对于事实存在的完整性认知，提出合理的解决（系统内部、外部）平衡与交换的“真理性”。

12、结束语

17 世纪以来，西方国家的“数学分析（含数值分析、逻辑分析）”，经过第三方无穷构造集证明：由于“公理化不完备性、不充分性、不能平衡交换”等先天性缺陷，数学不仅走了一段曲折的弯路，发展到达了“天花板”。

相当于中国古数学提出的“道生一”只能进步到“一生二”建立$\{2\}^{2n}$ 的计算领域，很难进步到“二生三（三元数特例对称性解不算）”不能明确地建立完整性的$\{3\}^{2n}$ 的计算领域，再想“三生万物”，受到一大堆世纪性数学（包含对称与不对称的平衡交换机制）难题阻碍着跨不过去，只有遵循古数学《孙子算经》的“凡算之法，先识其位”，首先解决“位值”无量纲问题才前行到第二步“解析根元素”。

于是，欧洲 400 年的数学又回归到中国古数学原处，发现了“无量纲圆对数”以及拓展无量纲的“位值”和“偶数性对称与不对称随机与不随机的平衡交换”空间，圆对数中心零点对称性带动了所有数学系统的“宏观与微观”低级与高级数学分析。数学又回归到无量纲构造控制下、原始的、经典的算术“加、减、乘、除”符号分析。

无量纲圆对数构造集具有最深刻、最抽象、最基本、最完整地数学构造，深刻地表现了数学发展过程：“简单算术-初等数学-多项式-微积分-偏微积分方程-复杂体系-近代代数-新的简单算术-无量纲圆对数。也就是说，数学从简单→复杂→更简单的统一性和完整性的，这么一个循环发展的历史过程。同时圆对数也以第三方更基本性、更权威性形式，验证、证明各种算法和理论是否合理、完整、零误差的鉴定宝。

从数学史角度来看，无量纲圆对数传承了古今中外数学家成果。从“数值分析”进步到“数值-位值分析”，进行“无关数学模型、没有具体元素内容”的分析。是 1931 年以来实质性进步和突破性进展。

特别是中国科学家近期发现了“中微子”与“无量纲构造”特性类似，判决性验证了无量纲构造存在性，反过来无量纲构造很好地描述了中微子。它们二者之间的融合与互补，分别充实了数学世界和物理世界基础的可靠性。

同时，深刻地描述宇宙世界的不对称性和永恒的“收敛-中心零点交换-扩展”循环演变，揭示了数学虚拟世界与物理现实世界的不对称性，二者结合相得益彰，都可能通过相应的‘无穷公理’平衡交换组合机制，

使得物理-数学以最基本、最深刻、最抽象地描述了物理世界与数学世界的高度重合。

无量纲圆对数最后成为稳定、坚强的数学体系。体现了欧洲 400 年来数学基础的公理化的发展：

皮亚诺公理→集合论公理化→希尔伯特公理→范畴论集合公理化→‘无穷公理’机制。

圆对数的正式建立始于 1982 年 5 月 25 日有记载证明其首次提出应用，提出解决“一元三、四、五次方程”一般解的方法，后来发展到任意高幂次群组合理论，被称为“无量纲构造集”。其中有 2009-2018 年新浪博客上 980 多篇科普与科学的公开圆对数思路及应用。2009-2024 连续多篇圆对数文章在《美国科学杂志》、《JCCM》（数学统计与科学）、《格物》等发表。无量纲圆对数的进步，经历从“个例-特例-概念-体系-构造”。

现在来看宇宙世界，“无量纲圆对数”与“中微子”分别称数学“幽灵粒子”与物理“幽灵粒子”，里面隐藏着许多丰富宝藏。

科学领域、物理世界、数学世界或将开启“无量纲构造”的分析与探索时代，等待着世界科学家们合作探索、努力开发，造福人类。（完）

参考文献

[1]、 《数学辞海》编辑委员会 编．数学辞海（第六卷）．山西教育出版社．2002 年 08 月第 1 版．
[2]、 [美] M. Klein、邓东高等译《古今数学思想》（第 1、2、3 卷）上海科学技术出版社 2014 年 8 月
[3]、 [美]约翰·德比·希尔《质数之恋——黎曼与未解之谜》，上海科技教育出版社，2009 年 8 月二版
[4]、 [英]斯科特《数学史》，侯德润译，广西师范大学出版社，2002 年 4 月
[6]， 孙继祥，《现代模式识别》，p793-p798 高等教育出版社，2012 年 1 月 2 日
[5]、 徐利治《数学方法论选讲》p47-p101 华中工学院出版社，1983 年 4 月第一版
[7]、 爱因斯坦爱因斯坦文选，范代年、许良英译，上海科技教育出版社，1979 年 4 月第 3 版
[8]、 李政道，《导论：21 世纪科学发展前景》21 世纪 100 个科学问题 p5 吉林人民出版社，2000 年 1 月第 3 版
[9]、 吴学谋《泛系理论与数学方法》江苏教育出版社，1990
[10]、何华灿，何智涛《统一无穷理论》科学出版社 2011,12 出版
[11]、钟义新 《范式革命：人工智能理论起源的创新必经之路》【学术前沿】二十四大课题研究主编
[12]、郑智捷 《变值体系理论基础及其应用》科学出版社 2021,4 出版
[13]、钟义新，《范式革命：人工智能理论起源的创新必经之路》【学术前沿】二十四大课题研究主编
[14]、汪一平《NP-P 与相对性基础的构建》【美国】《Journal of Mathematics and Statistical Sciences》（JCCM）2018/9 p1-14
[15]、汪一平，李小坚，《圆对数与模式识别的‘0 到 1’解析》，《美国科学杂志》（JAS）2020/11p54-82 2020 年 11 月版
[16]、汪一平，李小坚，何华灿 《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》（JAS）2022/4 p1-106 2022 年 4 月版

目 录

1、无量纲圆对数数学构造集
1.1、无量纲圆对数数学体系
1.1.1、“圆对数空间”的时代背景
1.1.2、无量纲圆对数构造集的数学的哲学基础
1.1.3、无量纲圆对数构造集与公理化
1.1.4、二元数的平衡交换组合公理化证明（1）
1.1.5、三元数的平衡交换组合公理化证明（2）

1.1.6、无量纲构造以特有的“偶数性”随机平衡交换组合机制
1.1.7、无量纲圆对数的公理化能否自证“真伪”
1.1.8、无量纲构造集自身平衡交换组合的真理性
1.2、圆对数空间与哲学
1.2.1、三段论法。
1.2.2、 无量纲圆对数与数学分析
1.2.3、 圆对数数学计算与逻辑
1.3、 群组合-函数与集合-集合平均值
1.4、无量纲圆对数及中心零线（临界线）中心零点（临界点、极限）
2、圆对数与连续统及应用例
2.1、无量纲圆对数无穷构造集与连续统问题的衔接
2.1.1、连续统问题
2.1.2、连续统问题的无量纲圆对数证明
2.2、无量纲圆对数的分析与数值方程的衔接
2.3、无量纲圆对数与三维向量空间
2.3.1、三元数一般式与圆对数
2.3.2、二元数的一元二次一阶微分方程，微分(N=-1)；
2.3.3、三元数的一元三次二阶微分方程，微分(N=-2)；
2.3.4、三元数的一元三次二阶积分方程
2.3.5、裴波那契数列(K=+1)与圆对数衔接
2.3.6、三元数复分析数字例
2.4、三维网络圆对数复分析
2.4.1、三维网络与无量纲圆对数的衔接
2.4.2、三维网络的微分阶(±N=0,1,2)动态分析
2.4.3、三元数复分析数字例
2.4.4、一元三次方程复分析交换规则：
2.5、一元四次方程-四色定理与无量纲圆对数的衔接
2.5.1、一元四次方程
2.5.2、一元四次方程计算结果
2.5.3、一元四次方程根解析
2.5.4、四色定理背景
2.5.5、四色定理实则是解决三个核心问题
2.5.6、四色定理必要性的证明
2.5.7、四色定理充分性的证明
2.5.8、四色定理证明的积极意义与讨论
3、哥德巴赫（零点）猜想与无量纲圆对数衔接
3.1、“哥德巴赫猜想”问题
3.1.1、“哥德巴赫猜想”数学核心是什么？
3.1.2、“哥德巴赫猜想”问题
3.1.3、“哥德巴赫猜想”采用什么新的构造集证明
3.1.4、证明猜想采用的无量纲圆对数无穷构造集

3.1.5、无量纲圆对数特有的偶数性机制能自动地自证“真伪”
3.1.6、素数与无量纲圆对数关系
3.2、强哥德巴赫猜想的无量纲圆对数证明
3.2.1、强哥德巴赫猜想偶数[S=2]的证明
3.2.2、无量纲圆对数中心零线与中心零点“偶数性”
3.2.3、证明强哥德巴赫猜想结论
3.3、三个素数成为奇数的三元数的圆对数证明
3.3.1、弱哥德巴赫猜想奇数[S=3]的证明
3.3.2、孪生素数零点猜想证明
3.3.3、三个素数的圆对数的三维复分析：
3.4、（强/弱）哥德巴赫猜想证明结论
4、黎曼ζ函数（零点）猜想与圆对数证明
4.1、黎曼ζ函数（零点）猜想的背景
4.2、黎曼ζ函数与无量纲圆对数的转换
4.2.1、黎曼函数转换为无量纲圆对数
4.2.2、【预证明 1】黎曼函数与无量纲圆对数
4.3、黎曼函数与中心零点
4.3.1、【预证明 2】：证明圆对数中心零点存在性
4.3.2、【预证明 3】圆对数中心零点的同构一致性计算时间
4.3.3、黎曼函数与“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”
4.3.4、证明黎曼函数中心零点零点及功能
4.3.5、证明黎曼函数零点与无量纲圆对数中心零点稳定性
4.3.6、黎曼函数中心零点交换规则
5、郎道-西格尔（零点）猜想与圆对数中心零点证明
5.1、朗道-西格尔零点猜想产生背景
5.2、朗道-西格尔零点与黎曼函数零点的圆对数证明
5.2.1、证【1】无量纲圆对数几何图形证明
5.2.2、证【2】无量纲圆对数代数公式证明
5.2.3、证【3】黎曼函数与朗道-西格尔零点猜想的互逆一致性的存在
5.3、广义黎曼函数零点之间关系
5.4、“零点猜想”与无量纲圆对数证明结论
6、无量纲圆对数与数论的衔接
6.1、数论的背景
6.1.1、数论的发展史
6.1.2、数论的内容
6.1.3、数论的探索
6.2、数论定理
6.2.1、素数的概论
6.2.2、素数定义
6.2.3、素数有关规则
6.2.4、素数对应无量纲圆对数二个重要分析步骤

6.3、圆对数与素数定理
6.3.1、传统素数定理与圆对数概述
6.3.2、圆对数与素数的不对称性分布与映射
6.3.4、素数分布与圆对数偶数性的平衡交换机制
6.3.5、圆对数素数定理
6.4、无量纲圆对数与孪生素数零点猜想
6.4.1、素数与无量纲圆对数的映射
6.4.2、孪生素数零点猜想
6.4.3、在假设某个层次区域内圆对数素数定理
6.4.4、圆对数中心零点解释
6.4.5、素数分布通过无量纲圆对数映射结论
7、无量纲圆对数与欧氏空间-酉空间-辛空间的衔接
7.1、经典代数的概述
7.2、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间概述
7.3、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间与圆对数
7.4、欧氏空间-酉空间的行列式与圆对数空间共轭互逆对称性交换
7.4.1、任意空间数值-位值的二元数圆对数交换例
7.4.2、任意空间数值-位值的三元数圆对数交换例
7.5、无量纲构造集应用与验证
7.5.1、无量纲构造集证明数论公理化没有交换机制
7.5.2、无量纲构造集证明集合论公理化没有平衡机制
7.5.3、无量纲构造集证明范畴论公理化没有平衡机制
7.5.4、“中微子”证明了无量纲构造集
8、圆对数与逻辑数学、集合论、范畴论的衔接
8.1、近代数学的背景
8.2、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷与改造
8.2.1、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷问题的提出
8.2.2、逻辑数学、集合论、范畴论的改革拓展方向
8.3、范畴论与拓扑学
8.3.1、范畴论拓扑的局限与拓展方向
8.3.2、范畴论拓扑空间域与无量纲圆对数空间
8.4、范畴论符号（包括微积分符号）与圆对数符号衔接
8.4.1、无量纲圆对数与三维状态空间
8.4.2、圆对数空间的共轭互逆对称性的平衡交换
8.4.3、圆对数空间的共轭互逆对称性交换规则
8.4.4、柯西序列与无量纲圆对数空间
8.4.5、范畴论拓扑的模式识别与正圆模式
8.4.6、任意空间与无量纲圆对数的路径积分
8.4.7、范畴论与圆对数的衔接
9、圆对数与朗兰兹纲领的衔接
9.1、背景介绍

9.2、朗兰兹纲领猜想介绍
9.2.1、几何朗兰兹纲领猜想概述
9.2.2、几何朗兰兹纲领猜想与无量纲圆对数衔接
9.3、学习几何朗兰兹纲领试图与无量纲圆对数衔接
9.3.1、第一篇“函子”（functor）构造与圆对数衔接
9.3.2、第二篇论文研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用与圆对数衔接。
9.3.3、第三篇论文说通过 Kac-Moody 定位与全局的相互作用局部化技术与圆对数衔接
9.3.4、第四篇论文作者证明 Ambibexterity 定理与圆对数衔接
9.4、无量纲圆对数证明朗兰兹纲领
9.4.1、无量纲圆对数构造集证明朗兰兹纲领
9.4.2、无穷公理与无量纲圆对数构造
10、介绍数学史的发展与数学危机
11、无量纲与宇宙世界的联系
11.1：无量纲构造与哲学的联系
11.2：无量纲构造与宏观宇宙的联系
11.3：无量纲构造与神经网络的联系
11.4：无量纲构造与量子纠缠
11.5：新算法加快全球计算速度
11.6：无量纲构造与中微子的链接
11.7：无量纲构造与宇宙界的联系
12、结束语

解读《无量纲圆对数构造》

汪一平
中国·浙江省衢州市老科协
微信（电话）13285707958

提要： 该文在前文《无量纲圆对数》基础上进一步补充介绍无穷构造集‘无穷公理’（包含圆对数-中微子-夸克）特有的“偶数性随机与不随机‘无穷公理’平衡交换组合机制”和“无量纲中心零点-希格斯粒子”之间关系。证明：

（1）、‘无穷公理’适应总“元素-对象”不变的封闭性的特征模和圆对数中心零点对应共享的幂函数性质属性。

（2）、圆对数-中微子的平衡随机带动“元素-对象”平衡交换与平衡组合。

（3）、传统数学的运算符号在圆对数：加组合、并集等为因子相加；乘组合、交集等为圆对数幂函数因子相加。

（4）、特别补充证明“元素-对象”不能直接进行组合，是“圆对数”的随机平衡与对称性组合成为“1+1=2”（偶数）和不对称性相加为“1+2=3”（奇数）下，带动“元素-对象”的随机平衡与对称性组合。

（5）、无量纲特有的‘无穷公理可以’随机自证“真伪”的可靠性，证明传统数学-物理的“元素-对象”在平衡交换组合都保持数学的本性和零误差演绎的正确性。

关键词； 基础数学；无量纲构造集；无穷公理机制；中心零点对称性；平衡交换组合分解；

前 言

2024 年 10 月中国圆对数团队成员汪一平的《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》。简称《无量纲圆对数》。从原来“一种数学计算方法”提高到“一个数学基础理论体系”。以无量纲构造（可能包含中微子）特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”，简称‘无穷公理’机制。具体的说，进行“无关数学模型，没有具体元素干扰”的运算，和‘无穷公理’随机自证“真伪”功能的可靠性，证明传统数学-物理的“元素-对象”在平衡交换组合过程中，始终都保持数学的本性和零误差演绎的正确性。

无量纲构造依靠‘无穷公理机制’以“特征模和圆对数”一个圆对数公式，包容了全体数学体系：代数、几何、数论、群组合理论等领域，以及普适性地适应从宏观宇宙世界到中观生命世界到微观世界的中微子，包含：天文、生物、化学、哲学、经济等等体系等，以一个简单的圆对数公式，在{0,1}内全部零误差分析解决。

2022 年 4 月中国圆对数团队作者汪一平，李小坚，何华灿三人发表文章《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》(JAS)2022/4 p1-106 。首次提出了无量纲圆对数基本概念，作为计算数学考虑，有定义、定理、证明、应用等系统性阐述。举例有“高次阶方程”：“一元二、三、四、五次方程”圆对数解析。如：十一次宇宙方程由“一元‘五个最小自然数{（1,2,3,4,5）}+六个最小素数{（1+2=3）,3,5,7,9,11,13）}’组成，通过无量纲圆对数，解析获得结果竟然与现有的物理观测有关实验数据高度相符（可见该文章推导，略）。

2024 年 10 月与 2022 年 4 月二篇文章组成“无量纲构造集”，其中有“圆对数公理化假设：自身除自身不一定是 1”，建立了无量纲圆对数体系，在探索中微子中特征竟然与无量纲圆对数高度一致，为实现数学-物理的大统一提供了希望。其中还包括采用无量纲圆对数思路，破解了一大批数学难题和一系列数学计算方法的统一，以及物理的宏观宇宙-中观生命-微观中微子等等，全部可以在一个圆对数公式一体化的运算。

中国圆对数团队还惊奇地发现：原来是数学家们苦苦追索的一个新的大自然规则——“无量纲无穷公理机制”；正是 4000 年前中国古数学《易经》符号“圆里有二个（颜色不对称）黑白分明的互逆对称性的蝌蚪”，所表示的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合”正是‘无穷公理’机制；3000 年前《道德经》所说的“道生一、一生二、二生三、三生万物”生动写照的数学（圆对数）-物理（中微子）互逆反对称性的平衡交换组合分解的规则。

无量纲圆对数以无量纲“无穷公理机制”，就当前数学前沿重大课题，如：传统数学(微积分、路径积分、三维复分析)、公理化、连续统、四色定理、范畴论、黎曼零点猜想、朗兰兹纲领和探索中微子特征等敏感课题，以及在 2018-2022 年在美国“统计与数学科学”(JSSM),“格物”等发表文章。

其中：一大批数学难题：如整数定理（霍奇猜想）、同构问题（P=NP）、……。都能以一个简单的特征模和圆对数公式，尽在{0 到 1}的零误差分析解决，有望实现“数学大统一”。如果圆对数验证中微子与物理实验的中微子吻合，意味着一个新的数学基础与物理数学计算理论融合为一个新的体系诞生了。

目前，“数学大统一”“数学物理大统一”最新的数学-物理成果是：

（1）、2024 年 7 月，美国丹尼斯 · 盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和山姆 · 拉斯金（Sam Raskin）领导的团队经过 30 多年探索完成的“几何朗兰兹纲领”。经典公式“对象-态射”统一全体数学。

（2）、2024 年 10 月，中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的“无量纲圆对数构造”，也称“代数朗兰兹纲领”。经典公式“特征模-圆对数”统一全体数学。

这二个成果的数学思路相同，方法不一，各有特色。前者：采用“集合论公理化”的逻辑语言描述，后者：采用“无量纲公理化”的经典算术语言描述。都具有高度抽象概括全部数学体系的一体化的分析和运算，成为

当前数学研究最新的成果，共同促进了世界数学的发展。

（3）、2024 年 10 月，中国科学院物理学家在地下 700 深处发现“中微子”，引起了世界科学家数学家“探
索中微子”热潮。发现“中微子”与“无量纲圆对数”有许多惊人的相似，中国圆对数团队进行了推导和对比，深刻地描述了“中微子”。如果得到证实，意味着“中微子”判决性证明“无量纲圆对数”存在性、可靠性，可以实现物理与数学在“无穷公理”机制基础上实现了深刻的融合。

这里，就有关大家关注的有关“无量纲圆对数”（含中微子特征的数学描述与等待物理进一步验证）文章，以
及想到还有一些遗漏的问题，进行补充与解读，写成《解读“无量纲圆对数”》，提供大家参考、理解、讨论，提出宝贵意见。

《美国科学杂志》编辑拟组织国际各个领域专家、学者进行讨论“无量纲圆对数”出版专刊。敬请国内外专家参加讨论、投稿。也可以直接与作者（中文）微信联系、合作。谢谢大家！

1、世界数学发展的源头在中国

人类的科学事业正以飞速发展来形容。科学发展带动了社会、数学、工业、经济、文化、生活，……进步。人工智能、机器人、计算机不断地发展制作，应用深入到每个人的日常生活，改变了人类的认知和世界观。

数学的发展开始于地球上数百万年前的人类群居生活，从石头划线、画符号开始记数，后来有竹简、龟板骨刻，……。据《中国数学发展史》介绍《易·系辞》记载有“伏羲作结绳”、“上古结绳而治”，其中有 10 进制的制记数法，是“位值”制的最早使用；《史记·夏本记》使用了规、矩、准、绳等作图和测量工具；2500 年前有圆、方、平、直概念，《墨经》有某些几何概念的定义；算术运算在春秋时期已经确立，“99 表”使用了 1600 年。《周髀算经》是中国历史上最早的一批算术类经书。周就是圆，髀就是股。其中就有勾股定理的最早文字记录，即″勾三股四弦五″，亦被称作商高定理给出了证明。《庄子》则强调数学的思想。庄子和他的后学，一般认为《庄子》一书中的内篇（共 7 篇）是庄周本人所作，外杂篇（共 26 篇）是庄门后学所作。

《九章算经》、《道德经》、《孙子算经》等最早指出了数学发展规律：如“道生一，一生二，二生三，三生万物”，以及“欲算其法，先识其位”，无穷的“对折一半”等极限属性。还有解析一元二次方程、微积分数学等思路和萌芽……。10-17 世纪宋明时期达到了当时世界数学的巅峰。西方国家传教士纷纷来到中国，开始了中西结合的数学研究。中国数学也被传教士带到欧洲。历史公正地记载：欧洲数学分析也是从这个时期开始建立数学家们克服许多困难得到发展，迄今已有 400 多年。

考古学家在中国人类古遗址出土，如：四川的三星堆文物“太阳神”，浙江河姆渡“欄栅建筑”……。有的达到了 10000 年以上。中国的许多考古成就和展品在各地的博物馆，有着强大的事实和说服力，隐藏着古中国的数学、力学、……科学的发展与进步。这些科技成果在当时已经达到了世界先进水平。后人继续拓展建立新的数学。但是，古数学依然没有发掘完毕。

“伏羲女娲交尾图”竟然和 DNA 双螺旋结构相似，难道古人早已渗透人类基因？

量子纠缠可视化竟然与中国古代“太极图”类似；《易经》的“二机制”被引入“电路开与关”。

“太极图”有称“八卦”，是中国的著名作品《易经》的“在一个圆内，深浅不同颜色的二个反对称的‘蝌蚪’形状：相互对立、相互依赖、随机相互转换的生动形象”。

更令人叫绝的是：“太极图”竟然隐藏着人类还没有被大家发现的一个关键性、重要的大自然及数学规则：“无量纲的偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换机制”，简称“偶数性”平衡交换组合机制——‘无穷公理’。

这个无量纲构造和‘无穷公理’机制的发现，顺利建立“无量纲圆对数构造集”，还以第三方无量纲

构造身份，验证目前传统数学基础采用的如：“皮亚诺公理、公理化集合论”体系，被哥德尔“不完备性”之外，还具有“不完整性、不充分性”。如：数值分析的“元素”平衡不能直接“态射（交换、映射）”，逻辑分析的“对象”“态射（交换、映射）”不能“平衡”，二种数学体系不能统一。这就是克莱因所说的“不加限制的经典分析与集合论的相容性”。

严格地说：400 年来欧洲国家建立的数学体系仍然是不充分的，存在先天性缺陷。因此，造成的数学的分析越来越复杂，还达不到数学应有的严谨性的零误差性分析要求，不能满足当前科学领域高精确度分析计算的需求。同样这也是克莱因所说的“在严格基础上去建立无穷的数学”。

所说的‘无穷公理机制’是群组合转换为无量纲构造（包含物理的无穷量粒子质量），在宇宙无穷总“元素-对象”不变、特征模不变下，组成的“圆对数-中微子”的单元体的封闭圆内，进行没有具体“（质量）元素-对象”干扰，在中心零点“偶数性”对称性带动下，随机平衡交换组合分解功能和随机自证“真伪”，实现零误差的展开。有望建立了无量纲圆对数-中微子构造数学体系。

这个物理-数学体系分析，不同于经典数学的经典分析的“直接平衡”；也不同于集合论分析的“直接映射、态射”。数学证明以上二个数学体系都不能直接进行平衡交换符合分解，是一种独立的第三种无量纲数学理论解析和‘无穷公理’机制。目前的数学分析大部分集中在“二元论”对称性的$\{2\}^{2n}$范围里分析，不能进入到“三元论”对称与不对称性的$\{3\}^{2n}$范围里分析。数学（包括计算机）分析效率很低，而且还是“逼近计算”。无量纲从“一元二次、三次方程无量纲解析起步，一直到高幂次方程无量纲分析，都采用相同的方法可以获得宇宙级别整数性零误差一般解。而且在平衡交换中不改变原来数学-物理“元素-对象”，以同层次之间“交换”与不同层次之间“跨越”，实现零误差的真命题转换（交换、态射、映射）为逆命题。真正地体现了数学-物理本性和演绎的正确性。

世界数学欧洲从 17 世纪建立“数学分析”，经历 400 多年无数数学家们不懈追踪。数学经历了“简单-复杂-一体化”历程。前辈数学家的努力表达了对于“未知变量不懈的追踪”，数学继续前进。在数学史上留下了深刻的功勋，历史永远不能忘记他们不可磨灭的卓越贡献。

从数学史和物理数学学角度来看：由于发现“圆对数-中微子”具有惊人的相似特征（不破除中微子还需要深刻的验证），世界物理-数学或开启了新一轮“无量纲构造”数学新时期。

意味着人类对于数学-数学物理的统一，拓展了人类对于自然界-宇宙界广阔天空的进一步认知。中国古数学记载的“偶数性对称与不对称平衡交换组合”、“二生三、三生万物”的发展数学思想和原则，今天仍然存在深刻的、可持续创新发展的历史意义。

从中国数千年古数学到欧洲 400 年发展数学，最后被哥德尔说成是“不完备性”的缺陷再到近代无量纲构造的‘无穷公理机制’的完美解决，把它们的历程自然地链接为一体，意味着数学源头又回归中国。

2、无量纲‘无穷公理’机制充分性的数学证明

迄今，传统数学体系（指哥德尔不完备性所指的数学体系），其中包括：皮亚诺公理，集合论公理，无穷递归法等都不具有“完整性、充分性的公理”的“平衡交换”，成为数学先天性缺陷具体表现，达不到数学“零误差”分析计算。

如，“范畴论”以集合论公理以“对象”（元素的集合）、“态射、函子、自然变换、偏序集”以及集合论的“映射”等处理它们之间的关系，统一称“交换”。无穷集的整个“交换”过程不能“平衡”，很难做到逆向的（含外部、内部）的“组合与还原”，应用受到限制。

“无量纲构造”以“特征模”（元素-对象集合的平均值）和无量纲“圆对数”，以及“无穷公理的随机平衡交换”等处理它们之间的关系，统一称“平衡交换”。“无穷公理”有完整性、充分性、零误差精确性的数学分析方法。

那么有人要问：“无穷公理”可靠吗？

圆对数回答：完整性的公理应该是“无穷公理”的“随机平衡交换组合机制与随机自证真伪”。这是目

前传统数学没有的功能性。以无量纲形式处理元素-对象交换（态射、映射），在圆对数中心零点对称性带动下，没有具体元素-对象干扰，确保无量纲圆对数在无穷集的“随机性平衡交换”机制的“自证真伪”和零误差分析。因此，不存在数学基础的“不可靠、不牢固”问题。

前面已经阐述了‘无穷公理’机制的推导与证明，这里进行充分性、系列的一般性证明：我们可以发现，它们的计算方法具有同构的统一性、紧致性、偶数性（含对称与不对称）特征。

✹定义 5.1.1：“元素-对象”系列无穷集数列的集合：

$$\{X\}^{K(Z\pm S)}\in\{\{x_1，x_2，\cdots x_S\}，\cdots, x_n\};$$

进行不重复的组合与集合，产生无穷序列的子项。

✹定义 5.1.2：“元素-对象”为无穷无量纲圆对数：（进行乘组合单元体/加组合单元体）

$$(1-\eta^2)^K\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(1)}\ldots\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(S)}\}，\cdots, \{x_n/\{x_{0n}\}^{K(Z\pm S)}\};$$

✹定义义 5.1.3：“元素-对象”为无穷中任意有限序列的集合

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{无穷整数})}\in\prod\{x_1，x_2，\cdots, x_S\}^{K(Z\pm S)};$$

✹定义 5.1.4：“元素-对象”的特征模为无穷集数列集合（与组合系数结合）的均值函数：

$$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{无穷整数})}\in\sum\{x_{01}，x_{02}，\cdots, x_{0S}\};$$

其中：特征模组合系数：

$$\{x_{01}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}=1;$$

$$\{x_{02}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1)}=(1/S)^K;$$

$$\{x_{03}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2)}=[(2!/(S-0)(S-1)]^K;\ \cdots,$$

$$\{x_{0P}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}=[(p-1)!/(S-0)!]^K;\ \cdots,$$

✹定义 5.1.5：“元素-对象”的圆对数与复分析：$(1-\eta_{[A,B,C\cdots S]}{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}$

对应的乘特征模为无穷集数列集合（与组合系数结合）的均值函数：

$$\{{}^{K(S)}X\}^{K(Z\pm S)}\in\{\{{}^{K(S)}\sqrt{X}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}，\{{}^{K(S)}\sqrt{X}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1)}，\cdots\{{}^{K(S)}\sqrt{X}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=P)}\}，\cdots\}^{K(Z\pm S)};$$

对应的加特征模为无穷集数列集合（与组合系数结合）的均值函数：

$$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}\in\{\{x_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}，\{x_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}，\cdots\{x_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}\}，\cdots\}^{K(Z\pm S)};$$

进行不重复的组合与集合，产生无穷序列的子项特征模。

✹定义 5.1.6：“元素-对象”为‘无穷公理’对应无量纲同构圆对数：（进行乘组合单元体/加组合单元体）

$$(1-\eta^2)^K\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(Z\pm S\pm(q=0))}=\{x_2/\{x_{02}\}^{K(Z\pm S\pm(q=1))}=\cdots=\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P))}\};$$

其中：特征模为无穷集各个子项，都具有总“元素-对象”不变条件下分别有：乘组合的单元体、概率的加组合、拓扑的加组合、超拓扑的加组合，……；

数学证明如下：

（1）、连续型的“元素-对象”乘组合（几何平均值单元体,除全体乘组合具有整数性展开，基于整数性展开，确保零误差精确度。

乘组合单元体：$\{{}^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}$；$\{{}^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1)}$；$\{{}^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2)}$；$\ldots\{{}^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots^{无}$

穷整数)；

（2）、离散型的“元素-对象”加组合（算术平均值）单元体,除全体加组合具有整数性展开，基于整数性展开，确保零误差精确度。

加组合单元体：

$$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}；\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1)}；\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2)}；\cdots；D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{无穷整数})}；$$

无量纲同构圆对数进行同构性的乘组合/加组合：

$$\{X/X_0\}^{K(1)}\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0)}，\{x_2/\{x_{02}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1)}；\cdots；\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=S)}\}$$

$$=\{(1-\eta_1^2)^{K(Z)}，(1-\eta_2^2)^{K(Z)}，\ldots(1-\eta_n^2)^{K(Z)}\}=\{0,1\}；$$

其中：$\{x_1\}$乘组合字项，$\{x_{01}\}$加组合字项，$(1-\eta_1^2)^{K(Z)}$圆对数对应$\{x_1/x_{01}\}^{K(Z)}$的子项。

无量纲圆对数性质属性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Z)}\in\{\{x_1/x_{01}\}^{(K=\pm1)(1)}，\{x_2/\{x_{02}\}^{(K=\pm1)(Z)(2)}，\ldots，\{x_S/\{x_{0S}\}^{(K=\pm1)(Z)(S)}\}=\{0,1\}；$$

其中：K=±1 包含(+1（正向函数）,±0（转换项中心零点对应的函数）,-1（反向函数）)，与特征模和圆对数中心零点共享，控制函数的正中反向的平衡交换组合分解；

（1）、二元数无量纲圆对数系列“偶数性”的对称性平衡与组合：

$$(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\backslash(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}；$$

$$(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}\backslash(1-\eta_{[B]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,1\}；$$

二元数无量纲圆对数系列偶数性平衡不对称性组合：

$$(1-\eta_{[AB]}^2)^{K}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{C}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}；$$

（2）、三元数无量纲圆对数系列“偶数性”中心零线（临界线）的平衡与组合：

$$(1-\eta_{[c]}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}=\{0\}；$$

$$(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}=\{+1\}；(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}=\{-1\}；$$

（3）、三元数无量纲圆对数系列“偶数性”中心零点（临界点）的平衡与组合：

$$(1-\eta_{[c]}^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,3\}；$$

$$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,2\}；$$

无量纲圆对数中心零线（临界线）平衡(一般指特征模外部离散性跳跃过渡形式)

特别的，注意圆对数幂函数的差别。分别有：前者为偶数性对称性平衡，后者为偶数性平衡后的组合。二个不同概念。

（4）、无量纲圆对数平衡交换规则：不变真命题、不变特征模、不变同构圆对数，仅仅通过圆对数性质属性正中反的转换，真命题与逆命题实现互逆性的平衡交换机制。

$$\{\sqrt[K(S)]{X}\}^{K(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^{K}\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$$

$$=\{(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\}\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(K=-1)K(Z\pm S)}=\{D\}^{K(Z\pm S)}；$$

其中：无穷集各个子项（外部）之间和各个子项（内部）之间，都是不对称性，不能直接平衡交换。当“元素-对象”处于中心零点二侧，则性质改变属性。如果处于中心零点同侧，则性质改变维幂次，性质属性不变。

应用无量纲圆对数分别有二个分析步骤：

（1）、特征模中心点及周围元素“同步变化”，以圆对数方式表现特征模外部离散性过渡形式。

（2）、特征模中心点及周围元素“位值关系”，以圆对数方式表现特征模内部连续性过渡形式，解析各个根。

上述证明了‘无穷公理’。无穷序列集的各个子项具有完整性的“偶数性随机性的对称与不对称‘无穷公理’的平衡交换机制”。

无量纲特有的的“‘无穷公理’具有随机与不随机的平衡交换机制，进行零误差分析”优越性，确保无穷序列各个子项的“同构、同态、同调、同伦、紧致性”的整数性零误差展开。通过无量纲圆对数中心零点对称性，带动无穷集全体“元素-对象”的平衡交换。一旦撤销圆对数恢复原来的不对称性。

从数学史角度来看，无量纲圆对数传承了古今中外数学家成果。从“数值分析”进步到“数值-位值分析”，进行“无关数学模型、没有具体元素内容”的分析，展示了 1931 年以来实质性进步和突破性进展。

3、数学基础与‘无穷公理’

20 世纪数学最深入的活动是关于基础的探讨，这不仅牵涉到数学本性，也牵涉到数学演绎的正确性。对基础的解答：集合论公理化、逻辑主义、直观主义、形式主义形成四大学派和各种数学算法，都没有达到目的，没有对数学提供一个可普遍接受的途径。

形式主义数值分析的方程式、微积分、泛函分析、……；逻辑分析的集合论（指元素组成的集体，可分的“物”）一直到当前最好的数学成果《范畴论》出现，数学回归到“对象与态射” 的二个部分，以不变“对象”为基础，“态射”作为运算的重要部分，进行数理分析，表面上看来数学进入更抽象、更简单。

可是，四个学派谁都不能接受对方，不能统一，数学陷入了一场新的危机，当前许多数学的发展问题都被“大统一”阻挡。具体表现：康托尔的一个“自然数与实数之间有没有新的构造集？”。人类在期望、质疑……，人类对于数学的探索是不是已经达到了巅峰？

1900 年希尔伯特在世界数学大会上提出列为第一个问题为代表的 23 个数学问题：

连续统假设 CH(Continuum Hypothesis)，集中反映了 20-21 世纪数学面临困境和复杂的发展方向。

核心问题：如何用离散方法来构造连续统？满足无穷体系的“完备性与相容性、离散型与连续型”融合为一体的计算数学理论。

实践表明：大自然隐藏着“无量纲构造特有的‘偶数性’对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’的平衡交换机制”，是所有数学问题的源头，所有数学问题解决都不能离开这个机制，否则不能成立或不完整。一旦获得解决，将对整个数学基础、相关科学领域产生重大影响。具体的说“数学界的问题，以一个简单的无量纲圆对数公式，在无量纲 $\{0,1\}^{x}$ 分析解决”。复杂的世界被那么简单的无量纲圆对数公式包容，意味着数学进入无量纲分析时代。

数学基础表现：是否存在新的更强大的无穷构造集，能够融合 CH-GCH 与 ZFC 的机制，成功地把各个学派：逻辑主义-直主觉义-形式主义-哥德尔不完全定理和各种类型数学理论体系自洽地融合起来。

如果从数学角度来看：“世界存在偶数性不对称性圆，进行着对称与不对称、随机与不随机的平衡交换”，这正是满足所有的数学问题必须通过‘无穷公理’的展示，才能可靠地进行分析运算。

朗兰兹公式看起来很简单，但是涉及面很广，有代数，几何，数论，群组合，统一用一个简单的公式证明与推导。通俗地说，朗兰兹纲领是不同领域的数学（代数、几何、数论、群表示论）的某些定理是互通的，比如算术的“加减乘除”是它们的共性，在朗兰兹纲领统一的造里，它们没有实质性区别。也就是说，证明了群论的某个定理，那么就等效证明了其他领域比如说数论的某个定理。即使初看起来起来他们可能毫无关系。

核心在几个焦点问题上：

（1）、公理的完整性的公理是什么？‘公理化集合论’（含自然数公理、集合论公理、无穷递归法）的完整性问题仍然没有解决。表现在“逻辑分析的“对象”的映射，态射，不能直接平衡；反之，平衡的不能交换”。严格的说这个‘公理化集合论’仍然不满足数学严谨分析的要求。（注：采用无量纲圆对数构造的‘无穷公理-无量纲公理化’获得解决）

（2）、公理的完整性的公理表现在哪里？如，三元数组成的三维空间直接计算的$\{3\}^{2n}$目前是空白，却又是几何代数的空白点，否则这个“纲领”衔接不上。（注：采用无量纲圆对数构造获得解决）

（3）、核心作用的中心零点怎么找到？黎曼函数“中心零点”猜想涉及到几个零点猜想（黎曼零点猜想、孪生素数零点猜想、朗道-西格尔零点猜想，哥德巴赫猜想）目前还没有满意的解决。（注：采用无量纲圆对数构造可以获得解决）。

所说的中心零点（临界线、临界点）是朗兰兹纲领是他们的核心解。解决圆对数中心零点才能有偶数对称与不对称的转换，获得圆对数带动下的平衡交换。所说的完整性的公理化，其完整性应该具备“随机与不随机的平衡与交换”，还可以随机自证真伪，几个条件缺一不可。目前，中心零点还没有解决。（注：采用无量纲圆对数构造获得解决）。

但是，无量纲构造集特有的“偶数性对称与不对称，随机与不随机和‘无穷公理’的平衡交换，并且可以随机自证真伪的机制”。最关键的是“无穷公理”发挥了决定性应用。产生这个“偶数性中心零点平衡交换机制”，在逻辑数学里没有表达！在经典数学里表达不出来！物理实验发现“希格斯粒子”现象没有数学描述。可以说，‘无穷公理’还是属于数学-物理在世界的第一次提出数学描述，这个‘无穷公理’机制下，数学的“圆对数中心零点”，物理的“希格斯粒子”进行无量纲的“平衡交换组合分解”本身是不动的，保持数学-物理“元素-对象”本性，在无量纲“中心零点-希格斯粒子”带动平衡交换组合分解。其实，这个“机制”从数学的经典代数里的一元二次，三次方程就有。只是人类一直没有发现。以致“数学分析”出现如数学家伽罗瓦、阿贝尔等说“五次方程没有根式解”，数学家哈密顿等说“没有三元数”。耽搁了数百年数学健康的发展，一直到“无量纲圆对数构造”，解决“无穷公理”和中心零点的随机性“平衡交换”才能获得实质性进步。无量纲构造集通过‘无穷公理’以及证明所有的数学-物理“元素-对象”本本身不能交换，根本性颠覆了传统数学-计算物理的数学基础。

《汪一平圆对数》于 1982 年 5 月（有案可查）首次提出无量纲圆对数先是解决了“一元二、三、四、五次方程”一般解，后来被称为“无量纲构造体系”。（当时称“协调系数”，这个形式一直没有变化，当时也没有想到它是一个数学体系，后来也没有想到它是一个构造集，说明圆对数是逐渐积累知识才能发展）。

2009-2018 年新浪博客上 980 多篇科普与科学进一步公开圆对数这个思路及应用。2009-2024 连续多篇圆对数文章在《美国科学杂志》、《JCCM》（数学统计与科学）、《格物》等发表 50 多篇文章。无量纲圆对数的进步，经历了“特例-通例-概念-体现-构造”建立了“无量纲构造”，一个简单的圆对数公式解决了当前全体数学问题的分析。达到了大统一的朗兰兹纲领要求。这就是我们中国圆对数团队所说的“开启了无量纲圆对数新的数学时期”。

4、关于朗兰兹纲领

朗兰兹纲领由罗伯特·朗兰兹（Robert Langlands）在 20 世纪 60 年代创立，是对傅里叶分析的广泛概括。傅里叶分析是一种将复杂波形表示为平滑振荡三角函数波的框架。朗兰兹纲领在数学的三个不同领域中占据重要地位：数论、几何学和函数域。这三个领域通过被称为数学“罗塞塔石碑”的类比网络相互连接。

通俗地说，朗兰兹纲领是不同领域的数学（代数、几何、数论、群表示论）的某些定理是互通的，比如“加减乘除”、“二次互逆性”是它们的共性，在朗兰兹纲领统一的构造里，它们彼此之间没有实质性区别。也就是说，证明了群论的某个定理，那么就等效证明了其他领域比如说数论的某个定理。即使初看起来起来他们可能毫无关系。

如果稍微有点数学专业非常粗略的说，就是将一些表面看起来不相干的内容建立起来本质联系。

朗兰兹纲领建基于当时已存在的念头：盖尔芳特之前几年写的 《尖点形式之启示》（The Philosophy of Cusp Forms）；哈瑞希·昌得拉（en:Harish-Chandra）研究半单李群的结果和方法；而技术上则有塞

尔伯格等的塞尔伯格迹公式。朗兰兹的创见，除技术之深以外，在于他提出上述理论与数论的直接联系，以及其构想中丰富的总体结构（即所谓函子性）。

对朗兰兹纲领最强有力的支持之一，是 20 世纪 90 年代安德鲁·怀尔斯(Andrew Wiles)证明费马大定理。维尔斯的证明与其他人的工作一起导致了谷山－志村－韦依猜想的解决。该猜想揭示了椭圆曲线与模形式之间的关系，前者是具有深刻算术性质的几何对象，后者是来源于截然不同的数学分析领域的高度周期性的函数。

朗兰兹纲领则提出了数论中的伽罗瓦表示与分析中的自守型之间的一个关系网。朗兰兹纲领的根源，可以追溯到数论中最深刻的结果之一的-二次互反律。高斯二次互反律：

设 p 和 q 为不同的奇素数，则：$(p/q)\cdot(q/p)=(-1)^{(P-1)(q-1)/4}$；

二次互反律漂亮地解决了勒让德符号的计算问题（注：无量纲圆对数中写成

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)(K=-1)}=\{0,1\},$$

把二次互反律的猜想和数学运算以及中心零点对称性整合在一起)。

但第一个严格的“二次互反律”证明是由高斯在 1796 年作出的，随后他又发现了另外七个不同的证明。在《算数研究》一书和相关论文中，高斯将其称为“基石”。私下里高斯把二次互反律誉为算术理论中的宝石，是一个黄金定律。 有人说：“二次互反律无疑是数论中最重要的工具，并且在数论的发展史中处于中心地位。”高斯之后雅可比、柯西、刘维尔、克罗内克、弗洛贝尼乌斯等也相继给出了新的证明。至今，二次互反律已有超过 200 个不同的的证明。二次互反律可以推广到更高次的情况，如三次互反律等等。二次互反律被称为“数论之酿母”， 在数论中处于极高的地位。 后来希尔伯特、塞尔等数学家将它推广到更一般的情形。

朗兰兹纲领的一个最初动机，就是要对更一般情形的互反律提供完全的理解。拉佛阁所证明的相应的整体朗兰兹纲领，对更抽象的所谓函数域而非通常的数域情形提供了这样一种完全的理解。

我们可以将函数域设想为由多项式的商组成的集合，对这些多项式商可以像有理数那样进行加、减、乘、除运算。（注:这就是以后被成为无量纲圆对数的前身）。拉佛阁对于任意给定的函数域建立了其伽罗瓦群表示和与该域相伴的自守型之间的精确联系。拉佛阁还发现了一种将来可能被证明是十分重要的新的几何构造。称“几何朗兰兹纲领”。所有这些发展的影响正在波及整个数学研究领域。

现在，有一组新的论文解决了“罗塞塔石碑”几何部分中的朗兰兹猜想。德克萨斯大学奥斯汀分校的戴维·本-兹维（David Ben-Zvi）表示：“在其他任何领域，都没有如此全面和强大的结果被证明。”

“这是一种美妙的数学，是同类中最好的，”几何朗兰兹纲领的主要创始人之一亚历山大·贝林森（Alexander Beilinson）说道。

朗兰兹纲领被视为现代数学研究中最大的单项项目，被称为“数学的大统一理论”。它提出数论、代数几何、群表示论这三个独立发展的数学分支之间其实密切相关。

数学家们最后的期望：以一个简单的公式，包容现有的全部数学体系。

4.1、2024 年朗兰兹纲领研究的二个新进展

目前，“数学大统一”最新有二个的数学成果：

（A）：2024 年 7 月，美国丹尼斯 · 盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和山姆 · 拉斯金（Sam Raskin）领导的团队经过 30 多年探索完成的“几何朗兰兹纲领”。

（B）：2024 年 10 月，中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的“无量纲圆对数构造”，也称“代数朗兰兹纲领”。

这里，就“数学大统一”最新有二个的数学成果：**（A）、（B）**进行简单介绍，提供大家参考。

4.1.1、学习美国的“几何朗兰兹纲领”

“几何朗兰兹纲领”研究团队由哈佛大学教授丹尼斯·盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和耶鲁大学教授

山姆·拉斯金（Sam Raskin）领衔的团队经过 30 多年探索完成的。

数学特征：以“集合论公理化”为数学基础，以范畴论定义的“对象”（元素-对象的集合）和“态射”（运算工具和方法）”，用逻辑定义的语言和符号，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算。

首先：他们采用逻辑数学的范畴论思想并且给与提升。

(1)、定义“对象”为“全体元素-函数的集合”。

(2)、定义“态射”为“态射、函子、自变换、偏序集（非对称和传递性）”。

其次：引入亚历山大·贝林森（Alexander Beilinson）“几何朗兰兹纲领”。核心的证明内容，是关于黎曼曲面上的自相似性和对称性的深层次对应关系，用傅里叶分析的模式来解释的话，就是数学家们很早就了解了几何朗兰兹猜想的 “频谱” 一侧，但对“波” 一侧的理解则经历了漫长的过程。获得解决后打开了“几何朗兰兹纲领”的整体解决。

数学全部归纳为：五个方面问题的阐述：

第一篇研究了函子（functor）的构造，需要在特征为零的环境下，从自守（automorphic）到谱方向构造几何朗兰兹函子 LG 并证明其等价性，即能够在两个范畴之间建立一一对应的关系。

第二篇研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，证明了该函子在特定条件下确实是一个等价性函子，从而推进了几何朗兰兹猜想的证明。

所说的 Kac-Moody 代数是 1968 年，V·Kac 和 R·Moody 独立地从广义 Cartan 矩阵按照一定“程序”，构造了一个与 A 相对应的李代数 g(A)可看着有限维复半单李代数的推广。一般情况下 g(A)在性质上有许多类似于有限维复半单李代数之处。但 g(A)是无限维的。Kac - Moody 代数也可以定义根系、Weyl 群、权格、范畴论等概念，其“可积”不可约表示也由最高权决定，并且有对应的 Weyl 特征公式，但也存在不同之处，例如其对应的范畴论不是 Artinian 的。若 g 是 Kac-Moody 代数的一元，则 g 是幂(waeight)ω 的,成为幂空间。它的 Cartan 分解中，根空间仍然是个迷。上述二篇文章就是 Kac-Moody 代数理论的基础。

近 20 年来，随着 Kac-Moody 代数理论的发展，它在许多数学分支如组合数学、数论、有限群、拓扑、微分方程中应用和影响。特别是它在物理中的力学、量子物理、有不少联系。逐渐成为基础数学研究比较引人注目的一个分支。

第三篇起到了桥梁的作用，不仅将已知的等价性结果扩展到了更一般的情况。

第四篇论文中，作者们证明了一个关键的定理——Ambidexterity 定理。这个定理表明，LG-cusp（可以视为 LG 在一个特定的、更小的范畴上的行为）的左伴随和右伴随是同构的，这是证明 LG 是一个等价性函子的重要步骤。

最后一篇论文则利用这一结论将猜想推广到了一般情况，为旷日持久的证明工作画上了句号。全部文章 800 页。

“几何朗兰兹纲领”研究团队进一步发展了集合论和范畴论，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算，对数学做出了新贡献。

4.1.2、介绍中国的“代数朗兰兹纲领”

“代数朗兰兹纲领”有称“无量纲圆对数构造”，由中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的。整个体系的代表作有：

（1）、2022 年 4 月中国圆对数团队作者汪一平，李小坚，何华灿三人发表文章《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》(JAS) 。首次提出了（无量纲）“圆对数基基本概念”。

（2）、2024 年 10 月中国圆对数团队成员汪一平发表文章《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》。首次发现了第三个无穷构造集和无穷构造集特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷

公理’平衡交换机制”在{0，1}解析”。定义为“无穷构造集的无量纲圆对数构造”。

（3）、1982 年 5 月-2022 年 4 月，自发地进行“无量纲圆对数”计算，从一元二次、三次开始，到几个世纪性数学难题，如：互逆性定理、整数定理、庞加莱拓扑猜想、规范场、NS 方程、引力方程、电磁力方程、光子力方程等黎曼函数，都写成多项式(含微积分、模式识别）转换为无量纲圆对数进行零误差的解析。

数学特征：以“无穷公理化”为数学基础，以无量纲定义的“特征模”（元素-对象集合的正中反平均值）和“圆对数”（运算工具和方法）。用无量纲定义语言的算术加减乘除符号，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算。

（1）：采用一种新的无穷构造集的无量纲圆对数构造思想并且给与提升。

所说的“特征模”为“全体对象的元素-函数集合的均值函数”。

所说的“圆对数”为“全体对象的元素-函数集合内外部之间的平衡交换关系”。首先采用了新发现的实数集（几何平均值）与自然数（算术平均值）之间的无量纲关系。即：“无穷构造集——一种无量纲圆对数”和特有的“偶数性对称与不对称随机与不随机‘无量纲公理’的平衡交换机制”在$\{0,1\}^{K}$的分析。以“特征模-圆对数”进行“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的分析计算。

（2）：引入亚历山大·贝林森（Alexander Beilinson）“几何朗兰兹纲领”。核心的证明内容，是关于黎曼曲面上的自相似性和对称性的深层次对应关系，用傅里叶分析的模式来解释，就是数学家们很早就了解了几何朗兰兹猜想的 “频谱”一侧，但对“波”一侧的理解，转换为：关于黎曼曲面上的自相似性和偶数性对称性，以及泰勒级数和傅里叶波函数，以及多项式、泰勒级数，欧拉方程级数以圆对数方式描述。最困难的是：无穷构造集的无量纲圆对数和偶数性对称与不对称性用无量纲圆对数构造在$\{0,1\}^{K}$的分析。这个问题获得解决“代数朗兰兹纲领”——一个新的无量纲构造体系应运而生。

全体无量纲圆对数有 2022 年 4 月《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》与 2024 年 10 月《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》组成一个《汪一平圆对数》数学体系。

（3）：《无量纲圆对数构造》等系列文章阐述了：几个重要数学环节，具有关键性的突破：

（1），“无量纲公理”。

1931 年哥德尔“不完备性”针对的当时的数学体系指出：皮亚诺公理化、集合论公理化“不完备性”。圆对数进一步发现不完备性根源，在于“数值元素的平衡不能交换、逻辑对象不能平衡”。“没有平衡交换机制”不能直接进行平衡交换，造成数学计算程序复杂，得不到零误差的分析。

在研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，g(A)在性质上有许多类似于有限维复半单李代数之处。但 g(A)是无限维，可以转换为牛顿二项式的正则化展开。进一步提出无穷中“任意有限元素函数”都可以分别提取“数值特征模和位值圆对数”。其中：无穷构造集特有的偶数性对称与不对称性、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换机制。被称为无量纲公理。

（2）、无量纲“整数性、互逆性、同构性”

在无量纲证明“整数性（霍奇猜想）、互逆性（互逆定理）、同构性（P=NP）”，解决任意不对称、不等式的函数都具有“整数性、互逆性、同构”，可以转换为圆对数的对称性，具有了对称性的平衡为前提，才能实现交换（态射、映射等）。

（3）、无量纲与‘无穷公理’。

基于无量纲的“平衡交换”，没有具体元素-对象干扰，“随机的自证真伪”的优势。因此，‘无穷公理’具有存在性、可靠性、可操作性。彻底解决了“元素-对象”通过无量纲圆对数和圆对数中心零点带动下进行平衡交换。

（4）、“偶数性包含二元数与三元数”

对称性，有许多叫法如“共轭对称”，“偶对集”，……等，强调如二元数“偶数性对称性一面”，没有看到如三元数“偶数性不对称性一面”。有些哲学家称“共轭对称”是辩证逻辑发展的高级阶段，是最高级的哲学概念，看来有拓展的空间。

事实表明：完整的“共轭对称”或“偶数性”，具有“对称与不对称性”（即共轭互逆对称与不对称性）。迄今为止，数学与哲学始终没有满意的办法解决“共轭对称中偶数性的不对称性”方法。

（5）、“特征模与圆对数”

群组合转换为特征模为单元体，在圆对数运算中扮演了二个重要的不可或缺内容：

(a)、特征模外部：以位值圆对数的数值特征模为中心，与周围个体元素同步变化。适应系列函数，称“中心零线（临界线）”。

(b)、特征模内部：以数值圆对数的数值特征模中心与周围个体元素位置的解析。适应系列函数，称“中心零线（临界线）上的中心零点（临界点）”。

它们分别完整性表达了圆对数的平衡交换机制不仅要有完备性（外部）还要有相容性（内部），可以组成一体化条件。

（6）、无量纲平衡交换机制：

不改变命题、不改变特征模、不改变同构圆对数，仅仅以圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，把真命题平衡交换为逆命题。

$$(ABC\ldots S)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}$$

$$=[(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz+uv]]}{}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{D_0\}^{(S)}$$

$$=(1-\eta_{[xyz+uv]}{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0\}^{(K=-1)(S)}=(ABC\ldots S)^{(K=+1)(S)};$$

结论：“代数朗兰兹纲领”研究团队传承中国古数学“道生一，一生二，二生三，三生万物”的哲学数学原理，传承与拓展欧洲数学体系的集合论和范畴论，以最深刻、最抽象、最基本地概括了全部数学体系的分析运算，对数学做出了新贡献。

5、爱因斯坦相对论与无量纲圆对数

十九世纪末期是物理学的大变革时期，爱因斯坦从实验事实出发，重新考查了物理学的基本概念，在理论上作出了根本性的突破。他的一些成就大大推动了天文学的发展。他的广义相对论对天体物理学、特别是理论天体物理学有很大的影响。

爱因斯坦的狭义相对论成功地揭示了能量与质量之间的关系．坚守着“上帝掷骰子”的量子论诠释（微粒子振动与平动的矢量和）的决定论阵地，解决了长期存在的恒星能源来源的难题。

近年来越来越多的高能物理现象，狭义相对论已成为解释这种现象的一种最基本的理论工具。其广义相对论也解决了一个天文学上多年的不解之谜——水星近日点的进动。这是牛顿引力理论无法解释的，并推断出后来被验证了的光线弯曲现象，还成为后来许多天文概念的理论基础。

1905 年，爱因斯坦发表了《狭义相对论》，著名公式：

$$B=\sqrt{1-(v/C)^2}\text{ 等价于圆对数}(\eta^2)=[1-\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^K$$

前者公式以“光速不变”为相对论的比较基底，广泛应用于物理学，成为 20 世纪的相对论和量子理论的二大物理支柱。后者公式以“特征模（均值函数）”为底相对论的比较基底，发现‘无穷公理’以及“中心零点-希格斯粒子”的地位、功能、作用效果，广泛应用于数学、物理（宏观、中观、微观）的计算数学。

狭义相对论数学形式与无量纲圆对数形式类似。因此说，洛伦兹-爱因斯坦在 110 多年前就已经产生了“无量纲”思路。1915 年爱因斯坦在发表了《广义相对论》之后，感觉不够，竭尽生命最后 40 年全力探索相对论的“构造”。由于历史原因，一直到 1955 年去世没有进展。庆幸的是中国圆对数团队或很好地完成了爱因斯坦遗愿。

1982-2024 年中国的圆对数团队成员汪一平对无量纲圆对数构造的探索，拓展了“相对论”物理思路，拓展了“朗兰兹纲领”数学统一猜想。提出了无量纲圆对数以“数值特征模（正中反函数平均值）-位值圆对数”为数学基底的一一对应的相对论比较，发现无量纲特有的‘无穷公理’和“随机平衡交换与随机自证真伪”功能。超出希尔伯特元数学所容许的范围，广泛应用于模仿人类大脑思维、数学、物理学、生物学、信息传输等等的应用。

数学家们曾经期望任何一个真的语句一定会在某个公理系统的框架确立起来，或通过无量纲构造集实现。

6、费马大定理与 BSD 猜想与无量纲圆对数的证明

6.1、费马大定理背景

1665 年，费马在阅读丢番图（Diophatus）《算术》拉丁文的法文译本时，曾在第 11 卷第 8 命题旁写道：“将一个立方数分成两个不同的立方数之和，或一个四次方幂分成两个不同的四次方幂之和，或者一般地将一个高于二次的方幂分成两个不同数的同次方幂数之和，这是不可能的。关于此，我确信已发现了一种美妙的证法 ，可惜这里空白的地方太小，写不下。”（拉丁文原文: "Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet."）毕竟费马没有写下证明，而他的其它猜想对数学贡献良多，由此激发了许多大数学家们对这一猜想的兴趣。数学家们的有关工作丰富了数论的内容，推动了数论的发展。

1753 年，欧拉证明 n=3 的情况。

1825 年，勒让德和狄利克雷独立地证明了 n=5 的情况。

1839 年，拉姆证明了 n=7 的情况。

1922 年，英国数学家莫德尔提出一个著名的错误猜想，人们叫做“莫德尔猜想．”按其最初形式，这个猜想是说：“任一不可约、有理系数的二元多项式，当它的“亏格”大于或等于 2 时，最多只有有限个解．记这个多项式为 f(x，y)，猜想便表示：最多存在有限对数偶 xi，yi∈Q，使得 f(xi，yi)=0．”后来，人们错误的把猜想扩充到定义在任意数域（包含无理数域）上的多项式，并且随着抽象代数几何的出现，又重新用代数曲线来叙述这个猜想了。

而莫德尔多项式 x^n+y^{n-1} 没有奇点，其亏格为(n-1)(n-2)/2。当 n≥4 时，莫德尔多项式满足猜想的条件。因此，如果莫德尔猜想成立，那么莫德尔猜想中的方程 x^n+y^n=z^n 本质上最多有有限多个整数解。

1983 年，德国数学家法尔廷斯证明了莫德尔猜想，这从而翻开了费马大定理的新篇章．法尔廷斯也因此获得 1984 年度的菲尔兹奖。

1993 年 6 月，英国数学家安德鲁·怀尔斯宣称证明：对有理数域上的一大类椭圆曲线，“谷山—志村猜想”成立。由于他在报告中表明了无理数等式公式弗雷曲线，即恒等莫德尔猜想公式的无理数等式方程曲线，恰好属于他所说的这一大类椭圆曲线，也就表明了他最终证明了“费马大定理”；但专家对他的证明审察发现有漏洞。其实，有些漏洞是无法修复的，弗雷公式是一个无理数等式方程公式，而谷山——志村猜想的公式是有理数公式，但费马大定理的公式是整数不等式公式，故这三个个公式的数域是都不同的，从其他方面来说，弗雷公式恒等莫德尔猜想公式，这俩个公式根本就不是费马大定理的公式，也就是说，安德鲁·怀尔斯证明的定理根本就不是费马大定理。他只是断言“猜想”费马大定理成立，而不是直接证明费马大定理成立。

不管谷山——志村猜想是否成立，这与费马大定理无关。因为谷山--志村猜想的公式是有理数等式公式，而费马大定理的公式是整数不等式公式，这两个公式是不可能混在一起去的。后来，怀尔斯的努力找到了修补漏洞的方法，就是之前抛弃过的思路，最终解决了漏洞，证明猜想成立，这已经是 1995 年的事了.从而使怀尔斯获得了菲尔兹数学奖，成为 20 世纪最伟大的数学家之一。

迈克拉蒂 2003 年开始寻找费马大定理证明的简易方法。他在 2010 年第 3 期《符号逻辑公告》上曾发表过题为“用什么来证明费马大定理?格罗滕迪克与数论的逻辑”的论文。其文探讨了目前公布的证明费马大定理所用的集合论假设，怀尔斯如何使用这些假设，以及使用较弱的假设证明费马大定理的前景。他的一些观

点引起了人们的关注和讨论。读过这篇论文的中国数学家和语言学家周海中认为，迈克拉蒂从数学哲学的角度分析了证明费马大定理所用的公理化方法，提出了某些与他人有本质不同的观点，为解决数论难题提供了一种有益探索和尝试。

2019 年 1 月,迈克拉蒂在美国圣地亚哥举行的联合数学会议上报告了他用皮亚诺算法证明费马大定理的初步成果。美国数理逻辑学家哈维·弗里德曼认为,迈克拉蒂的工作迈出了第一步，希望他的工作扩大到是否仅由数字而不用集合就可以证明这一定理。迈克拉蒂说,“我相信是可以做到的，但它需要许多对数字的新见解，这将是非常困难的。”

据最近美国《科学日报》报道,美国哲学家和数学家科林·迈克拉蒂日前称：用皮亚诺算术(Peano Arithmetic)证明费马大定理比英国数学家安德鲁·怀尔斯所用的方法简单和所用的公理少,而且大多数数学家都容易看懂和理解。其言论一出,震惊了学界。

6.2、椭圆与正圆的统一——费马大定理不成立

说到费马大定理，要回溯到中国商代、古巴比伦汉莫拉比时代或者古希腊毕达哥拉斯时代，因为费马大定理是由勾股定理或者说是毕达哥拉斯定理引起的。任何一个有中学文化水平的人都能够理解，在一个直角三角形中，直角边长 a 和 b，斜边长 c，则有 $a^2+b^2=c^2$ 这样的关系存在，这在公元前 18-16 世纪中国商代、古巴比伦和以及更早的古埃及的文明中都已经得到了认识和应用，之所以在学术语言系统里通常称其为毕达哥拉斯定理，是因为毕达哥拉斯被认为是第一个用数学的严密逻辑性证明了这一定理的人。

到了三千年之后的文艺复兴时期，法国“业余数学家之王”皮耶·德·费马在研究毕达哥拉斯定理是否有无数的三元组（a、b、c）整数解满足等式时，提出了一个命题，如果这里的二次方改成三次方或者更高的幂次，则没有整数解，用数学语言表示的话就是：$a^n+b^n+c^n$ 的一种“三元数”数学问题，当 n>2 时，不存在这样一组非零整数解(a、b、c)。这就是费马大定理、 BSD 猜想、“一元三次方程”相互之间的联系。

谷山-志村猜想使用反证法，首先假设费马大定理不成立，即存在一个整数解，那么通过变换，可以将上文讲过的费马方程变换成椭圆方程的形式；那么如果谷山-志村猜想是对的，即椭圆方程都能够被模形式化，并且这个转换后的椭圆方程能被证明不能模形式化，就可以证明这个椭圆方程不存在，从而证明费马方程不能有解。接下来的 18 个月里，无数的数学家投入到证明这个椭圆方程不能被模形式化的过程中。到了 1986 年夏天，加州伯克利的肯·里贝特给出了这一证明。

证明费马大定理的历史中可以看到有：弗雷公式是一个无理数等式方程公式，实际为实数集，而谷山——志村猜想的公式是有理数公式实际为自然数集。但费马大定理的公式是整数不等式公式，故这三个个公式的数域是都不同的。其中：怀尔斯的证明中“椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）”二个数域不一致性、不能融合性的不等式成立，其实还没有完整性证明“费马大定理”。

2019 年迈克拉蒂用皮亚诺算术(Peano Arithmetic)证明费马大定理，也没有取得完整性。“费马大定理”到底能否成立？离完整性证明还有“一步之遥”。

其实，谷山-志村猜想，怀尔斯的证明、迈克拉蒂证明都是错的。根源在于如果仍然应用 17-21 世纪的传统数学工具是不可能证明。

费马大定理与 BSD 猜想要求，不改变幂维次 n，不改变 $x^n+y^n+z^n$ 元素，n≥3 存在不等式。怀尔斯的证明：“椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）”属于二个区域不能统一，说“费马大定理成立”。反之，若采用新的数学工具，如无量纲圆对数分析，“一元三次方程以及 n>2 的任意整数时”，可以获得这样一组非零整数解(a、b、c)。这就是费马大定理与 BSD 猜想相互之间的联系，解决了费马大定理与 BSD 猜想 2。意味着传统数学在“三元数”数学问题上的处理的错误。如果椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）二个区域取得统一，则可以说“费马大定理不成立”。

这是怎么一回事？

下面将证明：“椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）”可以通过无量纲圆对数形式获得一致与融合。

应用‘无穷公理’机制随机自证平衡交换组合统一起来。这里将阐述：采用无量纲圆对数构造集的证明，并且证明这二个数学问题（包括无理数等式、有理数公式、整数不等式公式）可以融合，结果证明费马大定理表达式可以成为“恒等式”。

作为第三方无量纲构造集的元素-对象本身是没有具体元素内容的干扰，其中无量纲构造集存在“偶数性”的对称与不对称性，以及无穷公理的随机自证真伪机制，具有严格性、封闭性、紧致性、同构性、同调性，以及中心零线（临界线）和中心零点（临界点）共轭互逆对称性等，使得“无量纲”不能干扰“无量纲”或随机自证，确保无量纲以第三方自身分析、验证其它构造集的公正性、精确性、权威性。

这里采用一种新的数学工具——无量纲圆对数解决“费马大定理不成立”。证明如下：

证

本文前面有连续统证明：在实数集包含有理数、无理数（乘组合、几何平均值）单元体除以自然数集、有理数（加组合、算术平均值）单元体，获得无量纲构造集的整数性展开。

模形式是一种特殊的自守形式的理论。由(J.-)H.庞加莱所发展的一般的富克斯群上的自守形式，是属于单复变函数论的一个课题。由 E.赫克所创的模形式是对于模群 Sl2(Z)或其他算术群的自守形式，就其内容和方法而言，则应为数论的一部分。它在以后的发展中与椭圆曲线理论、代数几何、表示论等有十分深刻的联系而成为数学中的一个综合性学科。

设，椭圆椭曲线属于无理数集，$\{X\}\in\prod\{x_1x_2\cdots x_{n'}\}$，乘组合单元体：

$$\{\sqrt[(n)]{X}\}^{(1)},\ \{\sqrt[(n)]{X}\}^{(2)},\ \cdots,\ \{\sqrt[(n)]{X}\}^{(n)},$$

特征模（即正圆模式，正中反向平均值）属于有理数集,加组合单元体：

$$\{X_0\}^{(1)}=\sum(1/n)(x_1+x_2+\cdots+x_n),$$

$$\{X_0\}^{(2)}=\sum(2/n(n-1))\prod_{ij=2}(x_1x_2+x_2x_3+\cdots),$$

$$\{X_0\}^{(P)}=\sum((P-1)!/n!)\prod_{ij=p}(x_1x_2\cdots x_P+x_2x_3+\cdots),$$

态勒公式即特征模形式的展开：

$$\{X_0\}^{(n)}=\{X_0\}^{(0)}+\{X_0\}^{(1)}+\{X_0\}^{(2)}+\cdots+\{X_0\}^{(P)}+\cdots;$$

圆对数判别式：

$$(1-\eta^2)^K=\{\sqrt[(n)]{X/X_0}\}^{(1)}=\{\sqrt[(n)]{X/X_0}\}^{(2)}=\cdots=\{\sqrt[(n)]{X/X_0}\}^{(n)}=\{0,1\};$$

任意函数解析度 2 的中心点，分解为二个共轭互逆不对称性子函数组成椭圆函数，分别对应 x^n+y^n。则 z^n 组成加组合单元体，对应正圆模式、特征模。

当：n≥2 的任意整数情况下，转换为费马大定理恒等式

（1）、$x^n+y^n=(1-\eta_{xy}^2)^Kz^n$。$(1-\eta^2)^K=\{0,1\}$，

（2）、皮亚诺算术以 $A^n+B^n=(1-\eta_{AB}^2)^KC^n$。$(1-\eta^2)^K=\{0,1\}$，

体现了无量纲圆对数顺利解决“椭圆椭曲线和模形式（即正圆模式）”的统一。

其中：x^n，y^n，z^n 与 A^n，B^n，C^n 等阶等价，$(1-\eta_{xy}^2)^K=(1-\eta_{AB}^2)^K$；A，B，C 为任意自然数整数，

当：n=2 的任意整数情况下，转换费马大定理恒等式

（3）、$x_0^2+y_0^2=(1-\eta_{[0]}^2)^Kz_0^2$。$(1-\eta_{[0]}^2)^K=\{1\}$，对应特征模（正圆边界不均匀分布）。

$$[(x^n+y^n)/z^n]=[(x^n+y^n)/z^n]/[(x_0^n+y_0^n)/z_0^n]\cdot[(x_0^n+y_0^n)/z_0^n][(x_0^2+y_0^2)/z_0^2]$$

$$=(1-\eta_{[0]}^2)^K[(x_0^2+y_0^2)/z_0^2];$$

（4）、$A_{00}^2+B_{00}^2=(1-\eta_{[00]}^2)^KC_{00}^2$。$(1-\eta_{[0]}^2)^K=\{1\}$，对应正圆模式（正圆边界均匀分布）。

$$[(A^n+B^n)/C^n]/[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]\cdot[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]$$

$$=(1-\eta_{[00]}^2)^K[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]。(1-\eta^2)^K=\{0,1\},$$

（5）、特征模具有边界函数相同，数值平均值相同，$[(x_0^2+y_0^2)/z_0^2]=[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]$，二者之间区别

在于特征模中心点 O 不在几何圆中心 O_0，正圆模式中心点一定在几何圆中心 O_0,这个差距以位值圆对数$(1-\eta_{[C]}^2)^K$表示：

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=[(x_0^2+y_0^2)/z_0^2]/[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]$$
$$=(1-\eta_{[0]}^2)^K/(1-\eta_{[00]}^2)^K=\{0,1\};$$

（6）、$$(1-\eta^2)^K=[(x^n+y^n)/z^n]/[(x_0^n+y_0^n)/z_0^n]\cdot[(x_0^n+y_0^n)/z_0^n]/[(x_{00}^n+y_{00}^n)/z_{00}^n]$$
$$=[(A^n+B^n)/C^n]/[(A_0^n+B_0^n)/C_0^n]\cdot[(A_0^n+B_0^n)/C_0^n]/[(A_{00}^n+B_{00}^n)/C_{00}^n]$$
$$=(1-\eta_{[0]}^2)^K+(1-\eta_{[00]}^2)^K=\{0,1\};$$

（7）、交换：元素：$[x^n, y^n, z^n]=[A^n, B^n, C^n]$等阶等价条件不变，以无量纲正圆模式为圆对数基底，以$[A_{00}^n,$

$B_{00}^n, C_{00}^n]$为介质，通过圆对数中心零点本身的交换，带动元素：$[x^n, y^n, z^n]=[A^n, B^n, C^n]$;

$$[(x^n+y^n)/z^n]=(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}[(X_{00}^2+Y_{00}^2)/Z_{00}^2]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\square 1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=^{\wedge}1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\square 1)}]\{(X_{00}^n+Y_{00}^n)/Z_{00}^n]/[(A_{00}^n+B_{00}^n)/C_{00}^n\}\leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=+1)}[(A_{00}^2+B_{00}^2)/C_{00}^2]=[(A^n+B^n)/C^n];$$

（8）、获得：$$[(x^n+y^n)/z^n]=(1-\eta_{[C]}^2)^K[(A_{00}^n+B_{00}^n)/C_{00}^n]$$

通过圆对数描述了任意椭圆到中心对称椭圆到特征模（正圆边界不均匀分布到正圆模式（正圆边界均匀分布）的过程，反映为圆对数幂函数（路径积分）的记录$(1-\eta_{[C]}^2)^K=(1-\eta_{[00]}^2)^{K(n=0,1,2,3\cdots)}$。(n=0,1,2,3…)表示每一次转换记录。

这样一来，$[(x^n+y^n)/z^n](n=0,1,2,3,\cdots n$ 整数)保持不变性，通过‘无穷公理’机制的圆对数偶数性与正圆模式（数论）建立了费马大定理恒等式。也就是说无量纲圆对数证明“费马大定理”不成立。

6.3、BSD 猜想背景

BSD 猜想，全称贝赫和斯维纳通-戴尔猜想（Birch and Swinnerton-Dyer 猜想），属于世界七大数学难题之一。它描述了阿贝尔簇的算术性质与解析性质之间的联系，而且密切联系了费马大定理。

在数学中，群表示一个拥有满足封闭性、满足结合律、有单位元、有逆元的二元运算的代数结构，包括阿贝尔群、同态和共轭类。

伽罗瓦是站在更高的层次上来看待数和运算的。在伽罗瓦看来，“数和运算”组合在一起可以构成一种数学结构，这是一种更加本质、更加抽象的数学结构，当继续把这种结构脱离“数字和常规意义上的运算”而抽象出来的时候，就形成了新的数学概念——群。

BSD 猜想：给定一个整体域上的阿贝尔簇，猜想它的莫代尔群的秩等于它的 L 函数在 1 处的零点阶数，且它的 L 函数在 1 处的泰勒展开的首项系数与莫代尔群的有限部分大小、自由部分体积、所有素位的周期以及沙群有精确的等式关系。

所说的阿贝尔群(Abelian Group)，又称交换群或加群，是这样一类群：

它由自身的集合 G 和二元运算“乘与加”构成。它除了满足一般的群公理，即运算的结合律、G 有单位元、所有 G 的元素都有逆元之外，还满足交换律公理。因为阿贝尔群的群运算满足交换律和结合律，群元素乘积的值与乘法运算时的次序无关。

阿贝尔群的概念是抽象代数的基本概念之一。其基本研究对象是模和向量空间。阿贝尔群的理论比其他非阿贝尔群简单。有限阿贝尔群已经被彻底地研究了。无限阿贝尔群理论则是目前正在研究的领域，迄今为止没有解决。

前半部分通常称为弱 BSD 猜想。BSD 猜想是分圆域的类数公式的推广。格罗斯提出了一个细化的 BSD 猜想。布洛克和加藤提出了更一般的对于 motif 的 Bloch-Kato 猜想。

BSD 猜想的陈述依赖于莫代尔定理：整体域上的阿贝尔簇的有理点形成一个有限生成交换群。精确的部分依赖于沙群的有限性猜想。

对于解析秩为 **0** 的情形，Coates，Wiles，Kolyvagin，Rubin，Skinner，Urban 等人证明了弱 BSD 猜想，并且精确的 BSD 猜想在 2 以外均成立。

对于解析秩为 **1** 的情形，Gross，Zagier 等人证明了弱 BSD 猜想，并且精确的 BSD 猜想在 2 和导子以外均成立。

6.4、BSD 猜想证明

由于莫代尔不可能三角定律影响，如哈密顿在解决二元复分析后，向三元复分析遇到了“一元数与二元数乘组合的平衡交换的困难”说没有“三元数”即 $A^3+B^3+C^3=0$；或 $A^n+B^n+C^n=0$；不能获得整数性解析。使得三元数得不到拓展，成为空白。

BSD 猜想证明要求：它由三元数自身的集合 G 和三元运算“乘与加”构成。它除了满足一般的群公理，即运算的结合律、单位元、逆元之外，还满足交换律公理。

众所周知，线性方程式：$A+B+C=0$， 椭圆方程式：$A^2+B^2+C^2=0$； 这种恒等式是容易证明的，而且与三角形、勾股定理密切联系。

证

设，几何自守函数为无理数集（椭圆函数）

$$\{\mathbf{R}\}=(\mathbf{ABC})\in(\mathbf{A^nB^nC^n})\in\prod\{(a_1a_2\cdots a_n),\ (b_1b_2\cdots b_n),\ (c_1c_2\cdots c_n)\},$$

几何自守函数为无理数集特征模乘组合单元体：

$$\{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}}\}^{(1)},\ \{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}}\}^{(2)},\ \cdots,\ \{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}}\}^{(n)},$$

算术自守函数为有理数集特征模（即正圆模式，正中反向平均值）属于有理数集,加组合单元体：

$$\{\mathbf{R_0}\}^{(1)}=\sum(1/n)(\mathbf{R}_1+\mathbf{R}_2+\cdots+\mathbf{R}_n),$$

$$\{\mathbf{R_0}\}^{(2)}=\sum(2/n(n-1))\prod_{ij=2}(\mathbf{R_1R_2}+\mathbf{R_2R_3}+\cdots),$$

$$\{\mathbf{R_0}\}^{(P)}=\sum((P-1)!/n!)\prod_{ij=p}(\mathbf{R_1R_2}\cdots\mathbf{R}_P+\mathbf{R_2R_3}+\cdots),$$

泰勒（特征模）展开：

$$\{\mathbf{R_0}\}^{(n)}=\{\mathbf{R_0}\}^{(0)}+\{\mathbf{R_0}\}^{(1)}+\{\mathbf{R_0}\}^{(2)}+\cdots+\{\mathbf{R_0}\}^{(P)}+\cdots;$$

圆对数判别式：

$$(1-\eta^2)^K=\{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}/\mathbf{R_0}}\}^{(1)}=\{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}/\mathbf{R_0}}\}^{(2)}=\cdots=\{\sqrt[(n)]{\mathbf{R}/\mathbf{R_0}}\}^{(n)}=\{0,1\};$$

任意函数解析度 2 的中心点，分解为二个共轭互逆不对称性子函数组成椭圆函数，分别对应 x^n+y^n。则 z^n 组成加组合单元体，对应正圆模式、特征模。由 BSD 猜想可以推出奇偶性猜想、西尔维斯特猜想等很多猜想。其中最著名的是无平方因子的正整数一定可以成为某个有理边长直角三角形的面积。

$$(1-\eta^2)^{(K=1)}=(1-\eta^2)^{(K=1)}+(1-\eta^2)^{(K=0)}+(1-\eta^2)^{(K=1)}=\{0,2\};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=0)}=(1-\eta^2)^{(K=1)}+(1-\eta^2)^{(K=1)}=\{0,1\};$$

其中：$(\mathbf{A^nB^nC^n})$对应（群组合外部）特征模，圆对数中心零点对称性为中心零线（临界线）；

$(\mathbf{a^nb^nc^n})$对应（群组合内部）特征模，圆对数中心零点对称性为中心零点（临界点）；

如果，$\mathbf{A^nB^nC^n}$ 以三元数的一元三次方程出现，则一元三次方程式可以分别提取“数值特征模”和“位值圆对数”，转换为无量纲‘无穷公理’的圆对数证明，由圆对数偶数性中心零点对称性带动三元数的平衡交换组合分解。

（一）、BSD 猜想对应$\{\mathbf{R_0}\}$的三次方程式中：

已知：几何 L 函数（乘组合）边界函数$\{\mathbf{R^n}\}$特征模$\{\mathbf{R_0^n}\}$，或算术 L 函数（加组合）边界函数$\{\mathbf{D^n}\}$特征模$\{\mathbf{D_0^n}\}$，二个函数皆可以采用无量纲圆对数进行分析。

运算与推导：以 **A，B，C** 对应$\{\mathbf{R}\}$，$\{\mathbf{R_0}\}$，$\{\mathbf{R_{00}}\}$**分别替代** $\mathbf{A^n}$，$\mathbf{B^n}$，$\mathbf{C^n}$ 对应$\{\mathbf{R^n}\}$，$\{\mathbf{R_0^n}\}$，$\{\mathbf{R_{00}^n}\}$

特征模：$\{\mathbf{R_0}\}^{(1)}=\sum(1/3)(\mathbf{A+B+C})$，$\{\mathbf{R_0}\}^{(2)}=\sum(2/n(n-1))\prod_{ij=2}(\mathbf{AB+BC+CA})$，

圆对数判别式： $\Delta=(\eta^2)^K=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}/\mathbf{R}_0}\}^{(1)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}/\mathbf{R}_0}\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}/\mathbf{R}_0}\}^{(3)}=\{0,1\};$

根据前述（三元数复分析）推导：

三个连乘组合转换为三个圆对数加组合，圆对数中心零点在“一个元数与二个元数之间”，成为“偶数性”不对称性分布，即不对称性$\{A\cdot(B\cdot C)\}$转换为对称性$[(1-\eta_{[A]}^2)^K+(1-\eta_{[A]}^2)^K+(1-\eta_{[A]}^2)^K+]$对应$\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$

特别的，三元数（不对称性分布）交换规则中必须通过圆对数“偶数性”中心零点对称性，在中心零点左右二侧的“偶数性总和相同”的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以对称与不对称、‘无穷公理’随机与不随机的平衡交换组合分解，带动了“元素-对象”数值

的平衡交换组合分解。

$$\{A\cdot(B\cdot C)\}=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)};$$
$$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)};$$

（二）、交换规则：三个“元素-对象”命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，仅仅通过圆对数性质属性的正中反向的改变，真命题交换（改变、映射、态射）成为逆命题

圆对数中心零点平衡交换组合分解的交换：

（**1**）、无量纲圆对数中心零线（临界线）系列：（适应特征模外部）对应特征模$\{ABC\}^{(Kw=\pm0)}$

整体性转换：

$$ABC^{(K=-1)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}}\}^{(K=-1)(3)}=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}}\}^{(K=+1)(3)}=CBA^{(K=+1)};$$

简写： $$ABC^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)(3)}\leftrightarrow(CBA)^{(3)};$$

跨维幂次转换：

$$A=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}=BC;$$
$$A^{(1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)(3)}\leftrightarrow(B+C)^{(2)};$$

跨维幂次分解：

$$ABC=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[CA]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=-1)}+]\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}+]\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}$$
$$=\{A(=C\cdot B),B(=A\cdot C),C(=A\cdot B)\}^{(1)};$$

简写： $$ABC^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow A+C+B;$$

（**2**）、无量纲圆对数中心零点（临界点）：（适应特征模内部）对应特征模$\{abc\}^{(Kw=\pm0)}\in\{ABC\}^{(Kw=\pm0)}$

整体性转换：

$$abc^{(K=-1)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}}\}^{(K=-1)(3)}=(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{\mathbf{R}}\}^{(K=+1)(3)}=cba^{(K=+1)};$$

简写： $$abc^{(3)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(cba)^{(3)};$$

跨维幂次转换：

$$a=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[abc]}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[cba]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}=BC;$$
$$A^{(1)}\leftrightarrow(ABC)^{(K=\pm0)(3)}\leftrightarrow(B+C)^{(2)};$$

跨维幂次分解：

$$ABC=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(3)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[CA]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=-1)}+]\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}+]\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}$$
$$=\{a(=c\bullet b),b(=a\bullet c),c(=a\bullet b)\}^{(1)};$$

简写：$$abc\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow A+C+B;$$

其中：数值特征模：$\{\mathbf{D}_0^n\}\leftrightarrow\{R_0^2\}=R_{0x}^2+R_{0y}^2+R_{0z}^2=\{\mathbf{R}_0^n\}\leftrightarrow$ 正圆模式 $\{R_{00}^2\}=R_{00X}^2+R_{00Y}^2+R_{00Z}^2$；以 $(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}=\{R_{00}^2\}$ 为无量纲圆对数为基底。

（三）、解析：三元数的根。

$$\mathbf{A}\bullet\mathbf{B}\bullet\mathbf{C}=(1-\eta^2)^K\{\mathbf{R}_0\}^{(3)}，\text{还原为 }\mathbf{A}^n\bullet\mathbf{B}^n\bullet\mathbf{C}^n=(1-\eta_{[n]}^2)^K\{\mathbf{R}_0^n\}^{(3)};$$

无量纲圆对数中心零点对称性：

根据圆对数判别式：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\{\eta_{[A]}^2/\mathbf{R}_0^2\}+\{\eta_{[B]}^2/\mathbf{R}_0^2\}+\{\eta_{[C]}^2/\mathbf{R}_0^2\})=\{0\};$$

或：$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{[A]}^2/\mathbf{R}_0^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2/\mathbf{R}_0^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_{[A]}^2/\mathbf{R}_0^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2/\mathbf{R}_0^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2/\mathbf{R}_0^2)^{(K=-1)}=\{0,3\};$$
$$(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}-(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}=0;$$

或：$$(1-\eta^2)^K=(1+\eta_{[A]}/\mathbf{R}_0)^K+(1-\eta_{[B]}/\mathbf{R}_0)^K+(1-\eta_{[C]}/\mathbf{R}_0)^K=\{0,3\};$$
$$(+\eta_{[A]})+(-\eta_{[B]})+(-\eta_{[C]})=0;$$

获得：三个概率根元数：

$$\{A\}=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}\text{对应 X 轴线；}$$
$$\{(B\}=[(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}\text{对应 Y 轴线；}$$
$$\{C)\}=[(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(1)}\text{对应 Z 轴线；}$$

三个拓扑根元数：

$$\{BC\}=[(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}\text{对应 YOZ 平面对应 X 轴线；}$$
$$\{(CA\}=[(1-\eta_{[CA]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}\text{对应 ZOX 平面对应 Y 轴线；}$$
$$\{AB)\}=[(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=-1)}]\bullet\{\mathbf{R}_{00}\}^{(2)}\text{对应 XOY 平面对应 Z 轴线；}$$

通过圆对数组成（加或乘）结合律和交换律，克服了传统数学不能直接平衡交换的难题，或者说补充证明传统数值分析和逻辑代数范畴论的不能直接态射、映射以及经典分析不能直接平衡的数学依据。

其中：特征模：正圆边界不均匀分布$\{\mathbf{R}_0\}$,正圆模式：正圆边界均匀分布）$\{\mathbf{R}_{00}\}$

$$(1-\eta_{[C]}^2)^K=(1-\eta_0^2)^K+(1-\eta_{00}^2)^K=\{\mathbf{R}_0\}/\{\mathbf{R}_{00}\}=\{0,1\};$$

获得：

（1）、“费马大定理”：

$$x^n+y^n+z^n=(1-\eta_{[n]}^2)^K\{\mathbf{D}_0^n\}\leftrightarrow x_0^2+y_0^2+z_0^2=(1-\eta_{[n]}^2)^K\{\mathbf{D}_0\}^2,$$

（2）、“BSD 猜想”

$$A^n+B^n+C^n=(1-\eta_{[n]}^2)^K\{\mathbf{R}_0^n\}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_0^2)^K\leftrightarrow(1-\eta_{00}^2)^K\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^K[A_{00}^2+B_{00}^2+C_{00}^2],$$

其中：$(1-\eta_{[n]}^2)^K\neq1$；(n=3,…无穷整数)

当： $(1-\eta_{[n]}^2)^K=1$；即为直角三角形。

$$A^2+B^2=C^2=2\{\mathbf{R}_{00}^2\}\leftrightarrow2\cdot(\pi/2)\cdot\{\mathbf{R}_{00}^2\},$$

$$A^2+B^2[=(\pi/2)\cdot\{\mathbf{R}_{00}^2\}]=C^2[=(\pi/2)\cdot\{\mathbf{R}_{00}^2\}];$$

证明过程出现的$(1-\eta_{\Delta[ABC]}^2)^{(Kw=\pm0)}$与$(1-\eta_{\Delta[abc]}^2)^{(Kw=\pm0)}$对应$\{D_0\}^{(3)}$强调中间媒介的过渡作用，体现三元数（不对称性数值）的偶数性平衡交换组合分解作用。A 与 BC(或 a 与 bc)在‘无穷公理’机制的圆对数中心零点对称性平衡下带动 A，B，C(或 a，b，c)的交换，称三元数的“偶数性”的不对称性、随机平衡交换组合分解和自证真伪的特征。

二个证明分别为“费马大定理”和“BSD 猜想”通过‘无穷公理’机制的充分性和必要性证明，二者相互补充融合，缺一不可。

7、微观粒子与无量纲圆对数

中微子，又译作微中子，是轻子的一种，是组成自然界的最基本的粒子之一，常用符号希腊字母 ν 表示。中微子个头小、不带电，可自由穿过地球，自旋为(1/2)，质量非常轻（有的小于电子的百万分之一），以接近光速运动，与其他物质的相互作用十分微弱，号称宇宙间的″隐身人″、“幽灵粒子”。科学界从预言它的存在到发现它，用了 20 多年的时间。

2013 年 11 月 23 日，科学家首次捕捉高能中微子。他们利用埋在南极冰下的粒子探测器，首次捕捉到源自太阳系外的高能中微子。

2022 年 5 月，中国主持的第二个大型中微子实验项目－江门中微子实验，正在抓紧建设。江门中微子实验是以测量中微子质量顺序为首要科学目标的大科学装置。

7.1.1、“中微子”的数学描述：

（1）、特征向量的新公式描述中微子

今年 8 月，彼得·丹顿（Peter B.Denton），美国布鲁克黑文国家实验室的助理物理学家。斯蒂芬·帕克（Stephen J. Parke），新西兰物理学家。张西宁（Xining Zhang），就读于芝加哥大学，从事理论粒子物理研究，斯蒂芬·帕克的弟子。这三位物理学家按照计划进行关于“中微子”的研究。他们却怎么也没有想到，这次物理实验会闹翻了数学界。

他们发现了一条全新求解特征向量的公式，吸引了数学界各路吃瓜群众，他们称这将可能导致教科书改革。

当他们在计算中微子振荡概率时发现，特征向量和特征值的几何本质，其实就是空间矢量的旋转和缩放。而中微子的三个（**e** 电子，**μ** 子，**τ** 子），就相当于空间中的三个向量之间的变换。

中微子振荡是一种量子力学现象。实验发现，**e** 电子中微子、**μ** 子中微子和 **τ** 子中微子这三种中微子之间是可以相互转化的，而这就是中微子振荡现象。

而他们发现了求解特征向量的新公式，知道特征值，只需要列一个简单的方程式，特征向量便可迎刃而解。

$$|\widehat{U}_{\alpha i}|^2=\frac{(\lambda_i-\xi_\alpha)(\lambda_i-\chi_\alpha)}{(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)}$$

一周后，陶哲轩与 3 位物理学家一起发表了论文，阐述了这个公式的证明过程。此文一出，瞬间让整个数学圈都炸锅了。耶鲁大学数学家 Van Vu 则用“惊人”和“有趣”两个词来形容这一发现。一位 Hacker News 网友甚至认为，这一公式的理论价值在克莱姆法则之上。克莱姆法则是线性代数中的基本定理，用行

列式计算出 n 元一次方程组的解。“这个公式看起来好得令人难以置信。”就连已经证明了公式是正确的陶哲轩也表示，“我完全没想过，子矩阵的特征值编码了原矩阵特征向量的隐藏信息。”这意味着特征向量和特征值之间，可能存在更普遍的规律。

如果公式是正确的，就表示只需要通过删除原始矩阵的行和列，创建子矩阵。再将子矩阵和原始矩阵的特征值组合在一起，就可以计算原始矩阵的特征向量。简而言之，已知特征值，一个方程式就可以求得特征向量。

这里将介绍无量纲圆对数的计算，已知边界函数，特征模（正中反平均值）就可以采用无量纲圆对数计算。比特征向量公式的计算更简单、统一、零误差。

（2）、无量纲圆对数描述中微子

从数学角度来说：中微子属于“偶数项”三元数的不对称性分布。可以采用‘无穷公理’的“偶数性”不对称量粒子，随机与不随机进行平衡交换组合进行数学描述。

[**eμτ**]在‘无穷公理’机制不随机的平衡交换组合分解中，不改变原来量粒子，不改变特征模（量粒子平均质量），不改变同构圆对数，仅仅依靠幂函数性质属性的改变，由正向粒子转换为负向粒子。反之也成立。与“↔”表示。

中微子二阶对称性描述（辐射、振荡）$(\mu\tau)^{(K=+1)}$或电子旋转$\{e^{(K=-1)}\}$；“偶数性”对应电子二价$\{e=\mu\tau\}^{(2S)}$

$$(\mu\tau)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[\mu\tau]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_{0[\mu\tau]}\}^{(K=-1)(2S)};$$

中微子的平衡交换：

$$(\mu\tau)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[\mu\tau]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=+1)(2S)};$$

$$=[(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_0\}^{(2S)}$$

$$=(1-\eta_{[e]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(2S)}=\{e^{(K=-1)}\};$$

比较：中微子[**eμτ**]按三个数计算：特征向量的新公式描述中微子的公式中：当：[**μ≠τ**]时，**e∈ e_1e_2，虽然 $e_1=e_2$** 电量相同，可以是不同能量轨道产生电能不相同对应不同的[**μ，τ**]。因此能量不一定等于 **μ+τ** 能量组成偶数项的二个不对称子项，通过‘无穷公理’机制，不改变[**eμτ**]命题圆对数中心零点随机带动

$(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)$不妥，应该是已知的三个不同的相互作用的特征值$\{D_0\}\in(\lambda_j),(\lambda_i),(\lambda_k)$对应中微子[**eμτ**]组成（特征模）。

$(\lambda_i-\xi_\alpha)(\lambda_i-x_\alpha)$不妥，应该是已知的三个不同的相互作用的特征向量$(\xi_{\alpha\beta\gamma})\in(\xi_\alpha)\cdot(\xi_\beta)\cdot(\xi_\gamma)$组成（能量函数），

乘组合单元体：$(\xi_{\alpha\beta\gamma})^{(1)}=\{\sqrt[(3)]{(\xi_\alpha)\cdot(\xi_\beta)\cdot(\xi_\gamma)}\}^{(1)}$，$(\xi_{\alpha\beta\gamma})^{(2)}=\{\sqrt[(3)]{(\xi_\alpha)\cdot(\xi_\beta)\cdot(\xi_\gamma)}\}^{(2)}$，

加组合单元体：$\{D_0\}^{(1)}=(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)=(1/3)(\lambda_j+\lambda_i+\lambda_k)$；$\{D_0\}^{(2)}=(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)=(1/3)(\lambda_i\lambda_j+\lambda_j\lambda_k+\lambda_k\lambda_i)$

$(1-\eta_{[e\mu\tau]}{}^2)^{(K=\pm1)}=[(\xi_{\alpha\beta\gamma})/\{D_0\}]^{(1)}=[(\xi_{\alpha\beta\gamma})/\{D_0\}]^{(2)}=[(\xi_{\alpha\beta\gamma})/\{D_0\}]^{(3)}=(1-\hat{u}_{\alpha i}{}^2)=\{0,1\}$；；

结论：这个矢量计算不妥的根源在于：传统数学三元数采用对称性计算，是不存在的。三个特征向量(**eμτ**)存在相互作用存在不对称性。如$(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)$中，$\lambda_i{}^2$不存在，三个矢量（特征向量）“2-2 组合”$\{D_0\}^{(2)}=(\lambda_i-\lambda_j)(\lambda_i-\lambda_k)=(1/3)(\lambda_i\lambda_j+\lambda_j\lambda_k+\lambda_k\lambda_i)$组成，对应三个不同能量的[**eμτ**]。

7.1.2、“夸克”的数学描述：

夸克互相结合，形成一种复合粒子，叫强子，强子中最稳定的是质子和中子，它们是构成原子核的单元。由于一种叫“夸克禁闭”的现象，夸克不能够直接被观测到，或是被分离出来，只能够在强子里面找到夸克。就是因为这个原因，我们对夸克的所知大都是来自对强子的观测。

所有的中子都是由三个夸克组成的，反中子则是由三个相应的反夸克组成的，比如质子，中子。质子由两个上夸克和一个下夸克组成，中子是由两个下夸克和一个上夸克组成。

我们知道夸克有六种，夸克的种类被称为“味”，它们是上、下、粲、奇、底及顶。上及下夸克的质量是所有夸克中最低的。较重的夸克会通过一个叫粒子衰变的过程，来迅速地变成上或下夸克。粒子衰变是一个从高质量态变成低质量态的过程。就是因为这个原因，上及下夸克一般来说很稳定，所以它们在宇宙中很常见，而奇、粲、顶及底则只能经由高能粒子的碰撞产生（例如宇宙射线及粒子加速器）。

从数学角度来说：“夸克”属于三元数的“偶数性”不对称性分布。可以采用‘无穷公理’的“偶数性”不对称量粒子，随机与不随机进行平衡交换组合分解进行数学描述。

夸克量子纠缠粒子三维阶空间三阶不对称性进动（辐射、振荡）$\{(2/3)u\cdot(1/3)d\}^{(K=+1)}=2ud=ud\}^{(3S)}$或电子旋转$\{e^{(K=-1)}\}$；“偶数性”对应三价电子$\{e=ud\}^{(3S)}$：

$$(e\text{-}ud)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[eud]}{}^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0\}^{(K=\pm1)(3S)};$$

$$(2ud)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[2ud]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=+1)(3S)}$$

$$=[(1-\eta_{[e\cdot 2u\cdot d]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[e\cdot 2u\cdot d]}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[e\cdot 2u\cdot d]}{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(3S)}$$

$$=(1-\eta_{[e]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(3S)}=\{e^{(K=-1)(3S)};$$

7.2、奇异粒子与无量纲圆对数联系

7.2.1 奇异粒子背景

1947 年在宇宙射线的研究中，首先观察到了奇异粒子，但只是在 1954 年加速器实验中产生了奇异粒子之后，再经过系统研究，这类粒子的“奇异”特性才逐渐明朗。所谓奇异粒子，是指当时新发现的一大批新粒子。

特点是：当它们由于粒子之间相互碰撞而产生时，总是一起产生，而且产生得很快，可是衰变却各自独立地行事，而且衰弱得很慢。简单说来，就是它们总是协同产生、非协同衰变。当时对最轻的奇异粒子（现在称为 K 介子）的衰变过程发现了一个疑难，即所谓的“ θ - τ ”疑难。这个疑难在于：实验中发现了质量、寿命和电荷都相同的两种粒子，一个叫 θ 介子，另一个叫 τ 介子。这两种粒子唯一的区别在于： θ 介子衰变为两个 π 介子，而 τ 介子衰变为三个 π 介子。分析实验结果可以得出：三个 π 介子的总角动量为零，宇称为负，而两个 π 介子的总角动量如为零，则其宇称只能为正。鉴于质量、寿命和电荷这三项相同，这两种粒子应是同一种，但从衰变行为来看，如果宇称应守恒，则 θ 和 τ 不可能是同一种粒子。1956 年，李政道和杨振宁对历史和现状作了全面考察，他们指出，这一疑难的关键在于人们认为微观粒子在运动过程中宇称必须守恒，强相互作用和电磁相互作用的过程中，宇称守恒是经过检验的，但在弱相互作用的过程中，宇称并没有得到判决性的检验，没有根据说它一定守恒。

特点是：当它们由于粒子之间相互碰撞而产生时，总是一起产生，而且产生得很快，可是衰变却各自独立地行事，而且衰弱得很慢。简单说来，就是它们总是协同产生、非协同衰变。1953 年盖耳曼用一个新的量子数，即奇异数来表述这一特性，并假定在强相互作用中奇异数守恒，而在弱相互作用中奇异数可以不守恒，这样就可以对奇异粒子的特性作出恰当的解释。

当时对最轻的奇异粒子(现在称为 K 介子)的衰变过程发现了一个疑难，即所谓的" θ - τ "疑难。这个疑难在于:实验中发现了质量、寿命和电荷都相同的两种粒子，一个叫 θ 介子，另一个叫 τ 介子。这两种粒子唯一的区别在于: θ 介子衰变为两个 π 介子，而 τ 介子衰变为三个 π 介子。分析实验结果可以得出:三个 π 介子的总角动量为零，宇称为负，而两个 π 介子的总角动量如为零，则其宇称只能为正。鉴于质量、寿命和电荷这三项相同，这两种粒子应是同一种，但从衰变行为来看，如果宇称应守恒，则 θ 和 τ 不可能是同一种粒子。

李政道和杨振宁研究成果

1956 年，李政道和杨振宁对历史和现状作了全面考察，他们指出，这一疑难的关键在于人们认为微观粒子在运动过程中宇称必须守恒，强相互作用和电磁相互作用的过程中，宇称守恒是经过检验的，但在弱相互

作用的过程中，宇称并没有得到判决性的检验，没有根据说它一定守恒。

奇异粒子是一类亚原子粒子的统称。与奇异粒子相对的是普通粒子，包括质子、中子、π介子等普通的强子和轻子。1947 年罗彻斯特(G. D. Rochester)和巴特勒(C.C.Butler，1922-)在宇宙射线中发现了Λ、K、K等一些性质奇特的粒子。1953 年在加速器中又陆续发现了更多的奇异粒子。与普通粒子不同，奇异粒子总是在强相互作用中很快地、至少两个一起同时产生，而后分别通过弱相互作用慢慢地衰变成为非奇异的粒子。

盖耳曼等研究成果

1953 年，美国物理学家盖尔曼、日本物理学家中野董夫、西岛和彦(K.Nishijima)各自独立地提出用新的量子数--奇异数解释奇异粒子的性质。奇异数只能去取整数，并且规定普通粒子的奇异数是 0，奇异粒子的奇异数由以下反应规定： π ＋p → Λ＋ K

规定K粒子的奇异数是+1，Λ的奇异数是-1，然后由其它反应确定其余粒子的奇异数。

奇异数 S=+1 的奇异粒子有K、K等。

奇异数 S=-1 的奇异粒子有K、Λ、Σ、Σ、Σ等。

奇异数 S=-2 的奇异粒子有Ξ、Ξ等。

奇异数 S=-3 的奇异粒子有Ω等。

在强相互作用中，奇异粒子协同产生，奇异数 S 是严格守恒的。奇异粒子可以分别独立地衰变成几个普通粒子，所需的时间比较长，是通过弱相互作用实现的。弱相互作用中，奇异数 S 可以不守恒，ΔS=0,±1。

如果在弱相互作用过程中，宇称可以不守恒，则θ-τ疑难将迎刃而解。

7.2.2 奇异粒子怎样改变物理性质？

根据 2024.11.7.美国《大众机械》报道：奇异粒子可以改变物理性质。这究景是怎么回事？

16 年来，科学家们一直假定存在一种被称为半狄拉克费米子的准粒子。如今一项新研究声称研究人员已经在一种半金属材料中发现这些粒子，这种材料像正常材料一样导电，但在极端条件下会表现出量子行为。

当这些粒子在受到流向特定方向的磁场影响时，它们没有质量，当方向改变时，它们拥有质量。研究人员说：这种粒子非常想象你走在大街道上，如果毕直着走，非常轻松，没有质量。但如果向东或向西 90 度转弯，你就感觉超级重。亚原子世界充满了量子物理和经典物理领域的许多谜团。

众所周知，当粒子冷却到绝对零度时，它们的行为会变得奇怪，开始出现量子效应。对于一些粒子来说，会产生超导性——由于缺乏电阻，而电流在理论上可永远存在。对于其它粒子，比如半狄拉克费米子，这意味着质量随电磁场方向波动。这是美国《物理评论 X》杂志一篇论文中的结论。英国《新科学家》周刊称，这种材料表现量子效应，使粒子“好像自我增强的波，围绕涡旋流动”，这符合“越接近绝对零度，物质性质越奇怪”的箴言。因为这些准粒子介乎于金属中正常电子和宇宙流动的无质量中微子之间的中间地带。对于这些粒子的进一步研究、探索或有助于解开各种物理问题，包括库仑相互作用和其它量子现象。

7.2.3、 奇异粒子与无量纲圆对数描述

奇异粒子：**π+ p → Λ+K。**包含着奇异数 S=+1 的奇异粒子，奇异数 S=-1 的奇异粒子，奇异数 S=-2 的奇异粒子，奇异数 S=-3 的奇异粒子。

设：奇异粒子：具有共轭互逆性对称与不对称$(\pi p)^{(K=+1)}$ • $(\Lambda K)^{(K=-1)}$状态，以微积分二阶能量$\{D\}^{(2n)}$表示已知，以及能量平均值$\{D_0\}^{(2n)}$。

组成一元四次对称与不对称方程（可见四色定理类似不同组合描述），转换为无量纲圆对数在{0,1}解析。

奇异粒子（对应为二阶能量计算），其对称性描述正向（辐射、振荡）$(\pi p)^{(K=+1)}$或负向旋转$\{\Lambda K^{(K=-1)}\}$；“偶数项”对应$(\pi p)^{(K=+1)}$ 与 $(\Lambda K)^{(K=-1)}$，以无量纲特有的‘无穷公理’（数学的一种随机平衡转换组合分

解和自证真伪机制），转换为圆对数中心零点“偶数项”对称性，在中心零点对称性带动下，不改变奇异粒子本性，不改变特征模（奇异粒子能量平均值），不改变圆对数形式，仅仅以幂函数性质属性正中反向的转换，由奇异粒子真命题转换为奇异粒子逆命题，这里不仅有能量的（补充或释放）跨越“能量阱”的转换，还有位置轨道的变换，

写成奇异粒子描述公式：

设：已知奇异粒子（对应为二阶总能量）$\mathbf{D=(\pi p\cdot \Lambda K)^{(K=\pm 1)}}$，

已知特征模：“1-1 组合”$\{\mathbf{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}}\}^{(1S)}=\Sigma(1/S)\{D_{i[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(S)}$，

“2-2 组合”$\{\mathbf{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}}\}^{(2S)}=\Sigma(2/(S-0)(S-1)\{D_{i[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$，

已知上述二个变量函数，可以获得：

$$\mathbf{(\pi p\cdot \Lambda K)^{(K=\pm 1)}}=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)};$$

圆对数中心零点：$(1-\eta_{[C][\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 1)}=0$ 对应$\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$；

对称性满足：$(\eta_{[\pi]}{}^2)+(\eta_{[p]}{}^2)+(\eta_{[][\Lambda]}{}^2)^{(K=\pm 1)}+(\eta_{[K]}{}^2)=0$，

通过圆对数中心零点可以解析：

$$\mathbf{(\pi)^{(K=\pm 1)}}=(1-\eta_{[\pi]}{}^2)^{(K=\pm 1)}\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)},$$

$$\mathbf{(p)^{(K=\pm 1)}}=(1-\eta_{[P]}{}^2)^{(K=\pm 1)}\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)},$$

$$\mathbf{(\Lambda)^{(K=\pm 1)}}=(1-\eta_{[\Lambda]}{}^2)^{(K=\pm 1)}\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)},$$

$$\mathbf{(K)^{(K=\pm 1)}}=(1-\eta_{[K]}{}^2)^{(K=\pm 1)}\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)},$$

其中：（S=1,2,3…整数,表示奇异粒子各个层次的总粒子个数）。

奇异粒子（二阶能量）整体性的平衡交换：

$$\mathbf{(\pi p\cdot \Lambda K)^{(K=+1)}}=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=+1)(2S)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$$
$$=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=-1)(2S)}$$
$$=\mathbf{(\pi p\cdot \Lambda K)^{(K=-1)}};$$

“2-2 组合”奇异粒子（二阶能量）跨越的平衡交换：

$$\mathbf{(\pi p)^{(K=+1)}}=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=+1)(2S)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$$
$$=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=-1)(2S)}$$
$$=\mathbf{(\Lambda K)^{(K=-1)}};$$

“1-3 组合”奇异粒子（二阶能量）跨越的平衡交换：

$$\mathbf{(\pi)^{(K=+1)}+e(补充能量)}=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=+1)(2S)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$$
$$=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=-1)(2S)}$$
$$=\mathbf{(p\cdot \Lambda K)^{(K=-1)}};$$

“3-1 组合”奇异粒子（二阶能量）跨越的平衡交换：

$$\mathbf{(p\cdot \Lambda K)^{(K=+1)}}=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=+1)(2S)}$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(2S)}$$
$$=(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_{0[\pi p\cdot \Lambda K]}\}^{(K=-1)(2S)}$$
$$=\mathbf{(\pi)^{(K=+1)}+e(补充能量)};$$

其中：分解的奇异粒子，位置在中心零点同侧，不改变性质属性符号，反之，改变性质属性符号。

解释了奇异粒子特征：无量纲构造的如果毕直着走，圆对数中心零点处$(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=\pm 0)}=0$；对应中性粒子没有质量。但如果向东$(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=+1)}$或向西$(1-\eta_{[\pi p\cdot \Lambda K]}{}^2)^{(K=-1)}$90 度转弯，转换出现了质量。

同理：奇异粒子仍然依靠‘无穷公理’机制，在“偶数项”对称与不对称，的无量纲圆对数中心零点带动下，随机平衡交换组合分解。

7.3、基本粒子的数学描述：

7.3.1、基本粒子概况

世界是由基本粒子组成，主要内容有夸克(6 味×3 色×正反粒子=36 种)、轻子(12 种)、规范玻色子(14 种)、希格斯粒子等。基本粒子包括费米子（如夸克和轻子）和玻色子（如规范玻色子和希格斯玻色子）。

费米子：费米子是组成物质的基本粒子，它们遵守费米-狄拉克统计，具有半整数的自旋。费米子可以进一步分为两类：夸克和轻子。

夸克：目前已知的夸克有六种，它们是：上夸克（**u**）、下夸克（**d**）、奇异夸克（**s**）、粲夸克（**c**）、底夸克（**b**）和顶夸克（**t**）。每种夸克都有对应的反粒子。夸克通常不会单独存在，而是组合成其他粒子，如介子和重子（包括质子和中子）。

轻子：轻子是另一类费米子，其中包括电子（**e**）、渺子（μ）、陶子（τ），以及相应的中微子（ν_e、ν_μ、ν_τ）。轻子不参与强相互作用，它们参与弱相互作用、电磁相互作用和引力作用。

玻色子：玻色子是传递基本相互作用的粒子，它们遵守玻色-爱因斯坦统计，具有整数的自旋。

规范玻色子：规范玻色子负责传递四种基本相互作用中的三种。其中包括传递电磁相互作用的光子，传递弱相互作用的 W+、W-和 Z0 玻色子，以及传递强相互作用的胶子。

希格斯玻色子：希格斯玻色子是一种特殊的玻色子，它赋予其他基本粒子质量。希格斯玻色子是标准模型预言的最后一个被实验证实的粒子。希格斯玻色子是粒子物理学标准模型预言的一种自旋为零的玻色子。它也是标准模型中最后一种未被发现的粒子。物理学家希格斯提出了希格斯机制。在此机制中，希格斯场引起自发对称性破缺，并将质量赋予规范传播子和费米子。

希格斯粒子是希格斯场的场量子化激发，它通过自相互作用而获得质量。2012 年 7 月 2 日，美国能源部下属的费米国家加速器实验室宣布，该实验室最新数据接近证明被称为“上帝粒子”的希格斯玻色子的存在。

2013 年 2 月 4 日，该实验室确认“上帝粒子”的存在。

从这个希格斯粒子物理现象和特征来看：希格斯粒子很可能就是无量纲圆对数描述的“中心零点”以及它的地位、功能、作用类似。

这里列出的基本粒子是根据粒子物理学的标准模型理论。此外，还有一些理论预言的粒子，如：引力子（传递引力的粒子）、暗物质、暗能量、希格斯玻色子（数学称中心零点转换粒子）、……。但由于实验上的限制，这些粒子尚未被直接观测到。这些基本粒子有物理学家们列出来有关关系图，如 62 种基本粒子表（引自网络）。我们知道世界是由物质和元素构成的，而基本粒子是指人们所认知的构成物质的最小最基本的单位，即在不改变物质属性的前提下的最小体积物质。这套理论是自牛顿经典物理以后最接近大一统理论的一套自然哲学观。

长期以来，表中的 61 中基本粒子均被人发现，唯独引力波子以前从未被人观测到过。但 LIGO 在 2015 年 9 月 14 日探测到首个引力波信号，2015 年 12 月 26 日位于美国汉福德区和路易斯安那州的利文斯顿的两台引力波探测器同时探测到了一个引力波信号，这是人类探测到的第二个引力波信号 。引力波的发现，也让这套理论更加完美。

7.3.2、基本粒子与数学描述

图表（15.1）的 62 种基本粒子，是不是物质世界最“基本”的微粒了呢？其实这在科学上已经有所挑战，也发现了一些与标准模型不相符的实验结果，在哲学上这个问题也是否定的，哲学认为物质是无限可分的，任何“基本”粒子都可以：一分为二（偶数性）、二分为三、三生万物，成为基本粒子的“偶数性”的对称与不对称性分布状态,通过‘无穷公理’-“希格斯粒子（无量纲中心零点）”随机与不随机现象，带动基本粒子的“-平衡-收敛-交换-扩展-平衡-”动态的周期性反复循环。迄今为止，还没有出现完整

种类	分类	正粒子	反粒子
轻子（12 种）		电子	正电子
		μ子	反μ子
		τ子	反τ子
	中微子	电子中微子	反电子中微子
		μ子中微子	反μ子中微子
		τ子中微子	反τ子中微子
夸克（36 种）	红	上夸克	反上夸克
	绿		
	蓝		
	红	下夸克	反下夸克
	绿		
	蓝		
	红	奇夸克	反奇夸克
	绿		
	蓝		
	红	顶夸克	反顶夸克
	绿		
	蓝		
	红	底夸克	反底夸克
	绿		
	蓝		
规范玻色子（14 种）	胶子	引力型-中性胶子（丁型开弦）上夸克-上夸克	引力型-中性胶子（丁型开弦）反上夸克-反上夸克
		磁力型-中性胶子（丁型闭弦）（反）下夸克-（反）下夸克	磁力型-中性胶子（丁型闭弦）夸克-反夸克
		阳电力型胶子	阴电力型胶子
		阳电力型胶子	阴电力型胶子
	光子	光子（光量子）	
	引力子	引力子（还是一个假设）	
	破色子	W+破色子	W-破色子
		Z 破色子	
		希格斯玻色子	

性数学描述它们之间的平衡、交换、组合、分解的关系。图表（7.1）62 种基本粒子

基本粒子则同样可以数学描述在圆对数对应的‘无穷公理’的“中心零点粒子”随机与不随机自身的平衡交换组合分解，带动“基本粒子”随机与不随机自身的平衡交换组合分解，其中：根据物质永恒不灭定理，组合-分解中属于跨区域的，跨区域之间的能量-粒子则产生“释放”或“补入”能量-粒子。

7.3.3、基本粒子与图算

1984 年 10 月，汪一平于在青岛市全国图算学会的第四届全国图算发表文章《钢筋混凝土构件计算》。这个理论是以 1982 年成果《一元高次方程一般解》为基础，制作成表格，颠覆了国内（前苏联版本）国外同类教科书。以后计算机出现，应该理论转向其它领域拓展一直到现在论文的新成果。这个表格仍然具有创新性，如果调整对应的“专业术语”就可以普适性应用，如（图 15.2）

$$(ABC\text{-}UV，\mathbf{e})^{(K=`1)(62S)}=(1-\eta_{[\Omega]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_{0\Omega}\}^{(62S)}$$

整个图表分别有四个象限：

第一象限：(ABC-UV，$\mathbf{e}$)$^{(K=-1)(\mathbf{LS})}$组成粒子斜线系列，分别对应粒子的质量数值，组成平均值,对应$\mathbf{A}^{(LS)}$。

其中：(+X)为数值(**LS**）与圆对数$(1-\eta_{[\Omega]}{}^{2})^{(K=+1)}$交换线。

第二象限：(ABC-UV，$\mathbf{e}$)$^{(K=-1)(62S)}$组成粒子圆对数系列，对应粒子的中心零点↔$(1-\eta_{[\Omega]}{}^{2})^{(K=-1)(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_{0\Omega}\}^{(62S)}$。

其中：(+Y)为(中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的正向↔$(1-\eta_{[\Omega]}{}^{2})^{(K=-1)(K=+1)}$与逆向↔$(1-\eta_{[\Omega]}{}^{2})^{(K=-1)(K=-1)}$交换线。

第三象限：(ABC-UV，**e**)$^{(K=-1)(62S)}$组成粒子圆对数系列，对应粒子的中心零点↔$(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(62S)}$。

其中：(-X)为圆对数$(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=+1)}$与数值(**MS**）交换线。

第四象限：(ABC-UV，**e**)$^{(K=-1)(MS)}$组成粒子斜线系列，分别对应粒子的质量数值，组成平均值,对应**B**$^{(MS)}$。

其中：(-Y)为数值与数值交换线。

连接四个坐标的为计算线：

$$\mathbf{A}^{(LS)}=(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_{0\Omega}\}^{(K=+1)(LS)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=`0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{\mathbf{D}_{0\Omega}\}^{(62S)}$$

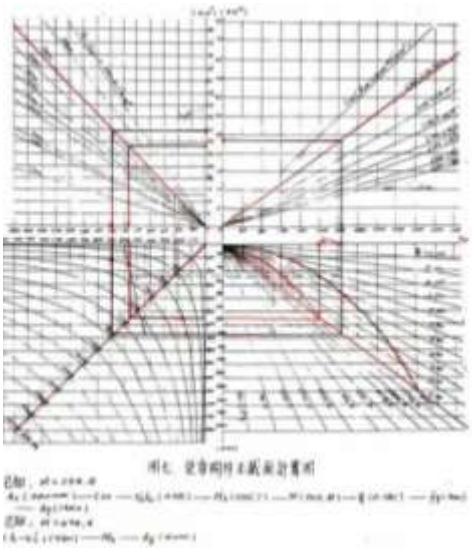
$$(1-\eta_{[B]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_{0\Omega}\}^{(K=+1)(MS)}=\mathbf{B}^{(MS)};$$

计算线的平衡与差距：

$$\mathbf{A}^{(LS)}\leftrightarrow\mathbf{B}^{(MS)}=(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=`0)}\cdot\{\mathbf{D}_{0\Omega}\}^{(L\text{-}M)(S)}$$

$$\mathbf{A}^{(LS)}/\{D_{0\Omega}\}^{(K=`1)(LS)}=[(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[\Omega]}{}^2)^{(K=`0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[B]}{}^2)^{(K=-1)}]=\mathbf{B}^{(MS)}/\{D_{0\Omega}\}^{(K=+1)(MS)}$$

数性”能量、作用力、……”等。也可以调整为其它科学领域术语的数学分析与计算。



（图 7.2）基本粒子圆对数平衡交换组合分解计算图表（可调整不同专业术语）

图表示钢筋混凝土受弯构件的不同标号混凝土截面配置不同标号钢筋受拉截面满足力平衡。1979 年同单位衢州市设计院赵红萍一起补充增加“构件的承受扭力、剪力、拉力等钢筋截面计算，形成完整性的材料构件计算体系。

基于无量纲圆对数理论的前瞻性，在中国科学院物理学家发现“中微子”偶数性对称性特征受到启发，情不自禁地结合“夸克”偶数性对称性特征，组成进动（辐射、振荡）+自旋的五/六维，多层次、多电子轨道的“基本粒子”模型。按照原来表格形式，调整专业术语和计算规范，成为应用基本粒子(ABC-UV，**e**)$^{(K=-1)(62S)}$跨层次（区域）的“偶从数学科学角度来看：

（1）、中微子具有独特的物理偶数性对称（二粒子 **μτ**）与不对称性（三粒子 **eμτ**）的（无量纲中心零点‘无穷公理’平衡交换组合分解）功能与无量纲构造特有的（无量纲中心零点‘无穷公理’平衡交换组合分解）数学特性相类似，

（2）、“中微子”、“奇异粒子”以及基本粒子等数学描述，很可能验证了“无量纲构造特有的‘无穷公理’以及无量纲构造中心零点的‘无穷公理’的对称与不对称、随机与不随机的平衡交换组合（分解）存在性与可能性”。

也就是说，中微子可能判决性证明了“无量纲构造”数学的存在，反过来“无量纲构造”数学深刻地描

述了“中微子特性”，“奇异粒子特性”。二者相互交融，自洽、有序地把物理-数学链接成为一个整体。

“中微子”、“奇异粒子”与“无量纲构造”通过‘无穷公理’机制，以最基本、最抽象、最深刻地描述了现实世界和虚拟世界的结合体。

8、无量纲构造与宏观宇宙的联系

宏观物理著名的“暗物质、暗能量、黑洞”，可以解释无量纲的“偶数性”的对称与不对称性系统转换为‘无穷公理’中心零点对称性的随机与不随机的平衡交换组合（分解）系统。无量纲圆对数对应转换有二种状态：

（1）、概率性“暗质量”.

（2）、拓扑性“暗能量”，

以无量纲圆对数对应的各个层次中心零点组成的“黑洞（拓扑临界线、概率临界点）”，在无量纲“偶数性”中心零点对称性条件下，带动了永恒宇宙世界的正中反向体系的平衡（宇称平衡）与交换（宇称演变），以及局部的“宇称不守恒”现象。

宇宙中物质实体之外的部分称为空间；所有的“空间”是指一种具有特殊性质及一些额外结构的集合。其中包括宏观世界的空间和微观世界的空间。神经网络：模仿人类大脑思维活动的推理、判断、决策、分析等。这里，所有的（宏观与微观）物理空间，统一解释为转换为无量纲圆对数抽象空间的正中反相互作用的三段形式的圆对数对应选择的不变特征模，通过无量纲圆对数性质属性正中反向的转换，表示自然界、宇宙界的静态-动态以及正中反向变化（演变）过程：

真命题，正向世界、收敛、衰老↔性质属性转换，黑洞、胚胎、种子↔逆命题，反向世界，膨胀；

$$W=[(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=-1)}]\cdot W_0$$

这里，数学“圆对数”和物理“中微子”,分别不改变原来的物质和非物质状态，以‘无穷公理’和中心零点$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$，各自带动了数学“乘组合与加组合”和物理的“纠缠与化合”的平衡交换组合分解。

特别的：幂函数(K=±1)中，(K=+1)表示宏观世界（如引力、光子力学、收敛），(K=±1)表示中观世界（如热力学，细胞生命力、光子力学、平衡），(K=-1)表示微观世界（如核力学、电磁力、光子力学、中微子，扩展）、(K='0)表示宏观世界、中观世界、微观世界中心零点（如核力学、引力、电磁力、光子力学、中微子等的正反向平衡交换组合的平衡转换点）。

可见，无量纲构造集的‘无穷公理’不仅适应数学体系（数值分析和逻辑分析），亦可以适应物理的微观粒子以及神经网络、数据网络、信息网络和中观的生命细胞，宏观的宇宙世界

也就是说，无量纲的‘无穷公理’对称与不对称、随机与不随机带动了整个自然界的平衡交换组合（分解）。这个无量纲构造体系不仅仅对应数学、哲学、物理、经济、人工智能、神经网络、数据网络、信息网络、宇宙等科学领域，对于事实存在的完整性认知，提出合理的解决（系统内部、外部）平衡与交换的“真理性”。

无量纲圆对数开创了世界上第一个无量纲构造描述“数学-基本粒子-宇宙”的先例和整个宇宙世界‘无穷公理’的“收敛（衰退）-中心零点转换-扩展（生长）”周期性循环的演变。具有完全适应数学-物理-生命细胞-超级计算机广泛应用前景。

根据中国古哲学数学 6000 年前《易经》符号“圆内部二个反对称性蝌蚪”开始到今天的“圆对数和中微子”，以‘无穷公理’和中心零点$(1-\eta_{[C]}^2)^K=0$,带动了“元素-对象”的平衡交换组合（分解），不仅解释了范畴论称“映射函子、态射”，带动了数学“乘组合与加组合”的平衡交换组合（分解）”。

其中：在物理和网络世界的性质属性：(K=+1)表示宏观粒世界，(K=-1)表示微观量子世界，(K=±1)表示中性量粒子世界，(Kw=±0)表示微观的中微子，宏观的黑洞（大爆炸），中观的神经网络，生命转换对应无量纲‘无穷公理’中心零点带动宏观世界“元素-对象”随机平衡交换组合（分解）。

图案寓意（**图 8.1**）：上中下三个“偶数性不对称的太极圆”为 6000 年前中国哲学数学八卦圆符号（正向蝌蚪-中心临界曲线-反向蝌蚪）。红点与黑点为“基本粒子-芯片架构”对应各个宏观宇宙、微观粒子各个

不同层次的点，中心浅灰色代表永恒的‘无穷公理机制’，进行对称与不对称、随机与不随机进行着“真命

题↔中心零点（临界点）↔逆命题”的循环演变。展示了“无量纲圆对数构造集”最深刻、最抽象、最基本的宇宙-数学构造与空间。（图案设计：何华灿 汪一平）。

（图 8.1）无穷公理揭示了宇宙偶数项的随机平衡交换组合分解机制

9：无量纲构造与强人工智能（AGL)联系

9.1、人工智能概述

目前，人工智能以冯·诺依曼和图灵以“离散-对称”概念制作了计算机（AI），替代人类大数据的统计工作的数据网络、信息网络、神经网络，带动了世界科学与经济的革命，深入到每个人的具体掌握和应用。其中：著名的神经网络的基本原理是模仿人脑的神经元结构，通过大量的简单计算单元（神经元）连接而成的网络来实现复杂的信息处理。每个神经元接收输入信号，对其进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。这些信号在神经网络中从前向后传播，经过多次加权求和和激活函数的作用，最终产生网络的输出。神经网络的学习过程主要是通过反向传播算法，根据输出误差调整神经元之间的连接权重，从而使网络能够逐渐学习到输入与输出之间的映射关系。

总的来说，神经网络的基本原理集中在以下几个方面：

神经元：神经网络的基本组成单元，它接收输入信号，进行加权求和，并通过激活函数产生输出信号。

权重和偏置：权重表示输入信号对神经元输出的影响程度，偏置则是为了让神经元能够学习到更加复杂的模式。

激活函数：用于引入非线性，使得神经网络能够学习和模拟更复杂的函数关系。常见的激活函数包括 Sigmoid、tanh 和 ReLU 等。

前向传播：输入信号通过网络的前向计算，得到对称性网络的输出。这是神经网络的基本计算过程。

反向传播：在神经网络的学习过程中，通过比较网络输出和实际目标，计算误差，并将误差反向传播回网络，调整权重和偏置，以减小误差。这是神经网络学习的核心算法。

迭代学习：神经网络通过多次迭代，不断调整权重和偏置，逐步减小输出误差，直至达到预定的学习目标。

通过这些基本原理，神经网络能够学习和模拟复杂的输入输出关系，从而在各种领域如图像识别、语音识别、自然语言处理等发挥重要作用。

9.2、超强人工智能与无量纲圆对数衔接

21 世纪，数学、计算机、物理学、材料学努力探索，在进入模仿人类大脑“神经元”的分析中，计算人们发现：世界并不都是对称性，大量存在的是不对称性。现有的神经网络前向传播与反向传播对称性不适应需求。如神经网络往往产生网络的前向计算，得到不对称性网络的输出，如计算中要求“输入一个数据和一个特征函数，要求输出二个对称性的数据，或者三个不对称性的数据”，基于数学的“三元数”（不对称性）计算没有解决。超强人工智能高级模仿电脑“神经元”的“分析、判断、评估、分析计算、……”遇到了难以跨越的鸿沟。随着技术的不断发展，人们期待人工智能将在更强大、高功能、高功效、零误差精确度等多方面发挥作用。

无量纲圆对数是超强人工智能计算的数学基础具体应用：

（1）、数学理论领域：发现了一个新的数学“无量纲构造集”，解决离散与连续一体化的零误差计算在数学中应用功能。开启了“无量纲构造”新时代。获国家知识产权局“证书”

（2）、彻底改革数学和计算机算法：基于同构圆对数（具有圆对数中心零点对称性的稳定性）与不变特征模（具有封闭性）的整数性，通过幂函数的表达层次、位置，进行“无关数学模型，没有具体元素-对象”干扰，应用‘无穷公理’随机自证真伪机制，可以避免“多次”加权求和和激活函数，输出“误差调整”神经元之间的连接权重，确保每一步程序的零误差展开。

（3）、数学计算领域：以一个简单的无量纲圆对数，全部替代现有的计算方法，实现大统一。

（a）、1984 年在青岛市全国图算学会，应用无量纲圆对数原理发表“建筑的钢筋混凝土构件图表计算”。后改进为“多元素连乘的计算图表”。

（b）、提出传统的直观《圆对数计算尺》解决任意高幂维次方程和椭圆计算，进行国家专利申请。

（4）、计算机领域：提出新的计算理论和新的芯片架构。

（a）、存储系统：“五进制”的芯片架构原理，以自然数尾数的奇数{1.3.(5=0).7.9}和偶数{2.4.(5=0)5.6.8}和圆对数中心零点及幂函数形式，极大的节省存储器空间。

（b）、计算系统：“十机制”的芯片架构“四光子”控制原理，以圆对数和‘无穷公理’进行三维空间的平衡交换组合分解，可以解析任意高次方程和任意椭圆空间，特别是圆对数同构性，避免了复杂的计算程序，而且具有三维$\{3\}^{2n}$的高效功能，确保高精确的零误差达到 10^200 宇宙级别，极大的节省计算软硬件和材料。

（c）、根据“计算尺”《圆对数计算尺》原理可以制作计算机的柔性软硬件。

特别的，新的计算机算法原理，全面地改革了传统计算机算法，芯片架构原理，具有满足大数据统计，多元化、多层次、多方位、各向异构性的离散与连续一体化的超强人工智能神经网络功能，为制作可靠、可控、可行的零误差计算的“超强万能计算机”数学基础。

最后，笔者由衷地国内外许多数学家的卓越贡献。感谢圆对数团队成员的长期无私贡献。感谢衢州市老科协的长期支持。感谢网络上许多知名和不知名的老师、网友发表文章给与的指导和帮助。

因此说，中心无量纲构造集是一个新开发的数学矿山，隐藏着丰富的宝藏，它属于中国的，也属于世界的，中国圆对数团队掌握了开门钥匙公开贡献大家。

圆对数团队热烈欢迎国内外学者、老师、专家共同开发！为人类数学、科学的进步做出新的贡献。

谢谢大家的热心支持、交流、讨论、推广、补充、以及有助于科学-数学进步的批评、指导、帮助！

（完）

附件：

（1）、2023 年 4 月《汪一平圆对数》获国家版权局作品登记证书。登记号：国作登字：2023-A—00137955

（2）、中国人工智能学会的全国人工智能创新大赛，圆对数连续四年（2021-2024）获奖情况

（1）、2024 年中国人工智能全国创新大赛

（2）、2023 年中国人工智能全国创新大赛

（3）、2022 年中国人工智能全国创新大赛

（4）、2021 年中国人工智能全国创新大赛

致编辑·读者

尊敬的马总编、各位编辑：

亲爱的读者、专家、老师：

中国汪一平圆对数团队传承古今中外数学家成果，在“实数与自然数之间”首次发现一个新的无穷构造集：无量纲圆对数和特有的偶数性‘无穷公理’随机平衡交换组分解机制。在代数-几何-数论-群论多学科，就传统数学(含微积分、路径积分、三元数复分析)、四色定理-公理化-连续统-黎曼函数中心零点-范畴论-朗兰兹纲领，以及基本粒子-宇宙循环演变等敏感课题，以一个简单的圆对数公式在{±0，±1}分析解决。意味着 **1931** 年哥德尔不完备性定理以来数学的实质性进步和根本性突破；展示了无量纲构造集强大生命力、精确的高算法，零误差达到 $\mathbf{10^{\pm 222}}$ 宇宙级别；表现着最深刻、最抽象、最基本的数学-物理基本粒子体系的构造；或开启了 400 多年来数学新一轮的数学时期！

无量纲圆对数能为各国和世界科学-数学工程的和平建设服务！

欢迎国内外学者交流合作，开拓创新，享受未来！

敬请全世界科学家、数学家、哲学家、工程师、教育工作者给与指教、评论、支持和推广！

感谢贵杂志社 2018 年以来，圆对数每一次进步都受到的关注和支持，从特例→通例→概念→体系→都有文章发表。这篇《无量纲构造》如果适合，敬请总编安排严格审查、网站发表、期刊出版。

谢谢大家！

中国圆对数团队第一作者 汪一平 2024.10.1.

通信联系：中国浙江省衢州市柯城区新新街道杨家田舖 45 号 324000 电话（微信）：中国-13285707958

10/2/2025